

JEODEZİK HESAP DERSİ

DERS NOTLARI

2024-2025 Güz Dönemi



ÖLÇÜ BİRİMLERİ

UZUNLUK ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Temel uzunluk ölçü birimi metredir ve (m) kısaltması ile gösterilir. Uzunluk ölçü birimleri onar onar büyür ve küçülürler. Metrenin as katları ve üs katları ile yabancıların kullandığı bazı ölçü birimleri aşağıda listelenmiştir.

- Kilometre (km) = 1000 m
- Hektometre (hm) = 100 m
- Dekametre (dam) = 10 m
- **Metre (m) = 1m**
- Desimetre (dm) = 10^{-1} m
- Santimetre (cm) = 10^{-2} m
- Milimetre (mm) = 10^{-3} m

YABANCILARIN KULLANDIĞI UZUNLUK ÖLÇÜSÜ BİRİMLERİ

- Mikron(μ) = 10^{-3} mm = 10^{-6} m
- Angström ($\text{\AA}$) = 10^{-8} cm = 10^{-10} m
- 1 inch $\approx$ 0,0254 m = 1 Parmak
- 1 Foot = 1 Feet(ayak) = 12 inch = 0,3048 m
- 1 Yard (yarda) = 3 Foot = 0,9144 m
- 1 Kara mili = 1760 Yarda $\approx$ 1609 m
- 1 Deniz mili = (1 ' dakikalık meridyen yayı) $\approx$ 1852 m
- 1 Coğrafi mil = (4 ' dakikalık meridyen yayı) $\approx$ 7421,5 m

ESKİDEN KULLANILAN UZUNLUK ÖLÇÜ BİRİMLERİ

- 1 Endaze = 0,65 m
- 1 Arşın (çarşı) = 0,68 m
- 1 Arşın (mimari) = 0,758 m
- 1 Kulaç = 2,5 mimari arşın = 1,895 m
- 1 Fersah = 7500 arşın = 5685 m

ALAN ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Temel alan ölçü birimi metrekaredir ve (m²) kısaltması ile gösterilir. Alan ölçü birimleri yüzer yüzer büyür ve küçülürler. Metrekarenin as katları ve üs katları ile eskiden kullanılan bazı alan ölçü birimleri aşağıda listelenmiştir.

- Kilometrekare (km²) = 1000000 m²
- Hektometrekare (hm²) = 10000 m² = 100 Ar = 1 Hektar
- Dekametrekare (dam²) = 100 m² = 1 Ar
- Metrekare (m²) = 1 m²
- Desimetrekare (dm²) = 10⁻² m²
- Santimetrekare (cm²) = 10⁻⁴ m²
- Milimetrekare (mm²) = 10⁻⁶ m²
- 1 Dekar = 1 Dönüm = 10 Ar = 1000 m²

ESKİDEN KULLANILAN ALAN ÖLÇÜSÜ BİRİMLERİ

- Büyük dönüm = 2720 m^2
- Eski dönüm = $918,672 \text{ m}^2 = 4 \text{ Evlek}$
- Evlek = $229,668 \text{ m}^2 = 400 \text{ mimari arşın}^2$
- Yeni evlek = 100 m^2
- Yeni dönüm = $2500 \text{ m}^2 = 25 \text{ yeni evlek}$

AÇI BİRİMLERİ

Jeodezide kullanılan açı ölçü birimi grad olmakla beraber Küresel Trigonometri, Coğrafya ve Astronomi de derece açı biriminin kullanımı yaygındır. Genellikle kullanılan dört açı birimi vardır. Bunlar :

- 1) Derece
- 2) Grad
- 3) Radyan
- 4) Milyem

1- DERECE

Tam bir daire çevresinin 360 da birini gören merkez açıya **1 derece** denir ve 1° ile gösterilir. Derece açı birimi 60 lık sistemdedir. 1 derecenin altmışta biri 1 derece dakikası ve 1 derece dakikasının altmışta biri de 1 derece saniyesidir. Dolayısıyla;

- $1^{\circ} = 60'$ (60 derece dakikası)
- $1' = 60''$ (60 derece saniyesi)
- $1^{\circ} = 60' = 3600''$

Altmışlık derece sisteminde hesaplamaların yapılması kolay olmadığı için, hesaplamalar genelde açı değerleri derece ondalığına dönüştürülerek yapılır. Örneğin altmışlık derece sisteminde $28^{\circ} 32' 47''.25$ (okunuşu 28 derece 32 dakika 47.25 saniye) olarak verilen açı değeri,

$$28^{\circ} 32' 47''.25 = 28^{\circ} + \left(\frac{32}{60}\right)^{\circ} + \left(\frac{47.25}{3600}\right)^{\circ} = 28^{\circ} + 0.533333^{\circ} + 0.013125^{\circ} = 28.546458^{\circ}$$

$28^{\circ} 32' 47''.25 = 28.546458^{\circ}$ şeklinde derece ondalığına dönüştürülür.

Derece Ondalığı Cinsinden Verilen Açının Derece Dakika Saniye Biçiminde İfadesi Şöyle Olur:

Örneğin 28.546458° şeklinde derece ondalığında verilen açı değerini derece dakika saniye biçimine dönüştürmek için önce açıdan tam değeri çıkartılır.

$$28.546458^\circ - \mathbf{28^\circ} = 0.546458^\circ$$

bulunan bu değer 60 ile çarpılır : $60 \times 0.546458^\circ = 32'.78748$

bu değerden yine tam kısmı $32'$ çıkartılır ve 60 ile çarpılır.

$$32'.78748 - \mathbf{32'} = 0.78748$$

$$60 \times 0.78748 = 47.2488 \cong \mathbf{47.25''}$$

istenen açı değeri yukarıda koyu renkli yazılanlardan $28^\circ 32' 47.25''$ olur.

2- GRAD

- Tam bir daire yayının 400'de birini gören merkez açıya **1 grad** veya **1 gon** denir. 1^g ile gösterilir.
- Grad açı birimi 100'lük sistemde oluşumu nedeniyle jeodezide en çok kullanılan açı birimi olmuştur.
 - 1 gradın yüzde biri bir grad dakikası
 - 1 grad dakikasının yüzde biri de 1 grad saniyesidir.
- $1g = 1 gon = 100 c$ (grad dakikası)
- $1c = 100 cc$ (grad saniyesi)
- $1g = 100c = 10000cc$
- $1mgon = 0,001g = 10c$

- Bu bölümlleme 100'lük sistem olup, ilk defa 1794 yılında Fransızlar tarafından kullanılmıştır.
- Grad açı biriminde farklı yazım şekilleri kullanılmaktadır.
- Örneğin;

$$46^g.2785 = 46.2785^g = 46^g 27^c 85^{cc}$$

3- RADYAN

- Tam bir daire çevresinin $(2\pi \cong 6,283185307\dots)$ 'de birini gören merkez açıya 1 radyan denir ve genellikle rd kısaltması ile gösterilir.
- Radyan için şu tanımda yapılır. Yarıçap uzunluğundan yayı gören merkez açı 1 radyan'dır.
- 1 radyanlık açının grad veya derece karşılığını hesaplamak için $R=1$ yarıçaplı çemberde çevre 2π 'ye eşit olduğundan, basit bir orantıyla dönüşüm işlemi gerçekleştirilir.

- Açı dönüşümlerinde sıkça kullanılan ρ katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanır.
- 1 radyanlık açının derece ve grad cinsinden karşılığı ρ° ve ρ^g ile gösterilir.

$$\rho^g = \frac{400^g}{2\pi} = \frac{200^g}{\pi} = 63.66197^g \approx 63.6620^g$$

$$\rho^g = 63^g.6620$$

$$\rho^c = 6366.^g20$$

$$\rho^{cc} = 636620^{cc}$$

$$\rho^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} = \frac{180^{\circ}}{\pi} = 57.29578^{\circ} = 57^{\circ}17'44.81''$$

$$\rho' = (360^{\circ} / 2\pi) * 60 = 3437.747'$$

$$\rho'' = 60\rho' = 206264'.806$$

4- MİLYEN

- Tam bir daire çevresinin 6400'de birini gören merkez açıya 1 milyem denir. 1^- ile gösterilir.
- 1 milyem, 1 km uzaklıkta yaklaşık olarak 1 m'lik yaya karşılık gelir.
- Bu açı birimi bilimsel çalışmalarda kullanılmaz. Daha çok askerlikle (topçu atışlarında) kullanılır.

AÇI BİRİMLERİNİN BİRBİRLERİNE DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

- Tam bir daire çevresi; derece sistemine 360^0 , grad sisteminde 400^g , radyan sisteminde 2π ve milyon sisteminde 6400^- olduğuna göre, aşağıdaki temel eşitlik kullanılarak açı birimleri birbirlerine dönüştürülebilir.

$$360^0 = 400^g = 2\pi = 6400^-$$

$$180^0 = 200^g = \pi = 3200^-$$

$$\frac{D}{180^0} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi} = \frac{M}{3200}$$

Derecenin Grada Çevrilmesi

- Verilen açının dakika ve saniyesi derece cinsine (derece ondalığına) çevrildikten sonra grada çevirmek için $10/9$ ile çarparız.

Derecenin Radyana Çevrilmesi

- Verilen açının dakika ve saniye kısmı derece ondalığına çevrilir.

$$R = \frac{D^* \pi}{180} = D / \rho^0$$

$$\rho^0 = \frac{180}{\pi} = 57,29578$$

Gradın Dereceye Çevrilmesi

- Grad cinsinden verilen açıyı derece cinsine çevirmek için 0,9 ile çarpıyoruz.

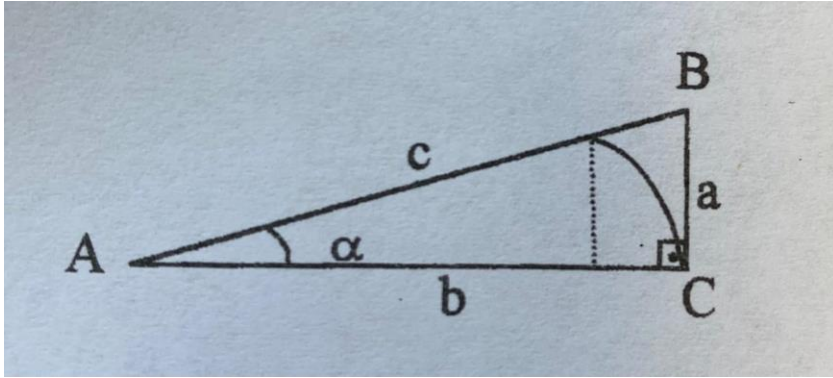
$$G = D * \frac{10}{9} \Rightarrow D = G * 0,9$$

Gradın Radyana Çevrilmesi

$$R = G / \rho^g \quad \rho^g = \frac{200}{\pi} = 63,6620$$

KÜÇÜK AÇILAR

- Eğer α açısı yeteri kadar küçük ise aşağıdaki şekilden de görüleceği gibi α açısının sinüsü ve tanjantı yerine α açısının radyan değerinin alınabileceği, α açısının kosinüsü yerine de 1 alınabileceği ortaya çıkmaktadır.



- α açısı yeteri kadar küçük ise $b \cong c$ küçük açı yaklaşımı gereği;

$\sin \alpha \Rightarrow \alpha^{rd}$ $\tan \alpha \Rightarrow \alpha^{rd}$ $\cot \alpha \Rightarrow 1/\alpha^{rd}$ $\cos \alpha \Rightarrow 1$
alınabilir.

HESAPLAMALARA İLİŞKİN GENEL BİLGİLER

- Sayıların Yuvarlatılması;

Hesaplamalar sırasında genellikle çarpma ve bölme işlemlerinde çıkan sonuçlar genellikle istenen sayıdaki basamaktan fazla olmaktadır.

Bu sonuçların istenen basamak sayısında olması için sayıların yuvarlatılması gerekir.

Yuvarlatma şu şekilde yapılır;

- Matematik bilimlerinde;

$(n). \text{basamak} \geq 5$ ise $(n). \text{basamak}$ atılır, $(n-1). \text{basamak}$ 1 artırılır

$(n). \text{basamak} < 5$ ise sadece $(n). \text{basamak}$ atılır.

- Mühendislik bilimlerinde;

$(n). \text{basamak} > 5$ ise $(n). \text{basamak}$ atılır, $(n-1). \text{basamak}$ 1 artırılır

$(n). \text{basamak} < 5$ ise sadece $(n). \text{basamak}$ atılır.

$(n). \text{basamak} = 5$ ise $(n). \text{basamak}$ atılır. Sistemik hata olmaması için yalnız $(n-1). \text{basamağın}$ tek sayı olması durumunda $(n-1). \text{basamak}$ 1 artırılır.

Günümüz modern hesaplama araçları matematik mantığına göre yuvarlatma yapmaktadır.

HATA TÜRLERİ

Hatalar oluşumları bakımından 3 gruba ayrılırlar;

- 1. KABA HATALAR
- 2. DÜZENLİ (SİSTEMATİK) HATALAR
- 3. RASTGELE (TESADÜFİ, RASTLANTISAL) HATALAR

KABA HATALAR

- Beklenen ölçü hatasını çok aşan büyüklükteki hatalardır.
- Uzunluk ölçüsündeki metre hatası, açı ölçüsündeki grad hatası, nivelmanda desimetre hatası, yanlış hedefe yöneltme vs. gibi hatalar bu türden hatalara girer.
- Bu hataları ortaya çıkarmak için büyüklükler en az 2 kez ya da daha çok sayıda gözlenir, kontrol ölçüleri yapılır.

DÜZENLİ (SİSTEMATİK) HATALAR

- Ölçüleri düzenli, çoğu zaman kurallı bir biçimde etkileyen hatalardır.
- Nivelmanda mira ölçek hatası, çelik şerit metrede sıfır nokta hatası, teodolitlerin açı dairelerindeki bölümleme hataları, elektronik uzunluk ölçerlerin ayar hataları, nivelmanda refraksiyon etkileri düzenli hatalardır.
- Düzenli hataların önemli özelliği değişmeyen koşullar altında eşit büyüklükler olarak ortaya çıkmalarıdır.
- Ölçü aletleri ayarlanarak ve uygun ölçme yöntemleri kullanılarak etkileri azaltılabilir.

RASTGELE (TESADÜFİ, RASTLANTISAL) HATALAR

- Ölçü hatalarının en önemli sınıfını ve dengeleme hesabının konusunu oluşturan hatalar gayet küçük miktarda olup düzensiz olarak ortaya çıkarlar.
- Bir ölçünün rastgele hatasının büyüklüğü ve işareti önceden kestirilemez.
- Bu hatalar ölçme aletlerinin kusursuz olmaması, gözlemcinin algılama gücünün sınırlı ve sıcaklık, basınç, rüzgar gibi dış etkenlerin değişken olmasının doğal sonucudur.
- Bir ölçünün rastgele hatası çoğunlukla çok sayıda küçük rastgele hatalar toplamından oluşur.

- Örneğin bir doğrultu ölçüsünün hatası aletin nokta üzerine kurulup düzeçlenmesi, hedefe yöneltme ve okuma işlemlerindeki hataların toplamına eşittir.
- Ölçü sayısının büyük olması durumunda rastgele hataların dağılımı ortaya konabilir.

DUYARLIK ÖLÇÜTLERİ

- Doğruluk dendiğinde gerçek değere yaklaşım anlaşılır.
- Duyarlık ise çok sayıda yapılan ölçümün kendi aralarındaki tutarlığının bir göstergesidir.



- Duyarlık ve doğruluk ölçütleri ölçülerin ne denli güvenilir oldukları konusunda bilgi vermek için tanımlanmıştır.
- Aynı bir büyüklüğün birden çok kez ölçülmesi durumunda elde edilen ölçü dizilerinden yararlanarak hesaplanır.

HATA

- Bir büyüklüğün gerçek değeri biliniyorsa gerçek hatadan söz edilir.
- Gerçek hata ε ile gösterilir.
- Gerçek hata (ε); bir büyüklüğe ait Ölçü Değeri (L) ile Gerçek Değeri (Y) arasındaki farktır.

$$\varepsilon = L - Y$$

- Gerçek değerin çoğunlukla bilinmediği ve hata hesabında gerçek değere en yakın olan **Kesin Değer (X)** kullanılır. Kesin değer formülü;

$$X = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n}$$

- Görünün hataların (V) formülü ise aşağıdaki gibidir. Görünen hataların toplamı sıfır olmalıdır.

$$V = L - X$$

HATA SINIRI

- Hata ile düzeltme miktarı ters işaretlidir.
- Örneğin bir üçgenin iç açıları 200.0042 grad bulunmuş ise üçgen açıları 42cc'lik hatalıdır. Düzeltme miktarı hatanın ters işaretlisi olup -42cc'dir.
- Ölçüler yapılan hatanın dağıtılabilmesi için hatanın belirli bir değeri aşmaması gerekir. Bu değere **hata sınırı** denir.
- Hata sınırı Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliğinde belirtilmiştir.
- Hata sınırının aşılması durumunda ölçüler kaba hatalı anlamına gelmektedir ve ölçü tekrarlanmaktadır.

DOĞRULUK ÖLÇÜTLERİ

- Her ölçü yapıldığında elde edilen doğruluk derecesi hakkında bilgi sahibi olmak istenir. Bu nedenle ölçü değerleri ve doğruluk derecesinin belirtilmesi, bunlarla yapılacak ileriki işlemleri daha anlamlı kılmaktadır.
- Doğruluk ölçütleri;
 - Muhtemel (Olasılıklı) Hata (r)
 - Mutlak Hatalar Ortalaması (t)
 - Karesel Ortalama Hata (m)
 - Bağlı (Rölatif) Hata

MUHTEMEL (OLASILIKLI) HATA

- Mutlak hatanın tespit edilebilmesi için hatalar mutlak değerlerine göre sıralanır.
- Yapılan n sayıdaki ölçme işleminde n sayısı tek ise ortadaki muhtemel hata değeri, n sayısı çift ise ortada kalan iki hata değerinin ortalaması muhtemel hatayı vermektedir.

$$n \rightarrow \text{tek} \rightarrow r = \pm \left| \varepsilon \right|_{\frac{n+1}{2}}$$

$$n \rightarrow \text{çift} \rightarrow r = \pm \frac{\left| \varepsilon \right|_{\frac{n}{2}} + \left| \varepsilon \right|_{\frac{n+1}{2}}}{2}$$

MUTLAK HATALAR ORTALAMASI

- Aynı şartlar altında yapılmış n sayıdaki ölçme işleminin gerçek $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ ve görünen $(V_1, V_2, \dots, V_n)$ hatalarının mutlak değerce aritmetik ortalaması ile mutlak hata (t) hesaplanır.

$$t = \pm \frac{|\varepsilon_1| + |\varepsilon_2| + \dots + |\varepsilon_n|}{n} = \pm \frac{[\varepsilon]}{n}$$

$$t = \pm \frac{|V_1| + |V_2| + \dots + |V_n|}{n} = \pm \frac{[V]}{n}$$

KARESEL ORTALAMA HATA

- Ortalama hata olarak da bilinen karesel ortalama hata (m), ölçülerin doğruluk derecesi hakkında daha doğru tespitler yapılmasını sağlamaktadır.
- En çok kullanılan doğruluk ölçütü olup ilk defa Gauss tarafından tanımlanmıştır.
- Gerçek hataların karelerinin ortalamasının karekökü şeklinde hesaplanır.

$$m = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2}{n}} = \pm \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}$$

$$m = \pm \sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{n-1}}$$

BAĞIL (RÖLATİF) HATA

- Bağıl (rölatif) hata; karesel ortalama hatanın (m), kesin değere (X) oranıdır ve paydaki değer 1 olacak şekilde oran oluşturulur.
- Bağıl Hata= $\frac{1}{\left(\frac{X}{m}\right)}$

ÖLÇEK

- ÖLÇEĞİN ÖNEMİ:

Harita yapımında, arazide ölçülen uzunlukların bir kağıda gerçek büyüklükte çizilmesi mümkün değildir.

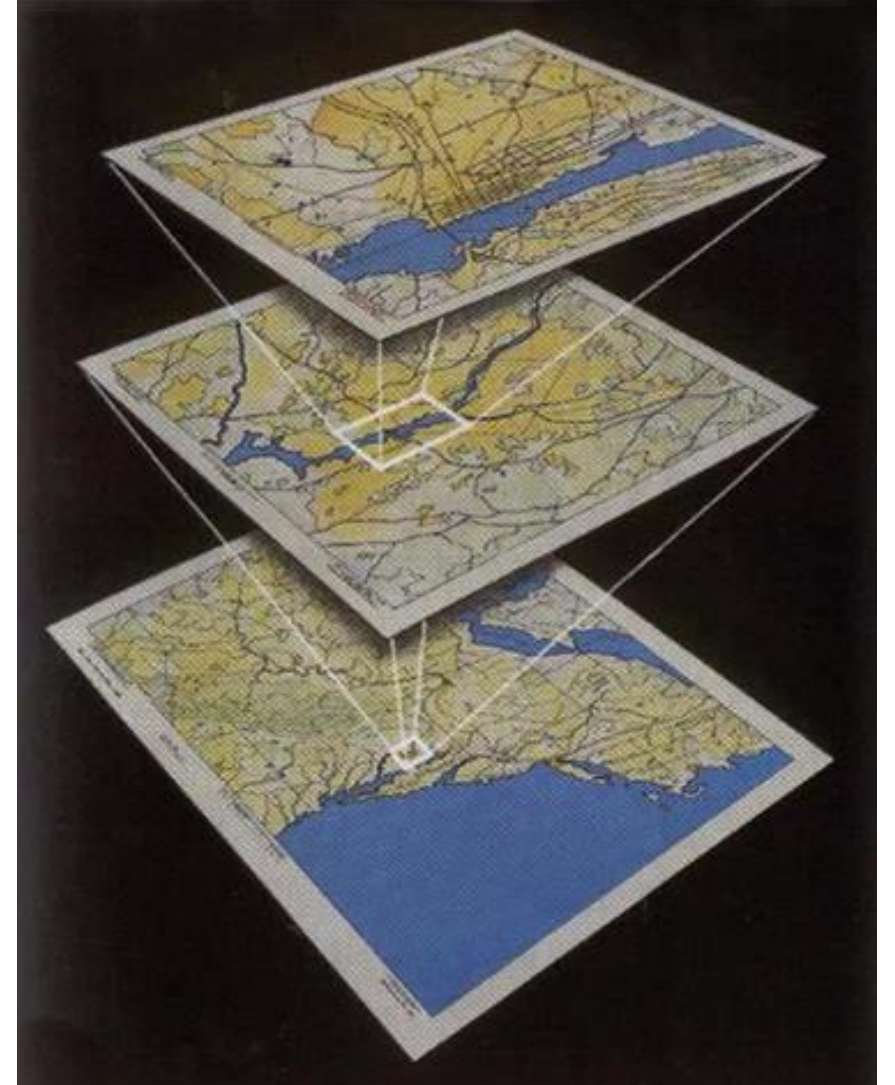
Dolayısıyla; yeryüzünün tamamının veya bir kısmının kuşbakışı görünümü küçültülerek çizilir.

Bu küçültme, doğruluğu artırmak için belli oranda yapılır. Burada sözü edilen oran, **harita ölçeği**dir.

- Harita ölçeği haritanın içeriğine etki eden önemli bir faktördür. Haritanın ölçeği ne kadar büyük olursa, içeriği de o kadar zengin, doğru, tam ve doğaya yakın olur. Buradan anlaşılacağı üzere ölçek; haritanın içeriğini, doğruluğunu ve aynı zamanda da kullanım, alanlarını belirleyen bir ölçüttür.
- Örneğin; küçük ölçekli haritalarda, büyük ölçekli haritalarda görülen tüm ayrıntılar gösterilemez. Ancak haritanın ölçeği ve kullanım amacı doğrultusunda önemli olarak değerlendirilen bazı ayrıntılar harita üzerinde yer alırlar. Bu durum, haritanın ölçeği küçüldükçe yapılan genelleştirme işlemi sonucu ortaya çıkar.

ÖLÇEĞİN TANIMI

- Ölçek; harita üzerinde seçilen iki nokta arasındaki uzunluğun, yeryüzünde aynı iki nokta arasındaki yatay uzunluğuna oranıdır (Aynı ölçü biriminde).
- Arazi üzerinde ölçeceğimiz bir uzunluğu, arzu edilen bir orana göre küçülterek kağıt üzerine çizebilmek için, ölçülen uzunluk ile çizilecek uzunluk arasında kurulacak orana **ölçek** denir.



SAYISAL HARİTA ÖLÇEĞİ

- Harita ölçeği; çoğunlukla bir kesir ile ifade edildiğinden, sayısal harita ölçeği olarak tanımlanır.
- Matematiksel olarak;

Harita Ölçeği = Harita Uzunluğu / Arazi Uzunluğu = HU / AU
şeklinde ifade edilir.

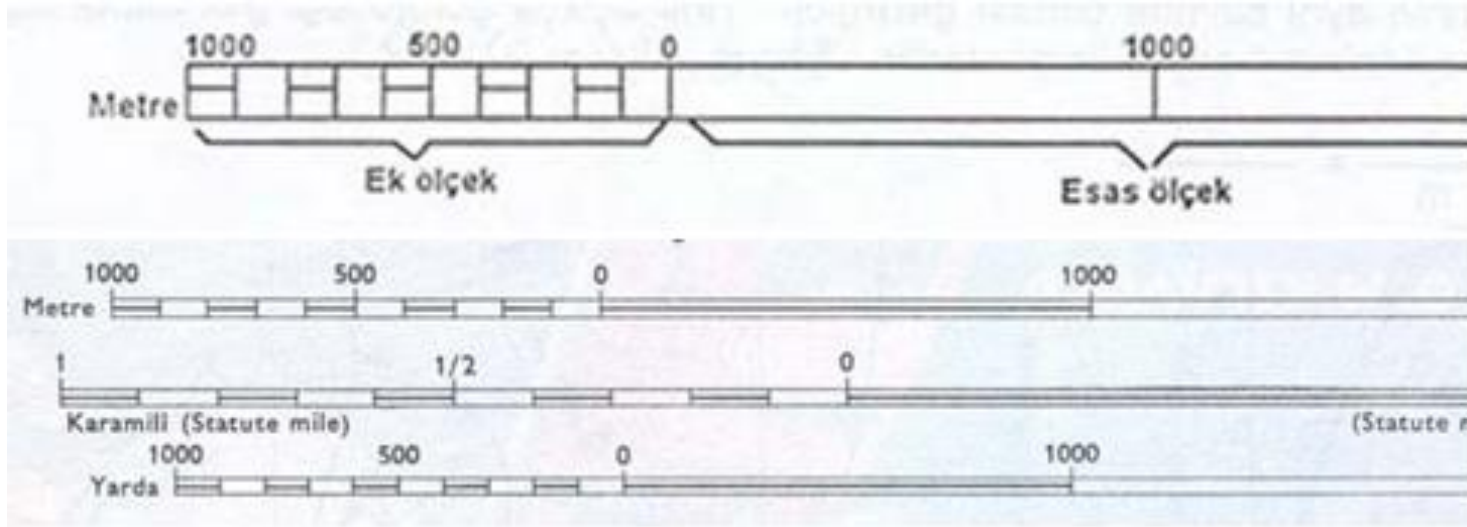
- Harita ölçeğinin büyük mü, yoksa küçük mü olduğu sayısal harita ölçeğini veren kesirden anlaşılır.
- Genel kural olarak ölçek sayısı büyüdükçe haritanın ölçeği küçülür.
- Örneğin; $1/10000$ büyüktür $1/20000$ den harita ölçeği belli ise bu harita üzerinde ölçülen her uzunluğa karşı gelen yatay uzunluk kolaylıkla belirlenebilir;

ÇİZGİSEL ÖLÇEK (GRAFİK ÖLÇEK)

- Harita üzerinde ölçülen uzunlukları, arazi uzunluğuna sayısal ölçek yardımıyla çevirmek için hesaplama yapmak gerekir. Bu hesaplarla uğraşmamak için her haritada sayısal ölçek değerinin yanında, genellikle haritaların alt kitabesinin dışında çizgisel ölçek bulunur.
- Çizgisel ölçek, haritadaki uzunlukların gerçek arazi uzunlukları olarak ölçülebildiği, harita üzerine basılmış bir cetveldir. Cetvelin bir (0) başlangıç noktası mevcuttur. Bu noktadan sağa doğru; uzunluk ölçüsünde kullanılması olası uzunluk birimlerine göre (km, kara mili, deniz mili, yarda) harita ölçeği dikkate alınarak bölümler işaretlenmiştir. Bu bölüme esas Ölçek denir. Sıfır noktasından sola doğru ana ölçeğin ondaları gösterilmiştir. Bu bölüme de ek ölçek denir ve uzunlukları daha doğru (ondalarına kadar doğrudan) ölçmeye yarar.

- Örnek: 1/25 000 ölçekli bir haritada metre uzunluk ölçü biriminde bir çizgisel ölçek çizilmesi için önce 12 cm uzunluğunda ve 1,5 mm aralıkta iki paralel çizgi çizilir.
- Bu önce 4 cm'lik bölümlere ayrılır, ($m = 25000$, $HU = 4$ cm $AU = HU \times m = 100000$ cm = 1000 m). Sol uçtan bir sonraki 4 cm'lik bölüme sıfır (0) ve sağa doğru devamla (1000 m) ve (2000 m) rakamları yazılır.
- Sıfır başlangıç noktasının solunda kalan bölüm ise on eşit kısma ayrılır.

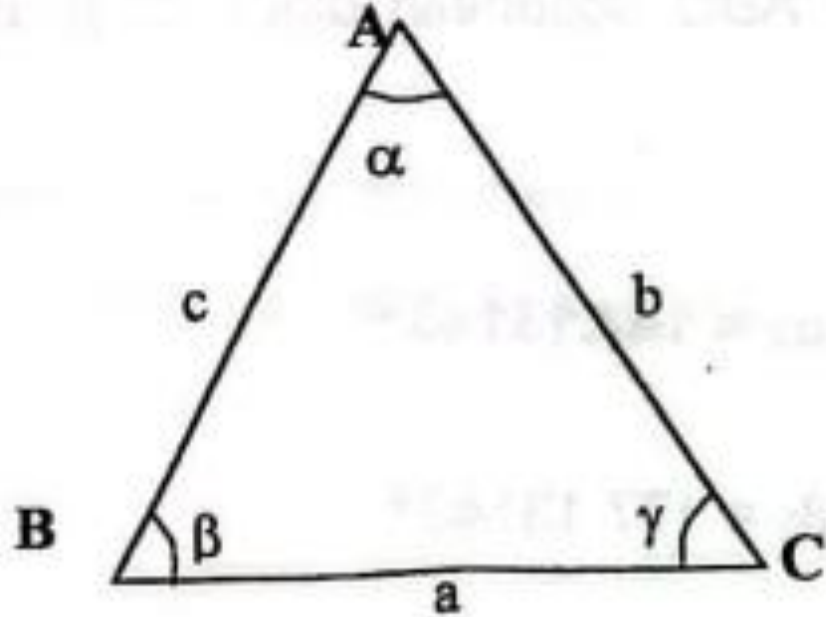
- Bu kısımdaki her bölüm 4 mm olacağına göre, 100 m'ye karşılık gelmektedir. Burada sıfırın soluna doğru 100'er artacak şekilde rakamlar yazılır veya yalnızca sıfır ile 1000 rakamı arasına 500 yazılır. Bunlar arasındaki küçük parçalar gerekirse sayılarak bulunur. Haritaların çoğunda kullanılan çeşitli uzunluk birimlerinde, (metre, mil, yarda vb.) birden fazla çizgisel ölçek bulunur .



DÜZLEM ÜÇGENLERİN ÇÖZÜMLERİ

- Düzlem trigonometride bir üçgenin çözülebilmesi ya da çizilebilmesi için temel 6 elemanından (üç kenar, üç açı) en az biri kenar olmak üzere herhangi üçünün bilinmesi zorunludur. Bilinen elemanların durumuna göre dört ayrı üçgen çözümü olabilir.

İki açı ve bu iki açı arasındaki kenar verildiği durumlarda (AKA);



Verilenler: β, a, γ

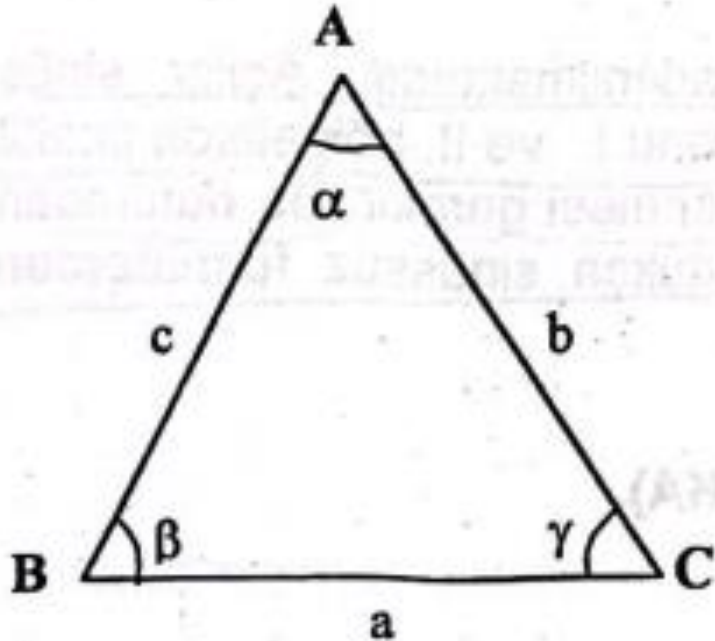
İstenenler: b, c, α

Çözüm:

$$\alpha = 200^{\circ} - (\beta + \gamma)$$

$$b = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \beta; \quad c = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \gamma$$

Üçgenin iki kenarı ve bu iki kenar arasındaki açı verilmiş ise(KAK);



Verilenler: a, γ, b

İstenenler: c, α, β

Çözüm:

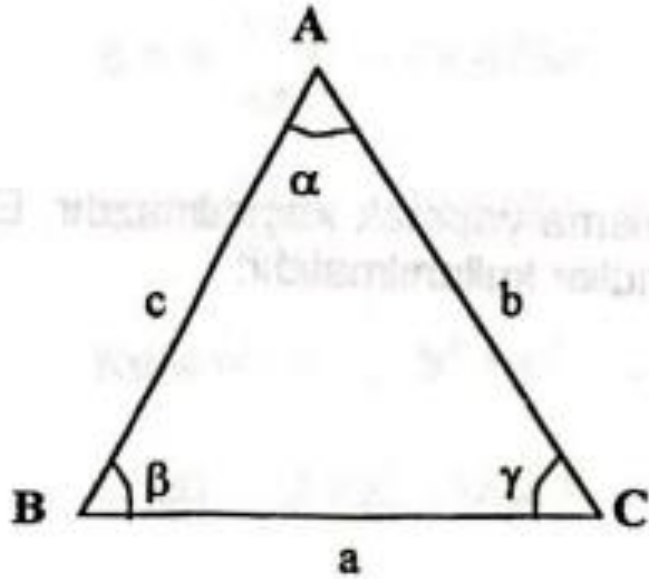
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a * b * \cos \gamma$$

ve sinüs teoreminden α, β bulunur

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\text{Kontrol: } \beta + \gamma + \alpha = 200^\circ$$

İki kenar ve bunlardan birisi karşısındaki bir açı verilmiş ise (KKA);



Verilenler: a, c, γ

İstenenler: b, α, β

Çözüm:

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$$

$$\beta = 200^\circ - (\gamma + \alpha)$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

Üçgenin üç kenarı verilmiş ise (KKK);

Verilenler: a, b, c

İstenenler: α, β, γ

Çözüm:

$$\cos \alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2cb}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Kontrol: $\alpha + \beta + \gamma = 200^\circ$

