

Dağılıma Serileri

Gözlem sonuçlarının zaman ve mekân değişkenleri dışındaki bir değişkenin şıklarına göre sıralanmasıyla oluşturulan serilere **dağılıma serileri** adı verilir. Dağılıma serileri basit seriler, frekans serileri ve gruplandırılmış (sınıflandırılmış) seriler olarak üçe ayrılır.

Derlenen veriler gözlem sırasına göre sıralanmış ise, bu sıralamaya “**liste**” ya da “**ham veri**” adı verilir.

Örnek. 20 öğrencinin istatistik notları aşağıdaki gibidir.

70, 60, 45, 85, 72, 61, 38, 90, 75, 78, 38, 45, 45, 72, 72, 90, 72, 90, 45, 70

Eğer liste, belirtilen amaçlar doğrultusunda düzenlenirse istatistik sonuçlara daha kısa sürede ve az hatayla ulaşılır.

Basit Seri

Verilerin daha kolay anlaşılması için küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe doğru sıralanmasıyla elde edilen seriye “**basit seri**” adı verilir.

Örnek. 20 öğrencinin istatistik notları

38, 38, 45, 45, 45, 45, 60, 61, 70, 70, 72, 72, 72, 72, 75, 78, 85, 90, 90, 90

biçiminde basit seri olarak gösterilir.

Frekans Serisi

Gözlem değerlerinin yanına kaç kez tekrarlandığı yazılarak oluşturulan seriye “**frekans serisi**”, tekrarlara da “**frekans**” denir.

Örnek 2.4. Örnek 2.3’deki basit seriyi frekans serisi biçiminde gösterelim.

Notlar	38	45	60	61	70	72	75	78	85	90	Toplam
Frekans	2	4	1	1	2	4	1	1	1	3	20

Frekans tablosu ile kolay yorum yapma sağlanır. Örneğin, sınavda 45 alan 4 kişi vardır.

Gruplandırılmış(sınıflandırılmış) Seri

Deney ya da gözlem sonuçları çok iken, bunların belirli aralıklar (sınıflar) içinde kalacak şekilde düzenlenmesiyle oluşturulan istatistik serilerine “**gruplandırılmış (sınıflandırılmış) seri**” denir.

Eğer bir değişkene ait çok sayıda veri varsa bu veriler gruplanarak, verilerin daha kolay anlaşılması yoluna gidilir.

Not Sınıfı	Frekans
30-45	6
45-60	1
60-75	8
75-90	5
Toplam	20

Not: Gruplanmış bir seride bir sınıfın üst değeri diğer sınıfın alt değerine eşit verilmişse, alt sınır değeri ilgili sınıfa dahil, üst sınır değeri ise hariç tutulur.

Örnek. Aşağıda verilen frekans dağılımında ilgili sınıflara karşı gelen sınıf orta değerlerini bulunuz?

Sınıflar	f	Sınıf Orta Noktası
0-4	4	$(0+4)/2=2$
4-8	10	$(4+8)/2=6$
8-12	17	$(8+12)/2=10$
12-16	25	$(12+16)/2=14$
16-20	14	$(16+20)/2=18$
20-24	6	$(20+24)/2=22$
24-28	4	$(24+28)/2=26$
Toplam	80	

Birikimli(Eklemeli) Seriler

Bir frekans dağılımında, her sınıfın frekansına bir önceki sınıfın frekansı eklenerek oluşturulan seriye “**birikimli seri**”, bu şekilde oluşturulan frekanslara da “**birikimli frekans**” adı verilir.

Eğer birikimli seriler küçük sınıftan büyüğe doğru oluşturulmuşsa “**-den az**”, büyük sınıftan küçüğe doğru oluşturulmuşsa “**-den çok**” olarak isimlendirilir.

Örnek. Bir doğum evinde doğan 100 bebeğin doğum ağırlıklarına ilişkin sınıflandırılmış seriyi ele alarak –den az ve –den çok birikimli serilerini bulunuz?

Ağırlık (kg)	Frekans	-den az	-den çok
1,50-1,75	5	5	95+5=100
1,75-2,00	6	6+5=11	89+6=95
2,00-2,25	10	10+11=21	79+10=89
2,25-2,50	10	10+21=31	69+10=79
2,50-2,75	35	35+31=66	34+35=69
2,75-3,00	15	15+66=81	19+15=34
3,00-3,25	13	13+81=94	6+13=19
3,25-3,50	2	2+94=96	4+2=6
3,50-3,75	4	4+96=100	4
Toplam	100		

Yukarıdaki tablodan –den az serisi yardımıyla 66 bebeğin ağırlıklarının 2,75kg az olduğu, –den çok serisi yardımıyla da 34 bebeğin 2,75 kg dan fazla olduğu görülebilir.

Örnek. Aşağıda verilen frekans serisi için –den az ve –den çok serilerini oluşturunuz?

X	5	10	15	20	25	30	Toplam
f	3	5	8	6	3	5	30

X	5	10	15	20	25	30
F	3	5	8	6	3	5
-den az	3	8	16	22	25	30
-den çok	30	27	22	14	8	5

Nispi(Oransal) frekans

Sınıf frekanslarının toplam gözlem sayısına(frekansların toplamına) bölünüp 100 ile çarpılması sonucu elde edilen frekanslara “**nispi(oransal) frekans**” denir.

Örnek.

Not Sınıfı	Frekans	Nispi frekans(%)
30-45	6	$(6/20)100=30$
45-60	1	$(1/20)100=5$
60-75	8	$(8/20)100=40$
75-90	5	$(5/20)100=25$
Toplam	20	100

Soru: Öğrencilerin % kaç, 60-75 aralığında not almış?

Cevap: %40'ı

Bileşik Seriler

Birimlerin birden fazla değişkene göre dağılımlarını bir arada gösteren serilerdir.

Örnek. Bir sınıftan rasgele seçilen 5 öğrencinin boy uzunlukları ve ağırlıkları aşağıdaki gibidir.

Öğrenci	X: Boy uzunluğu (m)	Y: Ağırlık (kg)
1	1,72	68
2	1,68	70
3	1,80	76
4	1,74	73
5	1,76	71

Bu seri, bileşik seriye örnektir.

Verilen örnekte birim öğrencidir. Boy uzunluğu ve ağırlık ise aynı birim üzerinde tanımlanmış iki farklı değişkendir.

Frekans Tabloları

Frekans tabloları, ham verilerin özetlenmesi ve sunumunda kullanılır. Veriler, sınıflar(gruplar) halinde ve ilgili sınıfın frekansları ile birlikte frekans tablosunda gösterilir.

Frekans tablolarının hazırlanmasında aşağıdaki esaslar dikkate alınmalıdır.

- i) Herhangi bir gözlem değeri ancak bir sınıfta yer almalı, sınıflar çakışmamalıdır.
- ii) Hiçbir gözlem değeri belirlenen sınıfların dışında kalmamalı, tüm gözlemler sınıflarda yer almalıdır.
- iii) Frekans dağılımında kullanılan sınıf aralıkları mümkün olduğunca eşit olmalıdır. Eşit olmayan sınıf aralıkları dağılımların grafiksel olarak gösterilmesinde sorunlar yaratır. Ancak bazen çok sayıda boş sınıfın ayıklanması için eşit olmayan aralıkların kullanılması gerekebilir.

Frekans tabloları,

- a) İlgili değişkenin dağılışı hakkında fikir(ön bilgi) verir.
- b) Verilerin hangi değerler etrafında veya gruplarda toplandığı kolayca görülebilir.
- c) Frekans tabloları kullanılarak, istatistiklerin hesaplanması daha kolaydır.

Frekans Tablosu Düzenleme:

Frekans dağılımlarının yer aldığı frekans tablolarının oluşturulmasında izlenecek adımlar ve her adımda yapılması gereken işlemler aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

1. Sınıf sayısı (k) belirlenir.

Kaç sınıf yapılacağını yaklaşık hesaplamak için aşağıdaki formül kullanılır (Lind ve Mason, 1997):

$$\text{Sınıf Sayısı} = k = 1 + 3.322[\log(n)] \quad ; \quad n: \text{gözlem sayısı}$$

2. Sınıf aralığı (sınıf genişliği) belirlenir.

$$c = \frac{\text{Değişim Genişliği}}{\text{Sınıf sayısı}} = \frac{X_{max} - X_{min}}{k} = \frac{X_{max} - X_{min}}{1 + 3.322[\log(n)]}$$

X_{max} : En büyük gözlem değeri

X_{min} : En küçük gözlem değeri

k : Sınıf sayısı

3. Sınıf alt ve üst limitleri belirlenir

İlk sınıfın alt limiti, en küçük veriyi içine alacak şekilde belirlendikten sonra hesaplanan sınıf aralığı bu değere eklenerek sonraki sınıfın alt limiti belirlenir. Bu değerden 1 birim çıkarılarak (1, 0.1, 0.01 gibi) ilk sınıfın üst limiti bulunur. Bu üst limite sınıf aralığı eklenerek ikinci sınıfın üst limiti bulunur.

Diğer sınıflar için de benzer işlemler yapılır. Son sınıfın üst limiti, en büyük veriyi içine alacak şekilde belirlenir.

4. Sınıf alt ve üst sınırları belirlenir

Ölçüm hassasiyet biriminin yarısı sınıf alt limitlerinden çıkarılarak alt sınırlar, sınıf üst limitlerine eklenerek üst sınırlar bulunur.

5. Gözlem değerleri, sınıfların karşısına birer çizgi çizilerek dağıtılır ve her sınıfa ait frekanslar bu çizgiler sayılarak bulunur.

Daha sonra oransal frekanslar, birikimli frekanslar hesaplanıp tabloda verilebilir.

Örnek. 20 öğrencinin istatistik notları aşağıdaki gibidir.

70, 60, 45, 85, 72, 61, 38, 90, 75, 78, 38, 45, 45, 72, 72, 90, 72, 90, 45, 70

Bu veriyi ait frekans tablosunu oluşturalım.

$$n = 20$$

$$\text{Sınıf Sayısı} = k = 1 + 3.322[\log(n)] = 1 + 3.322[\log(20)] = 5.322 \cong 5$$

$$\text{Sınıf Aralığı} = c = \frac{X_{max} - X_{min}}{k} = \frac{90 - 38}{5} = 10.4 \cong 10$$

olup, frekans tablosu aşağıdaki gibi oluşturulur.

Sınıf Limitleri	Sınıf Sınırları	Frekanslar	Oransal frekanslar (%)	Birikimli frekanslar (-den az)	Birikimli frekanslar (-den çok)	Sınıf Değerleri
35-44	34.5 - 44.5	II = 2	(2/20)100= 10	2	20	39.5
45-54	44.5 - 54.5	IIII = 4	(4/20)100= 20	6	18	49.5
55-64	54.5 - 64.5	II = 2	(2/20)100= 10	8	14	59.5
65-74	64.5 - 74.5	IIIIII = 6	(6/20)100= 30	14	12	69.5
75-90	74.5 - 90.5	IIIIII = 6	(6/20)100= 30	20	6	82.5
		20	100			

Örnek. Bir araştırmada rasgele seçilen 35 otomobilin yaşları aşağıdaki gibidir. Otomobil yaşlarının dağılımlarını gösteren frekans tablosunu oluşturunuz?

Yařlar: 17, 14, 9, 8, 4, 9, 5, 6, 7, 12, 17, 10, 9, 9, 1, 11, 3, 2, 6, 7, 12, 13, 15, 5, 8, 7, 9, 12, 11, 6, 1, 3, 7, 4, 10

Sınıf Sayısı (k)=1 + 3.322*log₁₀(35)=6.13 ~6

Sınıf Aralığı (c)

$$c = \frac{X_{max} - X_{min}}{k} = \frac{17 - 1}{6} = 2.67 \cong 3$$

Sınıf Sınırları*	Sınıf Değeri	Frekans			Kümülatif Frekans		
		Sayısal	Oran	%	Sayısal	Oran	%
0-3	1.5	///=3	0.09	9	3	0.09	9
3-6	4.5	/////=6	0.18	18	9	0.27	27
6-9	7.5	/////////=9	0.25	25	18	0.52	52
9-12	10.5	/////////=9	0.25	25	27	0.77	77
12-15	13.5	/////=5	0.14	14	32	0.91	91
15-18	16.5	///=3	0.09	9	35	1.00	100
		35	1.0	100			

* Alt sınır değeri ilgili sınıfa dahil, üst sınıf değeri ise dahil değildir.

Örnek. Yeni doğan 100 bebeğin canlı doğum ağırlıkları (kg) aşağıdaki gibi bulunmuştur.

2,6	2,6	3,0	2,7	3,8	2,7	3,1	2,7	4,8	4,9
3,6	4,0	4,8	2,7	3,9	2,4	2,0	3,4	2,0	3,9
3,6	4,7	2,3	2,4	3,7	2,7	1,7	2,9	2,4	2,1
5,1	3,2	3,1	4,1	3,0	4,3	3,8	3,3	2,4	3,2
1,7	5,0	4,4	2,6	3,0	3,6	4,7	2,6	2,8	2,7
3,1	2,0	2,4	3,5	2,2	3,9	2,9	3,6	2,6	4,0
2,4	3,3	4,1	2,4	2,2	3,1	4,2	3,9	2,4	3,3
3,8	3,5	5,2	2,5	3,4	3,2	3,8	4,1	2,7	3,7
3,3	4,3	3,4	2,1	2,9	3,8	2,2	3,2	2,8	2,9
2,7	5,0	3,1	2,9	2,7	3,5	2,0	2,5	4,7	2,5

Bebeklerin doğum ağırlıklarını frekans tablosu ile özetleyerek aşağıda sorulanları cevaplayınız.

- Yeni doğan bebeklerin kaç tanesi 3.4 kg'dan az ağırlıktadır?
- Yeni doğan bebeklerin kaç tanesi 2.5 kg'dan daha ağırdır?
- Yeni doğan bebeklerin yüzde kaç 5.0 kg'dan az ağırlıktadır?
- Yeni doğan bebeklerin kaç tanesi 4.1 kg ve daha ağırdır?

Çözüm.

$$n = 100$$

$$\text{Sınıf Sayısı} = k = 1 + 3.322[\log(n)] = 1 + 3.322[\log(100)] = 7.644 \cong 8$$

$$\text{Sınıf Aralığı} = c = \frac{X_{max} - X_{min}}{k} = \frac{5.2 - 1.7}{8} = 0.4375 \cong 0.5$$

olup, frekans tablosu aşağıdaki gibi oluşturulur.

Sınıf Limitleri	Sınıf Sınırları	Frekanslar	Oransal frekanslar (%)	Birikimli frekanslar (-den az)	Birikimli frekanslar (-den çok)	Sınıf Değerleri
1.5 – 1.9	1.45 – 1.95	2	2	2	100	1.7
2.0 – 2.4	1.95 – 2.45	18	18	20	98	2.2
2.5 – 2.9	2.45 – 2.95	24	24	44	80	2.7
3.0 – 3.4	2.95 – 3.45	19	19	63	56	3.2
3.5 – 3.9	3.45 – 3.95	18	18	81	37	3.7
4.0 – 4.4	3.95 – 4.45	9	9	90	19	4.2
4.5 – 4.9	4.45 – 4.95	6	6	96	10	4.7
5.0 – 5.4	4.95 – 5.45	4	4	100	4	5.2
		100				

a) 44 tanesi kesin olup, 63'e kadar çıkabilir.

b) 56 tanesi kesin olup, 80'e kadar çıkabilir

c) %96'sı.

d) 10 tanesi kesin olup, 19'a kadar çıkabilir.