VEKTÖR OTOREGRESYON MODELLERİ

PROF.DR. VEDAT CEYHAN

DOÇ.DR. ORHAN GÜNDÜZ

VAR modelinin özellikleri (1)

- Simms (1980) tarafından önerilmiştir
- Çok değişkenli zaman serisi modelidir.
- Tek değişkenli otoregresif sürecin bir uzantısıdır.
- Ekonomik zaman serilerinin dinamik davranışlarını tanımlar
- Değişkenler arasındaki karşılıklı bağımlılığı gösterir.
- Seçilmiş bir değişkenin gelecekte takip edeceği potansiyel yolları tahmin eder.

VAR modelinin özellikleri (2)

- Tek değişkenli modeller ile teoriye dayanan eşanlı denklem modellerinden daha iyi tahminler üretebilirler.
- Yapısal model üzerinde herhangi bir kısıtlama getirmeksizin dinamik ilişkileri verebilmektedir (Keating,1990).
- Herhangi bir iktisat teorisinden yola çıkarak, değişkenlerin içsel-dışsal ayrımını gerektirmediği için, eşanlı denklem sistemlerinden farklılaşmaktadır (Wojciech ve Derek, 1992).

VAR modelinin özellikleri (3)

- VAR modelinde bütün değişkenler, kendi gecikmeleri ve diğer tüm değişkenlerin gecikmelerine bağlı olarak ele alınırlar.
- VAR modellerinde bağımlı değişkenlerin gecikmeli değerlerinin yer alması, geleceğe yönelik güçlü tahminlerin yapılmasını mümkün kılmaktadır (Kumar,ve ark., 1995).
- Tanımlama yapmak ve tahminde kullanılmak dışında VAR modelleri yapısal çıkarımlarda ve politika analizlerinde kullanılabilirler.

VAR modelinin özellikleri (4)

- VAR modelleri değişkenler arasında eş bütünleşme (cointegration) olmadığında ve durağanlığı sağlanmış serilerde kullanılmaktadır.
- Değişkenler eş bütünleşik ise, hata düzeltme modeli (VEC modeli) tahmin edilmektedir.

Avantajları

- Modele dâhil bütün değişkenlerin etkisini dikkate alması,
- Değişkenler arasındaki dinamik ilişkileri modellemesi ve tahmin etmesi,
- Engle ve Granger'in önerdiği eş bütünleşme yaklaşımının kısıtlılıkları olmaksızın eş bütünleşme testini gerçekleştirebiliyor olması,
- Bağımlı değişkenin seçiminde kayıtsız kalınabilmesi.

TEORİK ÇERÇEVE

VAR modelinin genel yapısı

$$Y_t = \delta + \theta Y_{t-1} + \epsilon_t$$

Değişkenler vektörü

Sabit terimler vektörü

Katsayılar matrisi

Hata terimi
-normal dağılıyor
-ortalaması sıfır
-varyansı sabit
- gecikmeli değerleriyle kovaryansı sıfır

Birinci dereceden vektör otoregresyon modeli [VAR(1)]

(Denklem 3.1) $Y_t = b_{10} - b_{12} Z_t + \gamma_{11} Y_{t-1} + \gamma_{12} Z_{t-1} + \varepsilon_{yt}$

(Denklem 3.2) $Z_t = b_{20} - b_{21} Y_t + \gamma_{21} Y_{t-1} + \gamma_{22} Z_{t-1} + \varepsilon_{zt}$

Yapısal vektör otoregresyon modelleri

Yapısal değişimleri gösterir

- Y_t ve Z_t serileri *durağan* olmalıdır;
- ε_{yt} ve ε_{zt} sırasıyla σ_y ve σ_z standart sapmaları ile *akgürültü* olmalıdır;
- ε_{yt} ve ε_{zt} birbirinden *bağımsız* olmalıdır.

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (2)

b_{11}	Y_t serisi üzerindeki X_t serisinin bir birim değişiminin aynı dönemdeki etkisini göstermektedir
b_{12}	v_{xt} sürecinin Y_t serisi üzerinde dolaylı etkisi
b_{21}	v_{yt} sürecinin Z_t serisi üzerinde aynı dönemde dolaylı etkisi
b_{22}	X_t serisi üzerindeki Y_t serisinin bir birim değişiminin aynı dönemdeki etkisini göstermektedir

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (3): matris gösterimi

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (4): kapalı form

$$\mathbf{B}\,\mathbf{X}_t = \mathbf{\Gamma}_0 + \mathbf{\Gamma}_1\,\mathbf{X}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} \qquad \mathbf{\Gamma}_0 = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (5): Otoregresyon modelinin standart biçimi

- Kapalı form $\mathbf{B}^{-1}$ ile çarpıldığında VAR(1) modelinin standart biçimi elde edilmektedir.

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\,\mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{e}_t \qquad \text{(denklem 3.3)}$$

- Bu denklemde

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{B}^{-1}\,\boldsymbol{\Gamma}_0\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}^{-1}\,\boldsymbol{\Gamma}_1\mathbf{e}_t = \mathbf{B}^{-1}\,\boldsymbol{\varepsilon}_t \qquad \text{biçimindedir.}$$

$\mathbf{A}_0$ vektörünün i'inci öğesi a_{i0} ile, $\mathbf{A}_1$ matrisinin i'inci satır ve j'inci sütunu a_{ij} ile, $\mathbf{e}_t$ vektörünün i'inci öğesi ise e_{it} ile gösterildiğinde

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (6)

$$Y_t = a_{10} + a_{11} Y_{t-1} + a_{12} Z_{t-1} + e_{1t} \qquad (3.4)$$

$$e_{1t} = (\varepsilon_{yt} - b_{12}\, \varepsilon_{zt}) / (1 - b_{12}b_{21}) \qquad (3.4a)$$

$$Z_t = a_{20} + a_{21} Y_{t-1} + a_{22} Z_{t-1} + e_{2t} \qquad (3.5)$$

$$e_{2t} = (\varepsilon_{zt} - b_{21}\varepsilon_{yt}) / (1 - b_{12}b_{21}) \qquad (3.5a)$$

VAR(1) modelinin standart biçimi

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (7)

- $Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$ birinci dereceden otoregresyon modelinde durağanlık koşulu, mutlak değer olarak a_1 katsayısının 1'den daha küçük olmasını gerektirmektedir. (3.3) numaralı denklemin birinci dereceden vektör otoregresyon modelindeki $\mathbf{A}_1$ matrisi ile bu durağanlık koşulu arasında doğrudan bir benzerlik vardır. (3.3) numaralı modele *geriye doğru iterasyon* uygulanırsa,

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (8)

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{X}_{t-2} + \mathbf{e}_{t-1}) + \mathbf{e}_t$$

$$\mathbf{X}_t = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_1)\mathbf{A}_0 + A_1^2 \mathbf{X}_{t-2} + \mathbf{A}_1\mathbf{e}_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

denklemi elde edilir. Burada **I**, (2x2) boyutlu birim matris olmaktadır. n iterasyondan sonra,

$$\mathbf{X}_t = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_1 + \ldots + \mathbf{A}_1^{\mathbf{n}}) \mathbf{A}_0 + \sum_{i=0}^{n} A_1^i e_{t-i} + A_1^{n+1} \mathbf{X}_{t-n-1}$$

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (9)

. n sonsuza gittiğinde $\mathbf{A}_1^{\mathbf{n}}$ terimi *yakınsaklıktan* dolayı sıfır olacaktır. Dolayısıyla *durağanlık koşulu* altında,

$$\mathbf{X}_t = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1^2 + \ldots)\,\mathbf{A}_0 + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$$

$$\mathbf{X}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_1)^{-1}\,\mathbf{A}_0 + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$$

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$$

olur.

VAR(1) modelinin teorik çerçevesi (10)

$\Delta = (1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}$ olmak koşulu ile,

$$\mathbf{X}_t = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} 1-a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & 1-a_{11} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$$

$$= \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} a_{10}(1-a_{22})+a_{12}a_{20} \\ a_{20}(1-a_{11})+a_{21}a_{10} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}$$

ve $\bar{y} = (a_{10}(1-a_{22}) + a_{12}a_{20}) / \Delta$, $\bar{z} = (a_{20}(1-a_{11}) + a_{21}a_{10}) / \Delta$, $\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}$

olmak üzere,

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{A}_1^i \mathbf{e}_{t-i} \quad (3.6)$$

biçiminde yazılabilmektedir [41].

dVAR(p)'nin teorik çerçevesi (1)

- Sistemde **$(d^2p)+d$** tane bilinmeyen parametre
- Birinci dereceden standart vektör otoregresyon modelinde sabit terimler ihmal edildiğinde vektör otoregresyon modelinin,

$$\mathbf{X}_t = \phi\, \mathbf{X}_{t-1} + \varepsilon_t$$

- biçiminde yazılabileceği bilinmektedir. Burada ϕ, katsayılar matrisi; $\mathbf{X}_t$, değişkenler vektörü ve ε_t terimi ise rasgele hatalar vektörü olmaktadır.

dVAR(p)'nin teorik çerçevesi (2)

Herhangi durağan bir seri, (3.6) numaralı denklemde de gösterildiği gibi, sonsuz dereceden hareketli ortalama (MA) süreci biçiminde yazılabileceğinden, $\mathbf{X}_t$ durağan serileri içeren bir vektör olmak üzere,

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_t + \boldsymbol{\theta}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1} + \boldsymbol{\theta}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_{t-2} + \ldots$$

$$= \boldsymbol{\theta}(L)\, \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

denklemine ulaşılabilmektedir. Burada,

$$\boldsymbol{\theta}(L) = \boldsymbol{\phi}(L)^{-1}$$

$$= 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \ldots$$

olmaktadır.

Wold gösterimi

dVAR(p)'nin teorik çerçevesi (3)

Wold gösteriminde

L gecikme sayacı (lag operator)
$\boldsymbol{\varepsilon}_t$ *akgürültü vektörü* (herbir ε_t teriminin ortalaması sıfır, birbirleri arasındaki kovaryansı sıfır ve varyansı sabit)

Bu gösterimde; $\mathbf{X}_t$ değişkenler vektörü, hata terimlerinin bir başka deyişle değişimlerin geçmiş ve şu anki değerleri cinsinden ifade edilmektedir.

dVAR(p)'nin teorik çerçevesi (4)

. Durağan seriler sonsuz dereceden vektör otoregresyon modeli cinsinden yazıldığında ise,

$$\mathbf{X}_t = \phi_1 \mathbf{X}_{t-1} + \phi_2 \mathbf{X}_{t-2} + \dots + \boldsymbol{\varepsilon}_t \qquad (3.7)$$

biçiminde olduğu bilinmektedir. Burada $\mathbf{X}_t$ değişkenler vektörü kendi geçmiş değerleri ve ak gürültü hata terimi vektörü ile ifade edilmektedir. (3.7) numaralı denklem,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots) \mathbf{X}_t$$

$$= \phi(L) \mathbf{X}_t \qquad , t = 1, 2, \dots , T \qquad (3.8)$$

biçiminde de yazılabilmektedir

dVAR(p)'nin teorik çerçevesi (5)

(3.7) numaralı denklem p'inci gecikmeli terime kadar gittiği varsayılırsa bu denklemin kapalı biçimi,

$$\mathbf{X} = \pi\,\mathbf{W} + \mathbf{V}$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Burada,

$$\mathbf{X} = [\ \mathbf{X}_1 \quad \mathbf{X}_2 \quad \ldots \quad \mathbf{X}_T\ ]_{(dxT)}$$

$$\pi = [\ \phi_1 \quad \phi_2 \quad \ldots \quad \phi_p\ ]_{(dxdp)}$$

$$\mathbf{W} = [\ \mathbf{X}_{t-1} \quad \mathbf{X}_{t-2} \quad \ldots \quad \mathbf{X}_{t-p}]_{(dpxT)}$$

$$\mathbf{V} = [\ \boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad \boldsymbol{\varepsilon}_2 \quad \ldots\ \boldsymbol{\varepsilon}_T\ ]_{(dxT)}$$

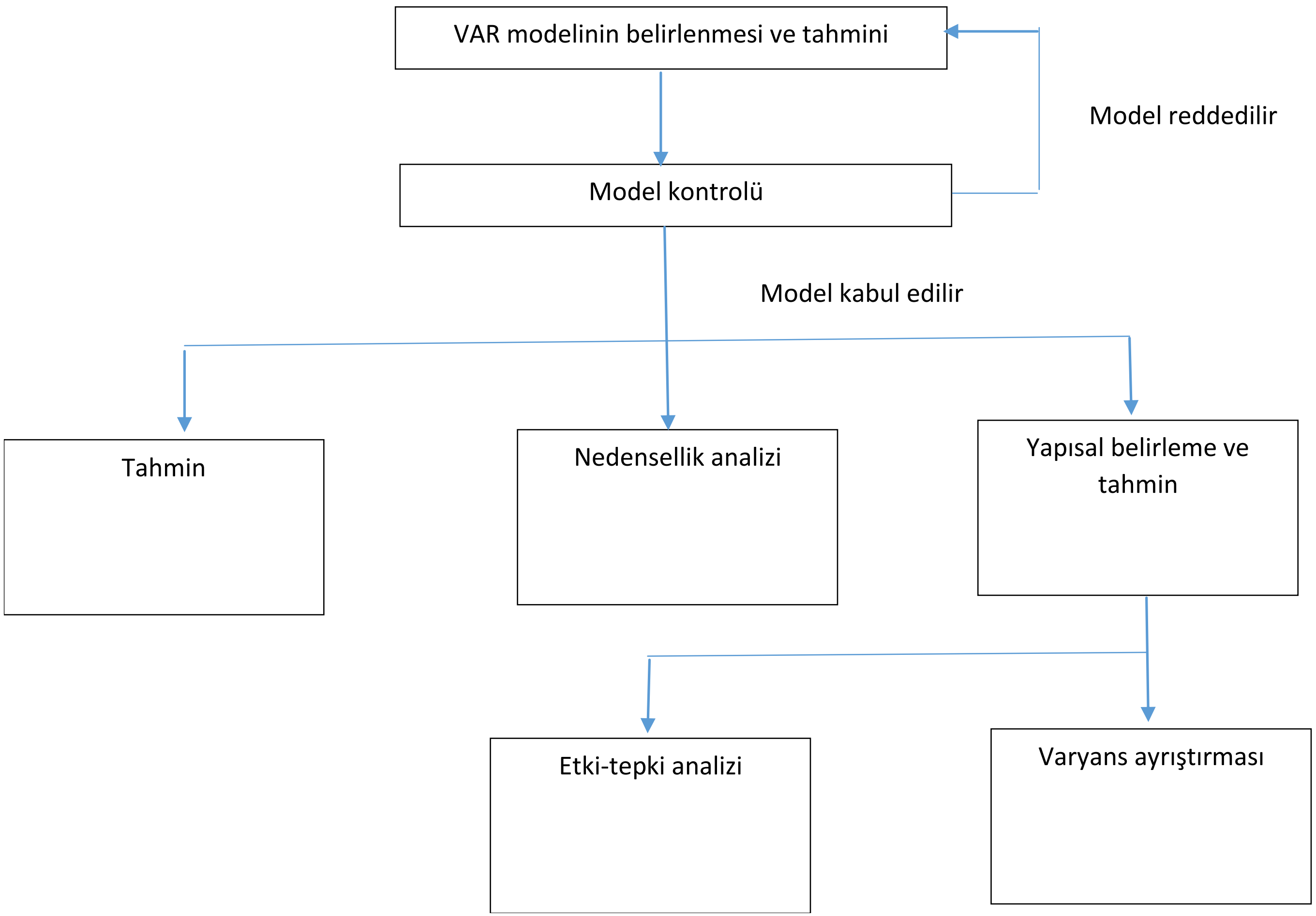
matrisleridir. π matrisi üzerine hiçbir kısıt konulmadığında π matrisinin asimptotik EKK tahmini ve en çok olabilirlik tahmini $\hat{\pi}$,

$$\hat{\pi} = \mathbf{W}\,\mathbf{X}'\,(\,\mathbf{W}\,\mathbf{W}'\,)^{-1}$$

biçiminde aynı olmaktadır. $\hat{\pi}$ tahmininin, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ hata teriminin varyans kovaryans matrisinden bağımsız olduğuna dikkat edilmelidir

VAR MODELİNİN GENEL ÇERÇEVESİ VE AŞAMALARI

VAR Analizinin Genel Çerçevesi



VAR Analizinin Aşamaları

Birinci aşama: Normal dağılıma uygunluğunun belirlenmesi

İkinci Aşama: Durağanlığının ve eş bütünleşmenin değerlendirilmesi

Üçüncü aşama: Modelin derecesinin (gecikme sayısının) belirlenmesi

Dördüncü aşama: VAR modelinin tahmini

Beşinci aşama: VAR modelinin değerlendirilmesi

Altıncı aşama: Değişkenlerin karşılıklı etkileşiminin belirlenmesi

Yedinci aşama: Öngörü yapılması

Sekizinci aşama: Şokların etkilerinin belirlenmesi

Normalliğin değerlendirilmesi

- Normallik testleri
  1. Kolmogorov Smirnov testi
  2. Ki kare normallik testi
  3. Anderson Darling testi
  4. Shapiro Wilk ……………
- Dönüşümler

  Logaritmik

  Karekök

  Box-Cox dönüşümü

Not: Normalleşmiyor ise logaritmik dönüşümle devam edilebilir.

Durağanlığın ve eş bütünleşmenin değerlendirilmesi

- Durağanlık kontrolü

  1. Korelogram(ACF ve PACF)
  2. Birim kök testleri (Dickey Fuller, Phillips-Perron testi)

- Eş bütünleşmenin kontrolü

  Johanson eş bütünleşme testi

Modelin derecesinin (optimum gecikme sayısının) belirlenmesi

- Akaike bilgi kriteri (AIC)
- Shwarz bilgi kriteri (BIC)
- Hannan ve Quinn kriteridir (HQ)

KÜÇÜK DEĞERLER TERCİH EDİLİR……….

Kriterler farklı sonuç verdiğinde, fikir birliğine dikkat edilir.

Örnek olay (1)

Gecikme	AIC	BIC	HQC
1	**4,582769**	**4,682065**	**4,622957**
2	4,999687	5,165179	5,066666
3	4,883780	5,115469	4,977550
4	4,857118	5,155005	4,977680

Modelin derecesi (optimum gecikme sayısı) "1" dir. VAR(1)

Örnek olay (2)

Gecikme	AIC	BIC	HQC
1	5,582769	5,682065	5,622957
2	4,999687	5,165179	5,066666
3	4,883780	**5,115469**	**4,977550**
4	**4,857118**	5,155005	4,977680

Modelin derecesi (optimum gecikme sayısı) "3" dir. VAR(3)

VAR modelinin tahmini

- Geleneksel algoritma
- Simülasyona dayalı tahmin
- Zincir kuralı (chain rule)
- En küçük kareler metodu (YAYGIN)

VAR modelinin değerlendirilmesi

- Katsayıların değerlendirilmesi

  t-testi

- Katsayıların stabilitesinin değerlendirilmesi

  Özdeğerler (eigenvalues)

  ÖD = 0 (sistem stabil)

  ÖD = 1 (sistem stabil değil)

- Hata terimlerinin seri korelasyonunun değerlendirilmesi

  Lagrange çarpanı testi (Ki-kare dağılımı kullanılır)

  H_0: Hata terimleri seri korelasyon içinde değildir (otokorelasyon yoktur)

  H_1: Hata terimleri seri korelasyon içindedir (otokorelasyon vardır)

Değişkenlerin zaman içinde birbirini etkileyip etkilemediğinin belirlenmesi

- Granger Nedensellik Çözümlemesi

1. β_{XY1}ve β_{YX1} katsayılarının bloklarının sıfırdan farklı olup olmadığı test edilir.

2. Başlangıç hipotezi Wald'ın standart F testi veya X^2 testi ile test edilir.

$$H_0: \beta_{YX1} = \beta_{YX2} = \cdots = \beta_{XYp} = 0$$

2 Değişkenli VAR modeli için Granger kombinasyonları

	Kabul $\beta_{YX1} = \beta_{YX2} = \cdots = \beta_{XYS}$	Red $\beta_{YX1} = \beta_{YX2} = \cdots = \beta_{YXS}$
Kabul $\beta_{XY1} = \beta_{XY2} = \cdots = \beta_{XYS}$	$Y \nRightarrow X$ $X \nRightarrow Y$ Granger nedenselliği yok	$Y \nRightarrow X$ $X \Rightarrow Y$ X, Y'nin Granger sebebidir
Red $\beta_{XY1} = \beta_{XY2} = \cdots = \beta_{XYS}$	$Y \Rightarrow X$ $X \nRightarrow Y$ Y, X'in Granger sebebidir	$Y \Rightarrow X$ $X \Rightarrow Y$ Y ve X arasında karşılıklı nedensellik ilişkisi var.

Değişken sayısı 3 olduğunda kombinasyon sayısı 36 olur. Bu sebeple değişken sayısı arttıkça birleştirilmiş hipotez test edilir.

VAR modeliyle öngörü

- Öngörü grafikleri kullanılır.

  Değişkenlerin izleyeceği yol öngörülür.

Şokların değişkenler üzerindeki etkilerinin belirlenmesi

- Etki-tepki fonksiyonları (impulse response function)

Modelde yer alan değişkenlerin hata terimlerinde meydana gelecek şokların, diğer değişkenler üzerindeki etkisini ortaya koyar.

- Varyans ayrıştırması (Variance decomposition)

Bir değişkenin hata teriminde meydana gelecek şokun diğer değişkenler tarafından açıklanma oranını gösterir.

Etki-tepki fonksiyonları (1)

Y_t ve Z_t serileri arasındaki etkileşimleri incelemek için *hareketli ortalama (VMA) gösterimi* kullanılır.

VAR modeli vektör hareketli ortalama hareketli ortalama gösterimi ε_{yt} ve ε_{zt} serileri cinsinden,

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \phi_{11}(i) & \phi_{12}(i) \\ \phi_{21}(i) & \phi_{22}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt-i} \\ \varepsilon_{zt-i} \end{bmatrix}$$

kapalı biçimde ise,

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \sum_{\mathbf{i}=0}^{\infty} \phi_{\mathbf{i}} \varepsilon_{\mathbf{t-i}} \qquad (4.7)$$

şeklinde yazılabilmektedir.

Etki-tepki fonksiyonları (2)

- ϕ_i katsayıları, Y_t ve Z_t serilerinin zaman içindeki hareketleri üzerindeki ε_{yt} ve ε_{zt} serilerinin sıçrayışlarının etkilerini genelleştirmek amacıyla kullanılmaktadır.
- $\phi_{jk}(0)$ matrisinin dört elemanı *etki çarpanı*dır.
- $\phi_{12}(0)$, aynı dönemde ε_{zt} serisindeki bir birimlik değişikliliğin Y_t serisi üzerindeki etkisini gösterir.
- $\phi_{11}(1)$ ve $\phi_{12}(1)$ öğeleri sırasıyla ε_{yt-1} ve ε_{zt-1} bir dönemlik gecikmelilerinin bir birimlik değişimlerinin Y_t serisi üzerindeki etkisini belirtmektedir.
- Bir dönem güncelleştirildiğinde $\phi_{11}(1)$ ve $\phi_{12}(1)$, sırasıyla ε_{yt} ve ε_{zt} hata terimlerinin bir birimlik değişikliklerinin y_{t+1} üzerindeki etkisini ifade etmektedir.

Etki-tepki fonksiyonları (3)

ε_{yt} ve/veya ε_{zt} teriminin birikimli etkileri, *etki tepki fonksiyonlarının indisleri* uygun katsayılarının toplamından elde edilmektedir.

Örneğin, n dönem sonra y_{t+n} üzerindeki ε_{zt} *değişiminin etkisinin* $\phi_{12}(n)$ öğesi olduğu bilinmelidir.

Dolayısıyla, n dönem sonra Y_t serisinin üzerindeki ε_{zt} teriminin *etkilerinin birikimli toplamı*, $\sum_{i=0}^{n} \phi_{12}(i)$ olmaktadır.

n sonsuza gittiğinde *uzun dönem etki çarpanı* elde edilmektedir.

Etki-tepki fonksiyonları (4)

Y_t ve Z_t serileri durağan olarak kabul edildiğinden, tüm j ve k durumları için, $\sum_{i=0}^{\infty} \phi_{jk}^{2}(i)$ toplamı sonlu olmaktadır.

$\phi_{11}(i)$, $\phi_{12}(i)$, $\phi_{21}(i)$ ve $\phi_{22}(i)$ katsayılarına *etki tepki fonksiyonu* adı verilmektedir.

Etki tepki fonksiyonunun grafiğinin çizilmesi ($\phi_{jk}(i)$ katsayılarına karşılık i'ler), serilerdeki çeşitli sıçrayışları açıklayabilmek ve serilerin tepkilerini görüntüleyebilmek açısından kullanışlı bir yöntemdir.

Etki tepki fonksiyonunun tanımlanabilmesi için vektör otoregresyon sistemi üzerine kısıt getirilmesi gerektiği unutulmamalıdır.

Varyans ayrıştırması (1): *Choleski ayrıştırması*

- Aynı dönemde Y_t serisinin Z_t serisi üzerinde hiçbir etkisi yoksa, sisteme b_{21}=0 kısıtının getirilmektedir. (4.6) numaralı denklemin terimleri cinsinden hata terimleri,

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\,\varepsilon_{zt} \qquad \textbf{(4.8)}$$

$$e_{2t} = \varepsilon_{zt} \qquad \textbf{(4.9)}$$

- biçiminde ayrıştırılabilmektedir. Dolayısıyla, (4.9) numaralı denklem kullanıldığında, e_{2t} serisindeki tüm gözlemlenmiş hatalar, ε_{zt} değişimine bağlı olmaktadır.

Varyans ayrıştırması (2)

- Hesaplanan ε_{zt} serisi kullanılarak e_{1t} serisinin bilinen değerleri ve e_{1t} ile e_{2t} serileri arasındaki korelasyon katsayısı ile birlikte (4.8) numaralı denklem uygulanarak ε_{yt} serisi elde edilmektedir.
- *Choleski ayrıştırması*, ε_{yt} hata teriminin Z_t serisine doğrudan bir etkiye sahip olmasını engelleyen ama Y_t serisinin geçmiş değerlerinin Z_t serisinin o andaki değerlerini dolaylı olarak etkileyen bir sistem oluşturmaktadır.

Varyans ayrıştırması (3)

- Buradaki önemli nokta, ε_{zt} hata teriminin Y_t ve Z_t serileri üzerindeki aynı dönemdeki etkisi ile sistemde *tek yönlü ilişkinin* sağlanmasıdır.
- Bu nedenle (4.8) ve (4.9) numaralı denklemler, değişkenlerin birbirlerine olan etkileri bakımından sıralanmasını sağlamaktadır.
- Burada ε_{zt}, e_{1t} ile e_{zt} serilerini doğrudan etkilerken ε_{yt}, e_{zt} serisini etkilememektedir.

Varyans ayrıştırması (4)

- Değişkenlerin sıralanmasında e_{1t} ile e_{2t} arasındaki korelasyon katsayısının büyüklüğü önemli bir rol oynamaktadır.
- ρ_{12} ile gösterilen korelasyon katsayısı $\rho_{12}=\sigma_{12}/\sigma_1\sigma_2$ olmaktadır.
- Tahmin edilen model $\mathbf{\Sigma}$ matrisinin öğelerinin değerini vermektedir.
- Örneğin, $\rho_{12}=0$ olarak bulunduğunda *değişkenlerin sıralanması* önemsiz olmaktadır.
- Bu durumda (4.8) ve (4.9) numaralı denklemler,

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt}$$

$$e_{2t} = \varepsilon_{zt}$$

- biçimine dönmektedir.

Varyans ayrıştırması (5)

- Denklemler arasında korelasyon olmadığında Y_t ve Z_t serilerinin artıkları sırasıyla ε_{yt} ve ε_{zt} terimlerine eşit olmaktadır.
- $\rho_{12}=1$ olarak bulunduğunda ise $e_{1t} = \varepsilon_{zt}$ ve $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ biçiminde olmaktadır.
- Genellikle araştırmacılar ρ_{12} teriminin önemlilik testini yaparlarken $|\rho_{12}| > 0{,}2$ ise korelasyonun önemli olduğu sonucuna varmaktadırlar.
- Bu durumda *sıralama işlemi* yapılarak etki tepki fonksiyonu elde edilmektedir.
- Bu şekilde oluşturulacak modelden elde edilen sonuçlar ile sıralamanın tam tersi uygulanarak oluşturulan modelden elde edilen sonuçlar karşılaştırılır ve eğer sonuçlar farklı bulunursa, değişkenler arasındaki ilişkiler daha ayrıntılı bir şekilde incelenir.

Varyans ayrıştırması (6)

ε_{zt} srisi için,

. Hata [$\sigma_y(n)^2$] varyansı

ε_{yt} serisi için,

$$\frac{\sigma_y^2\left[\phi_{11}(0)^2+\phi_{11}(1)^2+\ldots+\phi_{11}(n-1)^2\right]}{\sigma_y(n)^2}$$

ε_{zt} serisi için,

$$\frac{\sigma_z^2\left[\phi_{12}(0)^2+\phi_{12}(1)^2+\ldots+\phi_{12}(n-1)^2\right]}{\sigma_z(n)^2}$$

Varyans ayrıştırması (7)

- Tahminin *hata varyansının ayrıştırılması*, diğer değişkenin değişimine karşılık değişkenin "kendi" değişimine göre, bir serinin hareketlerini ifade etmeye yaramaktadır.
- Eğer ε_{zt} değişimi tüm tahmin ekseninde Y_t serisinin tahmininin hata varyansını hiç açıklamıyorsa, bu durumda Y_t serisi *dışsaldır* denilmektedir. Y_t serisi dışsal ise, Y_t serisi ε_{zt} değişiminden ve Z_t serisinden *bağımsız* olarak hareket etmektedir.
- Bu durumun tam tersinde, yani ε_{zt} değişimi tüm tahmin ekseninde Y_t serisinin tahmininin hata varyansının hepsini açıklıyorsa, Y_t serisi tamamen *içsel* olmaktadır.

Varyans ayrıştırması (8)

- ε_{yt} ve ε_{zt} serilerini tanımlayabilmek için **B** matrisine kısıt getirmek gerekmektedir.
- (4.8) ve (4.9) numaralı denklemlerde kullanılan *Choleski ayrıştırması*, Z_t serisinin bir dönem geleceğe ait tahmininin hata varyansının ε_{zt} değişimine bağlı olmasını gerektirmektedir.
- Seçenek *sıralama* uygulanırsa, Y_t serisinin bir dönem geleceğe ait tahminin hata varyansı ε_{yt} değişimine bağlı olmaktadır.
- Uzun tahmin ekseninde seçenek varsayımının etkileri azalmaktadır. Bu nedenle uygulamada, çeşitli tahmin eksenlerinde varyans ayrıştırmasını incelemek yararlıdır. Burada, n arttıkça varyans ayrıştırmasının yakınsadığı unutulmamalıdır.
- korelasyon katsayısı (ρ_{12}) istatistik açıdan sıfırdan farklı ise **varyans ayrıştırması** elde edilebilmektedir.

VAR MODELİ UYGULAMALARI

Problemli VAR uygulaması (1)

- Değişkenler

  İşsizlik oranı (y1)

  Enflasyon oranı (y2)

- Veriler

  1950-2000 yıllık veriler

- Seriler normal dağılıyor ve durağan

Problemli VAR uygulaması (2)

Gecikme	AIC	BIC	HQC
1	5,582769	5,682065	5,622957
2	4,999687	5,165179	5,066666
3	4,883780	**5,115469**	**4,977550**
4	**4,857118**	5,155005	4,977680

VAR modelinin derecesi olarak seçilmiştir (p=3)

Problemli VAR uygulaması (3)

İşsizlik eşitliği

Değişken	Katsayı	Önem düzeyi (p-değeri)
Sabit terim	0,197067	0,0167
İşsizlik p_{t-1}	1,599390	0,0000
İşsizlik p_{t-2}	-0,751586	0,0000
İşsizlik p_{t-3}	0,100552	0,1491
Enflasyon p_{t-1}	0,00931450	0,2854
Enflasyon p_{t-2}	0,0128278	0,1562
Enflasyon p_{t-3}	0,00227849	0,7958

Problemli VAR uygulaması (4)

Enflasyon eşitliği

Değişken	Katsayı	Önem düzeyi (p-değeri)
Sabit terim	0,712422	0,2636
İşsizlik p_{t-1}	-1,5374	0,0064
İşsizlik p_{t-2}	1,65412	0,0860
İşsizlik p_{t-3}	-0,165631	0,7596
Enflasyon p_{t-1}	0,336218	0,0000
Enflasyon p_{t-2}	0,192954	0,0065
Enflasyon p_{t-3}	0,343084	0,0000

Katsayılar istatistik açıdan anlamsız. Modelde çoklu doğrusallık problemi var. Model reddedilir. Tekrar baştan başlanır.

Olumlu VAR uygulaması (1)

- Değişkenler

  ABD büyüme oranı(usgr)

  Kanada büyüme oranı (cgr)

- Veriler

  1975-2011 dört dönemlik veriler

Olumlu VAR uygulaması (2)

- ***Adım 1:*** Durağanlık kontrolü (Genelleştirilmiş Dickey-Fuller testi) bakalım:

```
---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
       Test       1% Critical     5% Critical      10% Critical
     Statistic        Value          Value              Value
------------------------------------------------------------------------------
Z(t)   -4.565          -3.496          -2.887            -2.577
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0001
. dfuller cgr , lags(4)
Augmented Dickey-Fuller test for unit root Number of obs = 143


---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
     Test                1% Critical      5% Critical      10% Critical
     Statistic               Value            Value            Value
------------------------------------------------------------------------------
Z(t)   -4.769                -3.496           -2.887           -2.577
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0001
```

Olumlu VAR uygulaması (3)

- Hipotezler

  H_0= seri durağan değil (birim kök var)

  H_1= seri durağan (birim kök yok)

- Test istatistikleri > kritik tablo değeri

  z_{cgr}=-4,565 ve z_{usgr}=-4,769

Alternatif hipotezler kabul. Her iki seri durağan

Olumlu VAR uygulaması (4)

- ***Adım 2:*** VAR modelin derecesi, yani optimum gecikme sayısının bulunması

```
. varsoc usgr cgr , maxlag(4)
Selection-order criteria
Sample: 1976q1 - 2011q4 Number of obs = 144
```

lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	-709.83				67.4086	9.88653	9.90329	9.92777
1	-671.726	76.208*	4	0.000	41.9769*	9.41286*	9.46314*	9.5366*
2	-670.318	2.8151	4	0.589	43.5178	9.44887	9.53267	9.6551
3	-667.543	5.55	4	0.235	44.2688	9.46588	9.58321	9.75461
4	-664.14	6.8067	4	0.146	44.6449	9.47417	9.62501	9.84539

Endogenous: usgr cgr
Exogenous: _cons

Modelin derecesi «1» VAR(1)

Adım 3: İki değişkenli VAR(1) modelinin tahmini

```
. var usgr cgr , lags(1)
Vector autoregression
Sample: 1975q2 - 2011q4 No. of obs = 147
Log likelihood = -686.0263 AIC = 9.415324
FPE = 42.08037 HQIC = 9.464918
Det(Sigma_ml) = 38.78127 SBIC = 9.537383

Equation          Parms          RMSE          R-sq          chi2          P>chi2
-------------------------------------------------------------------------------
usgr                3          2.95659        0.1789      32.02707       0.0000
cgr                 3          2.39083        0.3861      92.43759       0.0000
-------------------------------------------------------------------------------
------------------------------------------------------------------------------
|         Coef.      Std. Err.      z       P>|z|        [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
usgr

usgr
L1.      .2512771    .0898504     2.80     0.005       .0751735     .4273807
cgr |
L1. |    .2341061    .0975328     2.40     0.016       .0429453     .4252668

_cons    1.494612    .3354005     4.46     0.000       .8372394     2.151985
-------------+----------------------------------------------------------------
cgr
usgr |
L1. |     .3759117    .0726571     5.17     0.000       .2335065     .5183169
|
cgr |
L1. |     .2859551    .0788694     3.63     0.000       .1313739     .4405362
|
_cons |  .8755421     .2712199     3.23     0.001       .3439609     1.407123
------------------------------------------------------------------------------
```

Katsayılar istatistik açıdan önemli

Olumlu VAR uygulaması (6)

- ***Adım 4:*** Şimdi katsayıların stabilitiesi ve hata terimlerinin seri korelasyon gösterip göstermediğinin (otokorelasyon) değerlendirilmesi

Özdeğerler «0» a yakın olduğundan katsayılar stabil

```
. varstable
Eigenvalue stability condition
+----------------------------------------+
| Eigenvalue |           Modulus |
|-------------------------+--------------|
|    .5657757 |          .565776 |
| -.02854353 |          .028544 |
+----------------------------------------+
All the eigenvalues lie inside the unit circle.
VAR satisfies stability condition.
```

Olumlu VAR uygulaması (7)

```
. varlmar , mlag(4)
Lagrange-multiplier test
+--------------------------------------+
| lag |     chi2     df     Prob > chi2 |
|------+-------------------------------|
| 1    |    4.6880    4          0.32084 |
| 2    |    5.5347    4          0.23670 |
| 3    |    3.5253    4          0.47404 |
| 4    |    7.1422    4          0.12856 |
+--------------------------------------+
```

H0: no autocorrelation at lag order

P değerleri 0,05'ten büyük olduğundan otokorelasyon yok..

Olumlu VAR uygulaması (8)

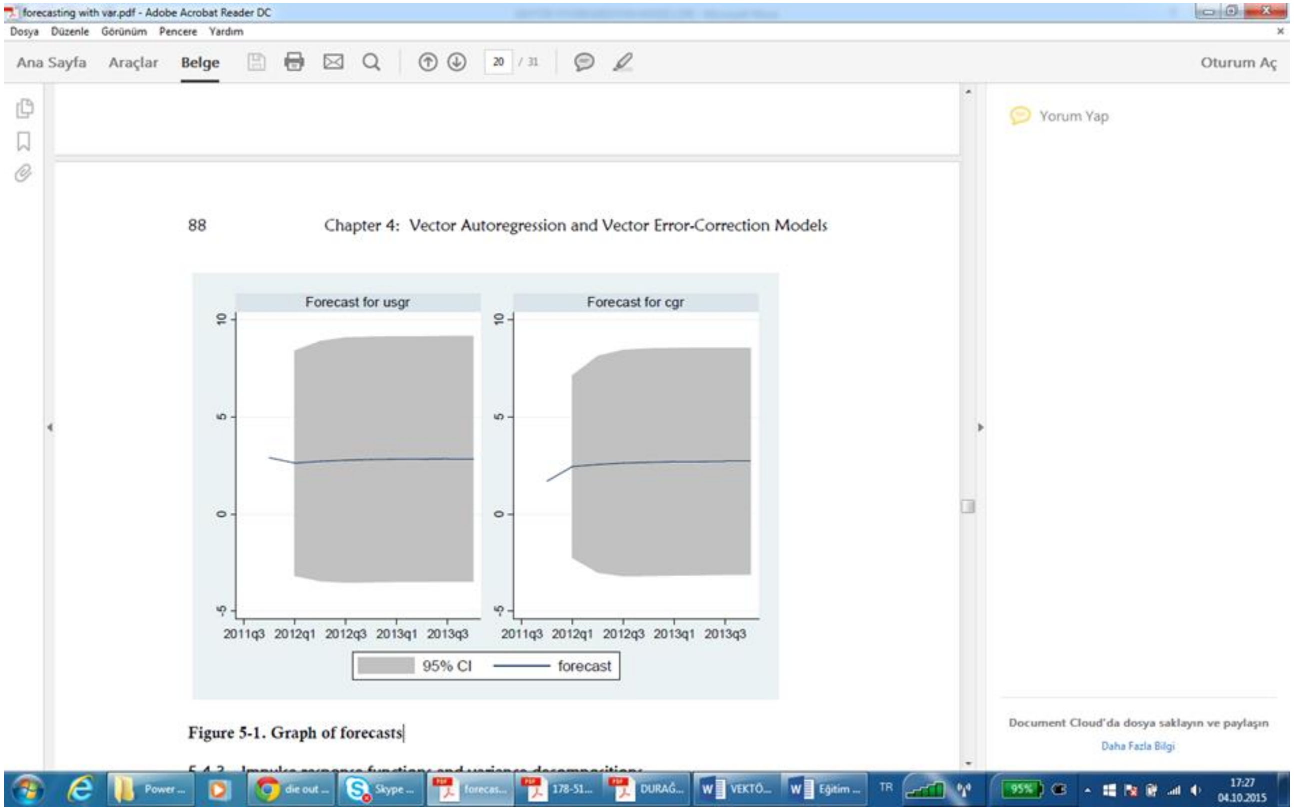
- ***Adım 5:*** ABD ve Kanada'nın büyüme oranlarının zaman içinde birbirlerini etkileyip etkilemediğini ortaya koymak için Granger nedensellik testinin uygulanması gerekmektedir.

```
. vargranger
Granger causality Wald tests
+------------------------------------------------------------------+
| Equation       Excluded|          chi2       df         Prob > chi2 |
|-------------------------------------+----------------------------|
| usgr                cgr |        5.7613        1              0.016 |
| usgr                ALL |        5.7613        1              0.016 |
|-------------------------------------+----------------------------|
| cgr                usgr |        26.768        1              0.000 |
| cgr                 ALL |        26.768        1              0.000 |
+------------------------------------------------------------------+
```

Kanada'nın gecikmeli büyüme değerlerinin ABD'nin büyümesine yardımcı olduğunu göstermektedir. ABD'nin de Kanada'nın büyümesi etkisi vardır. ABD'nin etkisi Kanada'nın etkisinden daha büyüktür.

Olumlu VAR uygulaması (9)

- ***Adım 6:*** İki ülkenin 2012 ve 2013 yılındaki davranışlarının öngörüsü



Olumlu VAR uygulaması (9)

- ***Adım 7 ve 8:*** Etki-tepki fonksiyonu ve varyans ayrıştırması yoluyla şokların etkisi incelenir. ***Eğer iki seriye ait hata terimleri eş zamanlı olarak ilişkisiz ise, şokların etkisinin incelenmesi ve yorumlanması mümkündür.*** Normal koşullarda her iki ülkenin büyüme oranları arasında her dönemde pozitif bir ilişki beklenmektedir. Örneğimizde, hatalara ait çapraz eşitlik korelasyon katsayısı 0,44'tür.

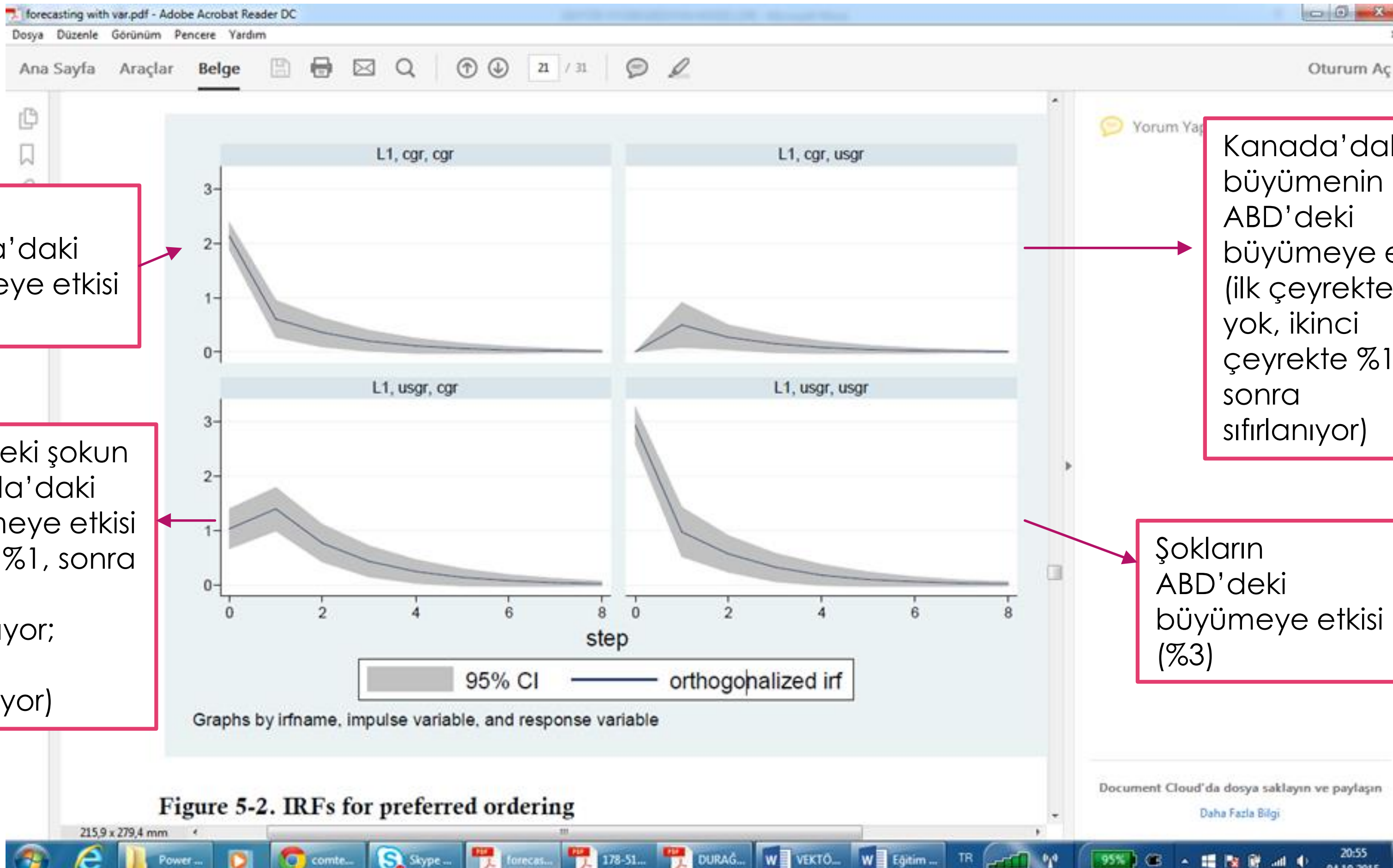
Olumlu VAR uygulaması (10)

- Şokların her iki seriye ait zaman yoluna etkisi "ABD'deki büyüme Kanada'daki büyümeyi etkiler" veya "Kanada'daki büyüme ABD'deki büyümeyi etkiler" varsayımları yapılarak ortaya konulabilecektir. Her ne kadar Granger nedensellik testi her iki ülkenin karşılıklı güçlü etkilerinin olduğunu gösteriyorsa da, ekonomi teorisi ABD'nin etkisinin daha güçlü olacağına işaret etmektedir. Bu bilgilerin ışığında önce ABD'deki şokların etkisi, daha sonra Kanada'daki şokların etkisi incelenmiştir.

Olumlu VAR uygulaması (11) (ABD'deki şokların etkisi)

Şokların Kanada'daki büyümeye etkisi (%2)

Kanada'daki büyümenin ABD'deki büyümeye etkisi (ilk çeyrekte hiç yok, ikinci çeyrekte %1, sonra sıfırlanıyor)



ABD'deki şokun Kanada'daki büyümeye etkisi (önce %1, sonra %2'ye yaklaşıyor; sonra sıfırlanıyor)

Şokların ABD'deki büyümeye etkisi (%3)

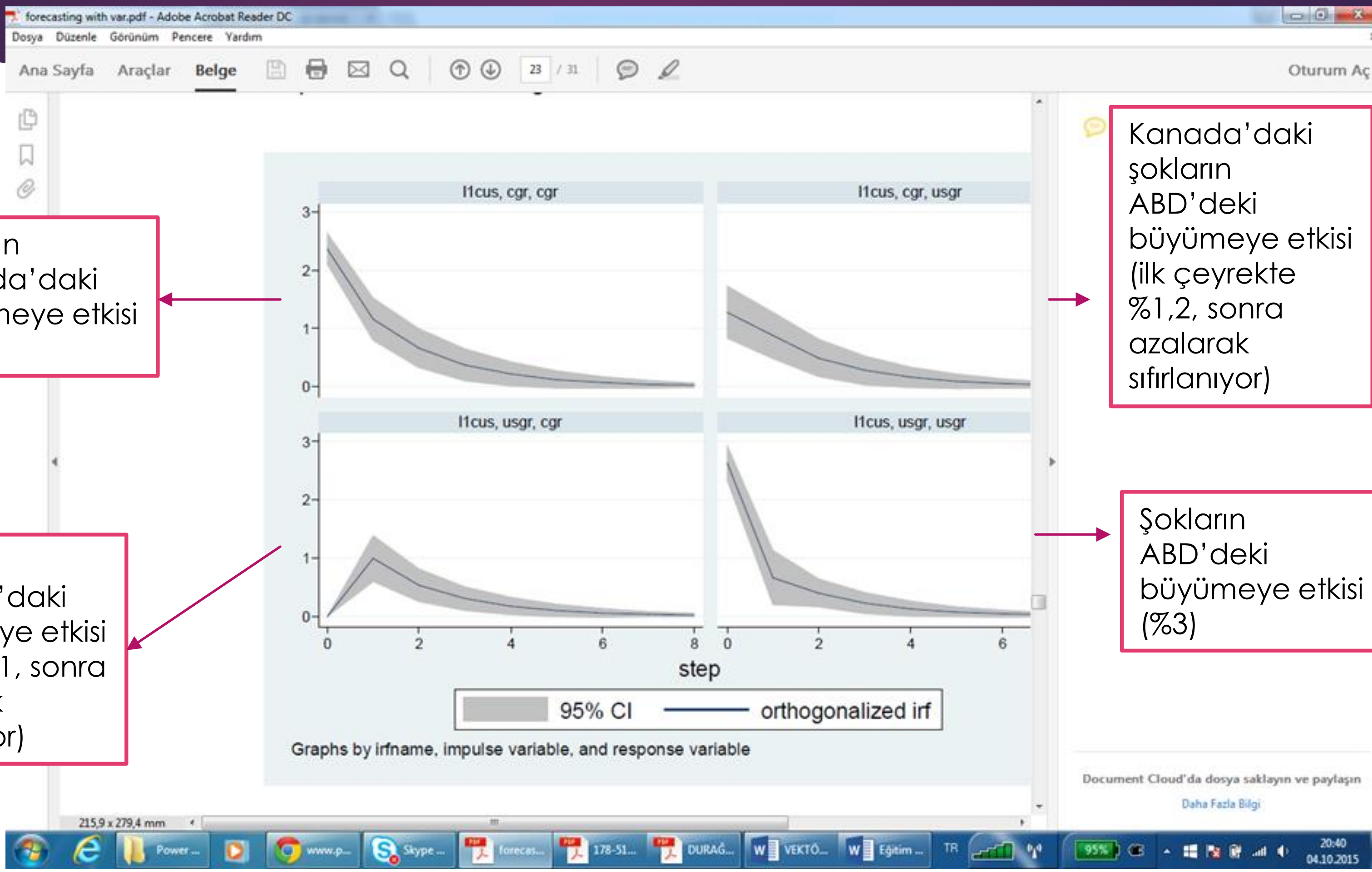
Olumlu VAR uygulaması (11)

- Aşağıdaki şekilde yer alan diagonal grafikler şokların her bir ülkenin gelecekteki büyümeleri üzerine etkisini ifade etmektedir. Grafiklere göre 1 standart sapma kadar şok Kanada'daki büyümeyi %2 etkilerken, bu oran ABD için %3'tür.
- Şekilde yer alan diğer grafikler, bir ülkedeki büyümenin, diğer ülkedeki büyümeyi ne kadar etkilediğini göstermektedir. Sol altta yer alan grafik ABD'de meydana gelecek bir standart sapma şokun oluşturduğu büyümenin (%3), Kanada'daki büyümeyi ilk çeyrekte %1 civarında artıracağını ve daha sonra ikinci çeyrekte biraz daha yükselip daha sonra sıfıra doğru azalacağını göstermektedir. Sağ üstte yer alan grafik ise, Kanada'nın büyümesinin ABD büyümesini ilk çeyrekte hiç etkilemeyeceği, daha sonraki çeyrekte kıpırdanıp sıfıra düşeceğini göstermektedir. Bu sonuç, ileri sürülen ilk var sayım olan "ABD'deki büyüme Kanada'daki büyümeyi etkiler" varsayımını doğrulamaktadır. İkinci var sayımı ise doğrulamak mümkün değildir.

Olumlu VAR uygulaması (12)

- Ancak Kanada'daki büyümenin ABD'ye tam olarak ne kadar bağlı olduğu bilinmemektedir. Bu hassasiyeti ortaya koyabilmek için, Kanada'daki şokların etkisini de incelememiz gerekmektedir. Bu durumda Kanada'da şokların etkisi 2,2 standart sapma iken, ABD'de 3 standart sapma kadardır. Bu durum Kanada'daki şokların, ABD'de yaşanan şoklardan daha fazla etkili olduğunu göstermektedir. Buradan anlaşılacağı üzere etki-tepki analizi oldukça güç ve karmaşık bir analizidir.

Olumlu VAR uygulaması (13) (Kanada'daki şokların etkisi)



Şokların Kanada'daki büyümeye etkisi (%2,2)

Kanada'daki şokların ABD'deki büyümeye etkisi (ilk çeyrekte %1,2, sonra azalarak sıfırlanıyor)

Şokların Kanada'daki büyümeye etkisi (önce %1, sonra azalarak sıfırlanıyor)

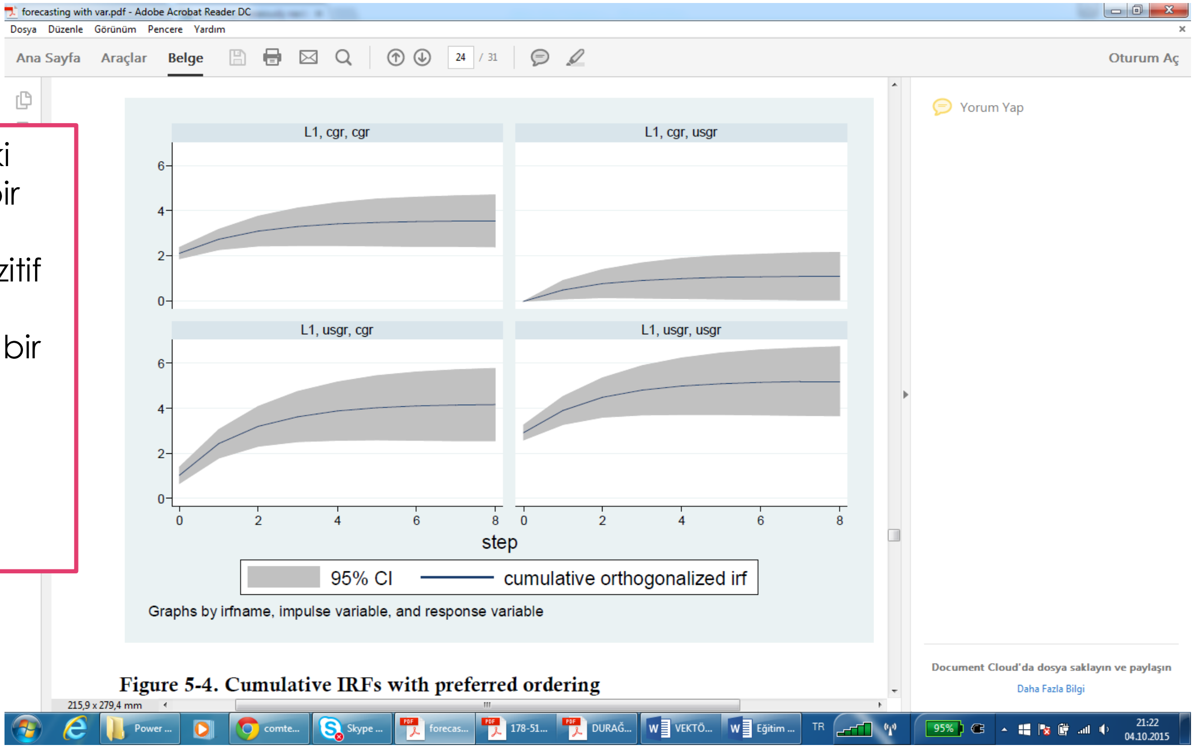
Şokların ABD'deki büyümeye etkisi (%3)

Olumlu VAR uygulaması (14)

- Şokların bir değişken üzerindeki kümülatif etkisini bulmakta mümkündür. Kanada'daki büyümeye bir standart sapmalık pozitif şok, zaman içinde %2'lik bir artıştan başlayıp, %3,5'luk bir artışla son bulacaktır. Bu etki iki farklı sebebi vardır. Birincisi Kanada'daki büyümenin şoktan bir veya iki dönem sonra etkilenmesidir. İkincisi Kanada büyümesinde gerçekleşen pozitif şok ABD'deki büyümeyi olumlu etkilemesidir.

Olumlu VAR uygulaması (15) (Kümülatif etki)

Kanada'daki büyümeye bir standart sapmalık pozitif şok, zaman içinde %2'lik bir artıştan başlayıp, %3,5'luk bir artışla son buluyor.



Olumlu VAR uygulaması (16)

- “Varyans ayrıştırması”
- Şekil 4 şokların değişkenlerdeki varyasyona katkısını göstermektedir. Şekil 4’te solda yer alan grafikler Kanada’daki şoklar Kanada’daki büyümenin %80’ini açıklarken, geriye kalan %20 ABD şokları ile açıklanmaktadır. Gelecekte ABD şoklarının Kanada büyümesine etkisinin artacağı ve Kanada büyümesi üzerine Kanada şoklarının katkısının %60 olacağı, ABD katkısının ise %40 olacağı anlaşılmaktadır. Sağdaki grafikler ise, kısa ve uzun vadede ABD büyümesindeki değişimin çok az bir kısmının (%5’ten az), Kanada büyümesindeki şoklardan olduğunu göstermektedir.

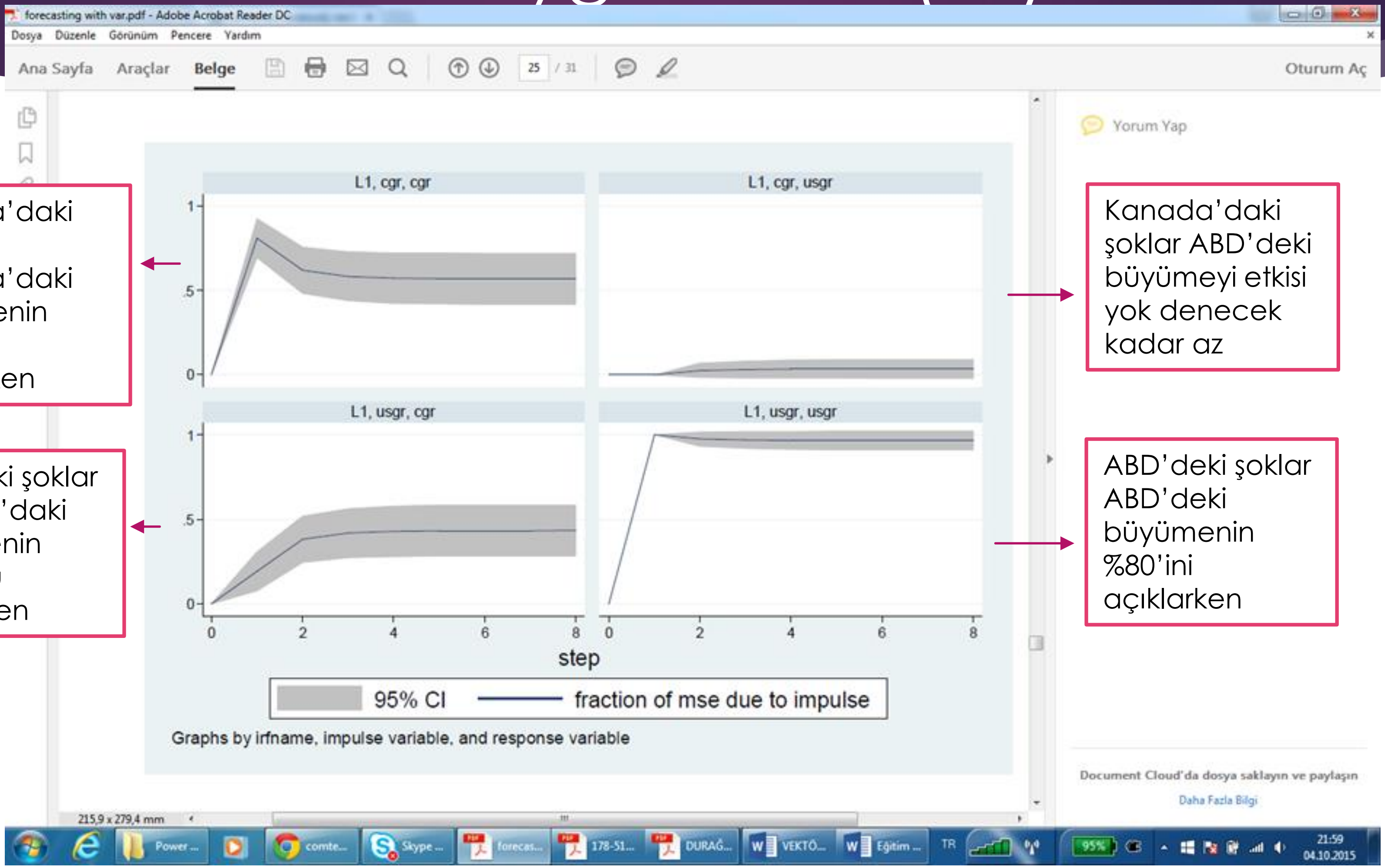
Olumlu VAR uygulaması (17)

- Kanada'daki şoklar Kanada'daki büyümenin %80'ini ve ABD'deki büyümenin %30'unu açıklamaktadır
- Ortak değerlendirmeye göre, öncelikle ABD'nin Kanada üzerine etkisi, Kanada'nın ABD üzerine olduğundan daha fazladır.
- Kanada'daki şokların Kanada'yı daha fazla etkilediği, ABD'deki şokların her iki ülkeyi birden etkilediği de söylenebilir.
- Her iki ülkenin büyümesinde meydana gelen değişimler ortak şokların etkisidir.

Olumlu VAR uygulaması (18)

Kanada'daki şoklar Kanada'daki büyümenin %80'ini açıklarken

ABD'deki şoklar Kanada'daki büyümenin %30'unu açıklarken



Kanada'daki şoklar ABD'deki büyümeyi etkisi yok denecek kadar az

ABD'deki şoklar ABD'deki büyümenin %80'ini açıklarken

Olumlu VAR uygulaması (18)

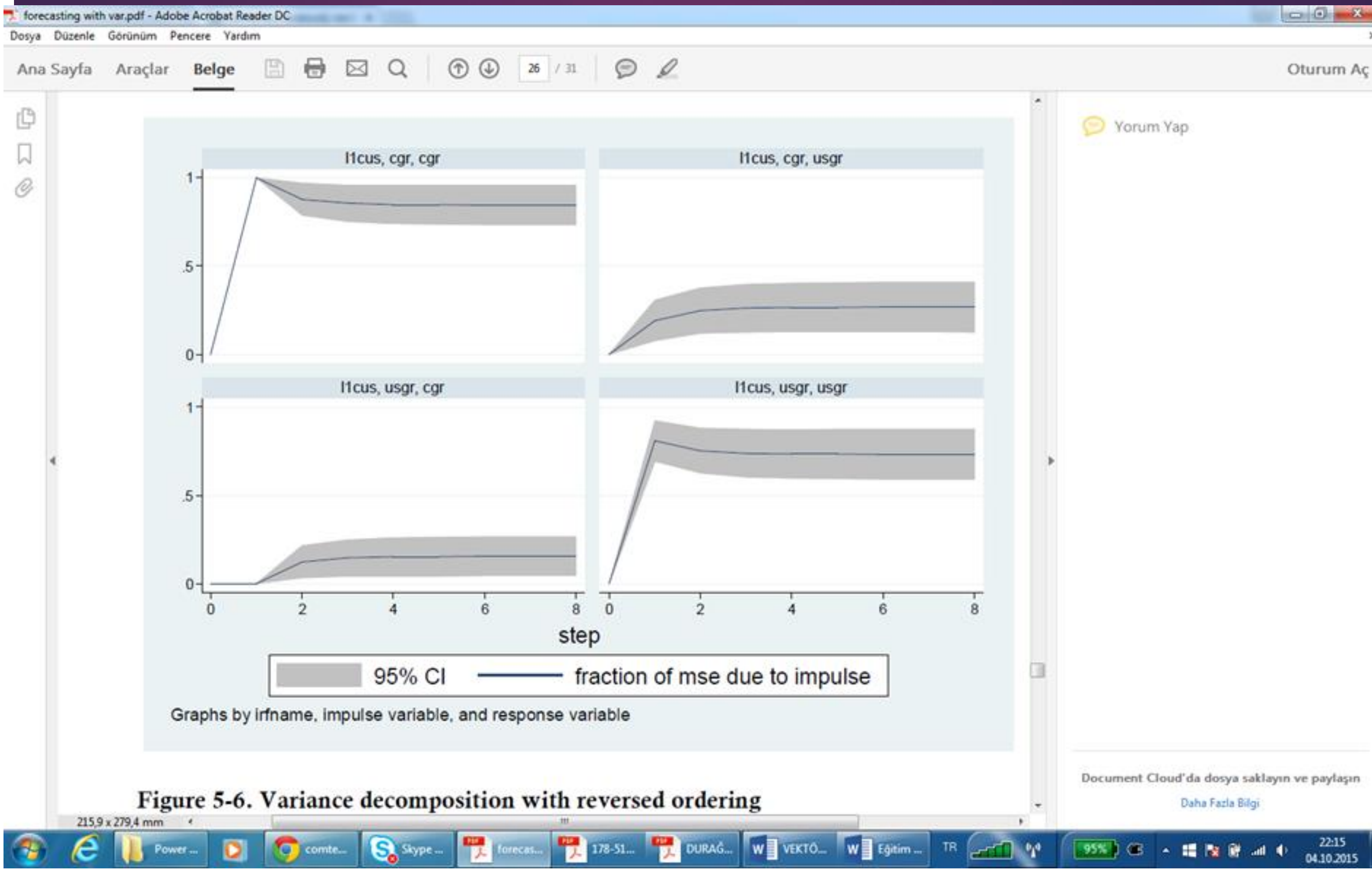


Figure 5-6. Variance decomposition with reversed ordering

HATA DÜZELTME MODELİ (VEC)

HATA DÜZELTME MODELİ (VEC)

- VEC modeli değişkenler arasında uzun dönemli bir ilişki söz konusu olduğunda kullanılabilen modellerdir.
- Eş bütünleşme (cointegration) yaklaşımı, değişkenler arasında uzun dönem denge ilişkisinin varlığını ortaya çıkarmak için kullanılmakta ve fark alma işlemi sonucu oluşan bilgi kaybını engellemektedir.
- İlgilenilen değişkenlere ait serilerin eş bütünleşik olduğu tespit edilmiş ise, VAR modeli yerine hata düzeltme modeli (VEC) tahmin edilmelidir.
- HDM, uzun dönem ilişkiden sapmalar hakkında bilgi verir.

Eş bütünleşme testleri

- Dickey-Fuller eş bütünleşme testi
- Durbin Watson testi
- Geliştirilmiş Dickey Fuller eş bütünleşme testi
- Kısıtlı vektör otoregresyon testi (KVAR)
- Geliştirilmiş kısıtlı vektör otoregresyon testi (GKVAR)
- Kısıtsız otoregresyon testi
- Geliştirilmiş kısıtsız otoregresyon testi

Eş bütünleşme tahmin yöntemi

- Engle-Granger (1987) eş bütünleşme tahmini

Birinci adım: Eş bütünleşme vektörünün parametreleri tahmin edilir.

İkinci adım: Tahmin edilen parametreler hata düzeltme modelinde kullanılır.

Değişken sayısı ikiden fazla olduğunda problemler çıkıyor ???*

Çok değişkenli eş bütünleşme testi

- Johansen (1988) yöntemi önerilmektedir.
- Kullanılma sebepleri

(i) İlgilenilen değişkenler için eş bütünleşme vektörlerinin sayısını teşhis etmek.

(ii) Eş bütünleşme vektörünün ve ilgili parametrelerin en çok olabilirlik tahminlerini elde etmek.

VEC modeli: Johansen Yöntemi

- 1. adım: Artık vektörlerinin elde edilmesi
- 2. adım: Artıkların çarpım moment matrisi
- 3. adım: Öz vektörler matrisi ile eş bütünleşme vektörünün elde edilmesi
- 4. adım: LR istatistiğinin hesaplanması

VEC modeli: Johansen Yöntemi

- **<u>1.ADIM :</u>** VAR modelinde $\mathbf{X}_t$ bağımlı ve $\mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{X}_{t-2}, \ldots, \mathbf{X}_{t-k+1}$ bağımsız seri olmak üzere regresyon uygulanır. Bu regresyon her $\mathbf{X}_t$ vektöründe p tane seri olduğundan p tane regresyonu içermektedir. Yapılan bu regresyondan "t" zamanında (px1) boyutlu artık vektörü elde edilir ve bu artık vektörü $\mathbf{R}_{0t}$ ile gösterilir. Bu regresyondan sonra yine VAR modelinde $\mathbf{X}_{t-k}$ bağımlı ve $\mathbf{X}_{t-1}$, $\mathbf{X}_{t-2}, \ldots,$ $\mathbf{X}_{t-k+1}$ bağımsız seri olmak üzere bir regresyon daha uygulanır. Bu ikinci regresyonda da (px1) boyutlu *artık vektörü* elde edilir ve ikinci regresyondan elde edilen artık vektörü de $\mathbf{R}_{kt}$ ile gösterilir.

Artıkların çarpım moment matrisinin bulunması

- **2.ADIM :** Elde edilen $\mathbf{R}_{0t}$ ve $\mathbf{R}_{kt}$ vektörlerini kullanarak (pxp) boyutlu artıkların çarpım moment matrisleri [$\mathbf{S}_{00}$, $\mathbf{S}_{0k}$, $\mathbf{S}_{k0}$ ve $\mathbf{S}_{kk}$] aşağıdaki denklem yardımıyla bulunur.

$$\mathbf{S}_{ij} = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{R}_{it}\mathbf{R}'_{jt} = \mathbf{M}_{ij} - \mathbf{M}_{i1}\mathbf{M}_{11}^{-1}\mathbf{M}_{1j} \quad , (i,j=0,k)$$

Öz vektörler matrisi ve eş bütünleşme vektörünün bulunması

3.ADIM : $\left|\lambda \mathbf{S}_{\mathbf{kk}} - \mathbf{S}_{\mathbf{k0}}\mathbf{S}'_{\mathbf{00}}\mathbf{S}_{\mathbf{0k}}\right| = \mathbf{0}$ eşitliği çözülerek *özdeğerler* bulunur. $\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \ . \ . \ . \ > \hat{\lambda}_p$ olacak şekilde özdeğerler hesaplanır. Özdeğerler hesaplandıktan sonra $\hat{\mathbf{V}} = \left[\hat{\mathbf{v}}_1 \hat{\mathbf{v}}_2 \ldots \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{p}}\right]$ *özvektörler matrisin-deki* $\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}$ (i=1,2,...,p) özvektörler bulunur ve bulunan özvektörler $\hat{\mathbf{V}}'\mathbf{S}'_{\mathbf{kk}}\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{I}$ formülüyle *normalleştirilir*. Hall (1989) çalışmasında bu hesaplamaların nasıl yapılacağı üzerinde durmuştur. Eşbütünleşme matrisi $\boldsymbol{\beta}$'nın rankı r<p olursa, ilk r tane özvektöre $(\hat{\mathbf{v}}_1, \hat{\mathbf{v}}_2, \ldots \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{r}})$ *eşbütünleşme vektörü* denir ve bu özvektörler $\boldsymbol{\beta}$ matrisinin sütunlarını oluşturur.

LR istatistiğinin hesaplanması

- **4.ADIM :** Her i(i=1,2,...,p) değeri için olabilirlik oran (LR) istatistiği aşağıdaki denklemden hesaplanır.

$$-2\ln(Q;H_2/H_1) = -T\sum_{i=r+1}^{p}\ln(1-\hat{\lambda}_i)$$

Johansen yönteminde dikkat edilecek hususlar (1)

- Model kurulurken ilgilenilen değişkenlerin seçimi ekonomi teorisine uygun bir şekilde yapılmalıdır.

- Her bir değişkenin bütünleşme derecesi birim kök testleri kullanılarak belirlenmeli ve eğer bazı değişkenler I(2) ise bütün değişkenler I(1) olacak şekilde değişkenlerin seçimine özen gösterilmelidir.

Johansen yönteminde dikkat edilecek hususlar (2)

- İlk iki koşul yerine getirildikten sonra, değişkenlerin arasında varolan eş bütünleşme vektörlerinin sayısını belirlemek ve bu vektörlerin değerlerinin tahminini yapmak için Johansen Yöntemi kullanılmalıdır. Uzun dönemli ilişkiler elde edildiğinde bu ilişkilerin ekonomik teorinin kurallarına uyduğu tespit edilmeli ve istatistiksel yönden de testi yapılarak istatistiksel bir problemin de olmadığına dikkat edilmelidir.
- Son olarak, eşbütünleşme denklemindeki değişkenler kümesi ile hata düzeltme modelleri kurulup tahmin edilebilir. Eğer ekonomi teorisi kısa dönemli hareketleri etkileyebilecek herhangi bir değişkenin veya değişkenlerin varlığına gerek duyuyorsa, bu son adımda bu değişkenler modele dahil edilmelidir. Ayrıca, her bir adımda durağanlık ve artıkların *rasgeleliği* kontrolü yapılmalıdır.

Johansen eş bütünleşme testi

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \qquad X_t = X_{t-1} + v_t$$

- İki farklı seri durağan değil iseler ve aralarında korelasyon yok ise, bu serilere uygulanan regresyon sonuçlarının anlamsız olması gerekir.
- Yani X_t ve Y_t biribiriyle ilişkisiz olmalıdır. Ancak sahte regresyon oluşmuş ise aralarında bir ilişki var gibi gözükebilir.
- İşte böylesi sonuçlardan kaçınmak için durağan serilerle tahmin yapmak gerekir.
- Serilere ait veriler, düzeyde durağan değil iseler, farkları alınarak durağanlaştırılıyor idiler.
- Ancak fark operatörü kullanılarak yapılan durağanlaştırma işlemi uzun dönem ilişkinin ortadan kalkmasına neden olabilir. Yani değişkenler arasındaki regresyon tahmini yanıltıcı olur.

- Şayet durağan olmayan bu serilerin birbirleriyle uzun dönemli ilişkisi olduğu kuvvetli delillere dayanıyorsa bu serilerin "Eş bütünleşik" olduğunu gösterebilir. Bunu ortaya çıkaran testler ise "eş bütünleşme testleri" olarak adlandırılır.
- Johannsen eş bütünleşme testi en çok bilinen testlerden birisidir. Test neticesinde eş bütünleşmenin varlığı ve değişkenler arasındaki ilişkinin tek yönlü veya çift yönlü olduğu hakkında bilgi sahibi olunabilir.

- Genel olarak, Y_t dizisi I(1), başka bir X_t dizisi de I(1) ise ve yani d aynı değer ise bu iki seri dizi eş bütünleşik olabilir.
- Eş bütünleşik iseler bu iki değişkenin düzey değerleri ile yapılan regresyon anlamlıdır.
- Böylece uzun dönemli ilişki kaybolmamış olur.

- Eşbütünleşme olması demek, bu serilerin kısa dönemde olasılıksal uyumsuzluklar gösterebilecekleri ancak uzun dönemde hep bir denge ilişkisine dönecekleri anlamına gelir.
- Serilerin durağan olmaması nedeniyle uzun dönem ilişkisinin kaybolmaması için Hata düzeltme modellerinden yararlanılır.
- Örnek bir denklem olarak; $X_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + u_t$ verilmiş olsun.
- Tahmin edilen denkleme ait hataların (u_t) durağan çıkması durumunda u_t denklemi $u_t = X_t - \beta_1 - \beta_2 Y_t$ olur.

- Hata düzeltme modelinden yararlanmak için modele hatanın gecikmeli değeri (u_{t-1}) bir değişken olarak eklenir.

$$u_t = X_t - \beta_1 - \beta_2 Y_t + \beta_3 u_{t-1}$$

- Bu terimin katsayısının eksi değerli olması beklenir ve model değişkenlerinin arasındaki ilişkinin uzun dönem dengesinden ne kadar uzakta olduğunu ölçer. β_3 ise uzun dönem denge ilişkisinde geçici bir sapma olduğunda dengeye ne kadar çabuk geri dönüleceğini gösterir

ÖRNEK UYGULAMA-eVIEWS HATA DÜZELTME MODELİ

- Türkiye'de 1980-2006 yılları arası gelir-tüketim ilişkisi

Series: LOGTUKETIM Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View | Proc | Object | Properties | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Stats | Ident | Line | Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on LOGTUKETIM

Null Hypothesis: LOGTUKETIM has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=6)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		6.033420	1.0000
Test critical values:	1% level	-2.656915	
	5% level	-1.954414	
	10% level	-1.609329	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOGTUKETIM)
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 16:58
Sample (adjusted): 1981 2006

Series: LOGGELIR Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View | Proc | Object | Properties | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Stats | Ident | Line | Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on LOGGELIR

Null Hypothesis: LOGGELIR has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=6)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		0.324557	0.7711
Test critical values:	1% level	-2.664853	
	5% level	-1.955681	
	10% level	-1.608793	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOGGELIR)
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 16:59
Sample (adjusted): 1983 2006

Generate Series by Equation

Enter equation

tuketim1=logtuketim(-1)

Sample

1980 2006

OK Cancel

Her iki seri de düzeyde durağan değil, farklarını alalım.

Series: LOGTUKETIM Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View | Proc | Object | Properties | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Stats | Ident | Line | Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(LOGTUKETIM,2)

Null Hypothesis: D(LOGTUKETIM,2) has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=6)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-7.104920	0.0000
Test critical values:	1% level	-2.669359	
	5% level	-1.956406	
	10% level	-1.608495	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOGTUKETIM,3)
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 17:43
Sample (adjusted): 1984 2006

Series: LOGGELIR Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View | Proc | Object | Properties | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Stats | Ident | Line | Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(LOGGELIR,2)

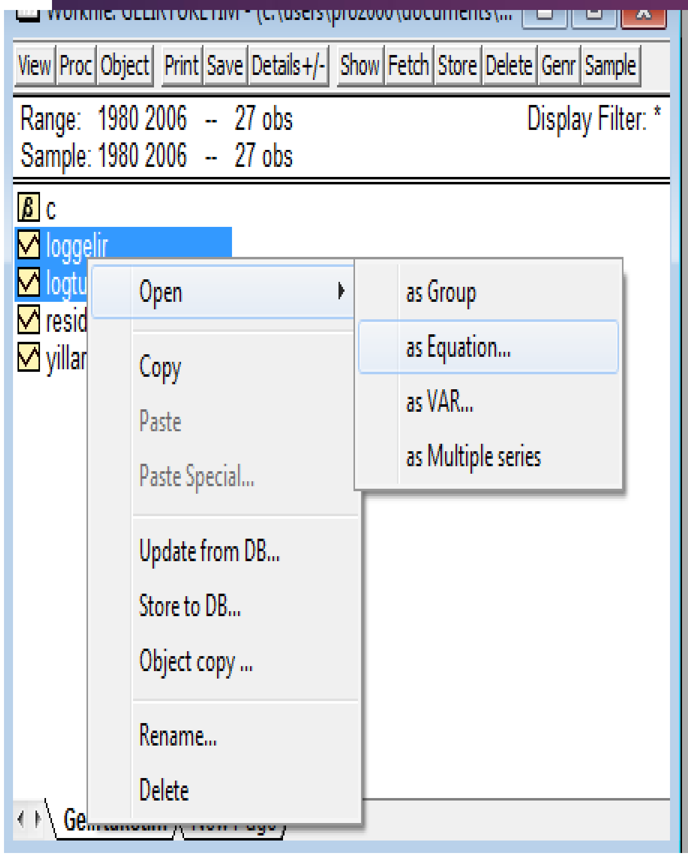
Null Hypothesis: D(LOGGELIR,2) has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=6)

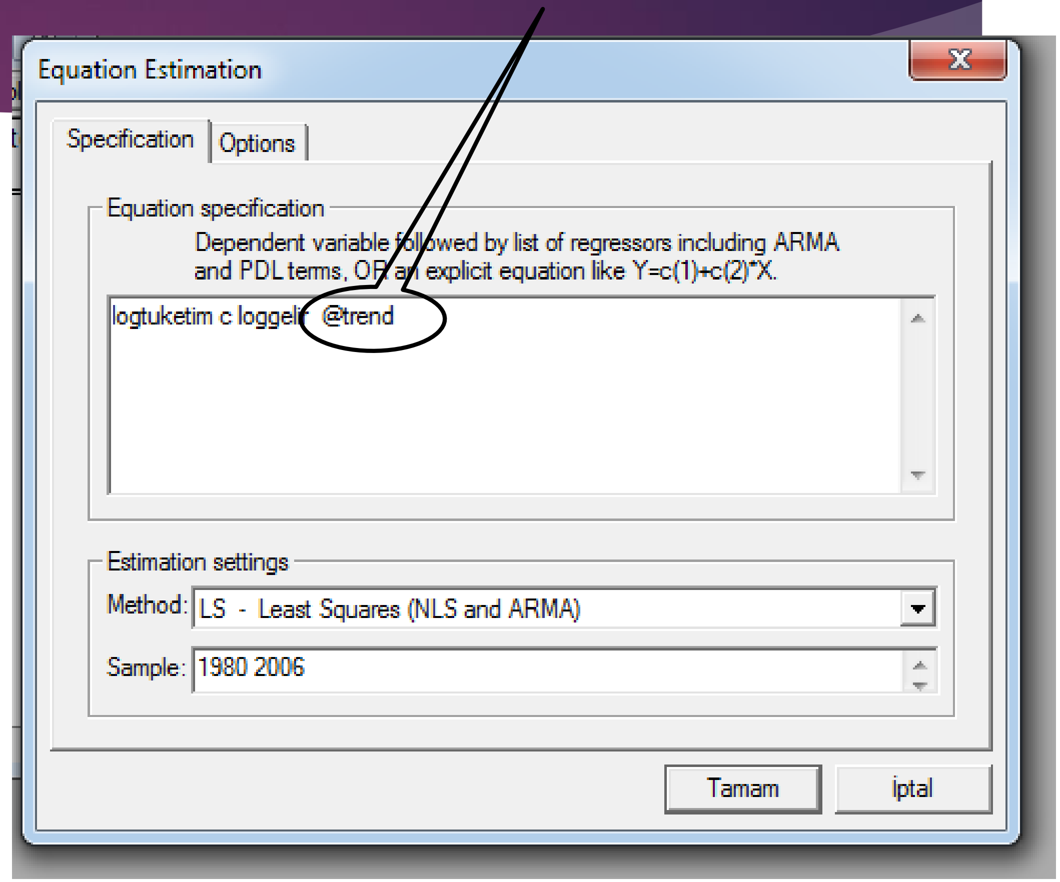
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-7.836311	0.0000
Test critical values:	1% level	-2.664853	
	5% level	-1.955681	
	10% level	-1.608793	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

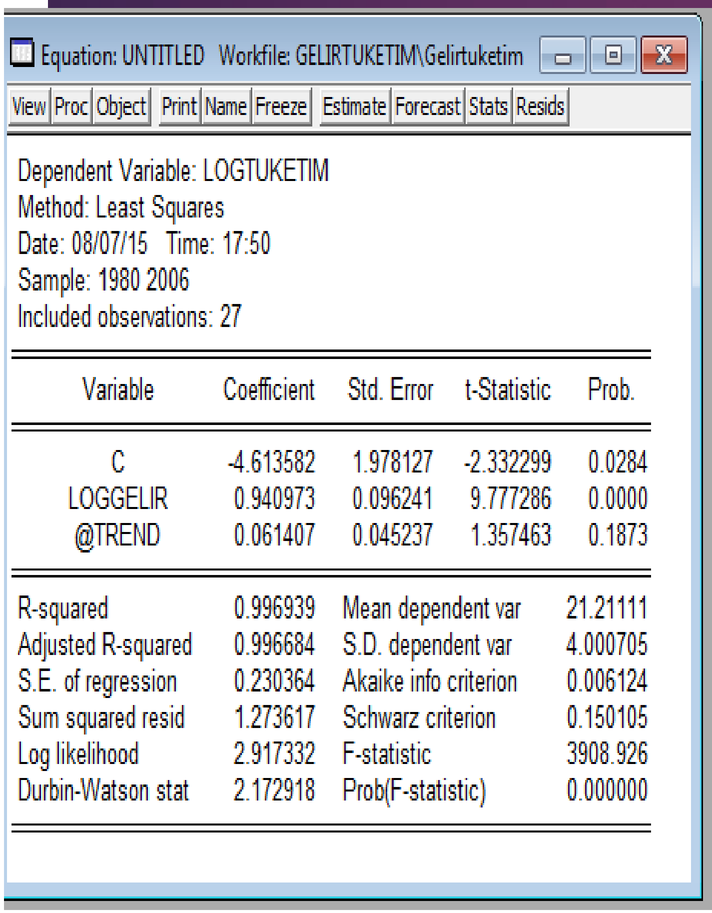
Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOGGELIR,3)
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 17:42
Sample (adjusted): 1983 2006

- Her iki seri ikinci farklar alındığında durağan hale gelmektedir. O halde bu iki bütünleşik seridir.





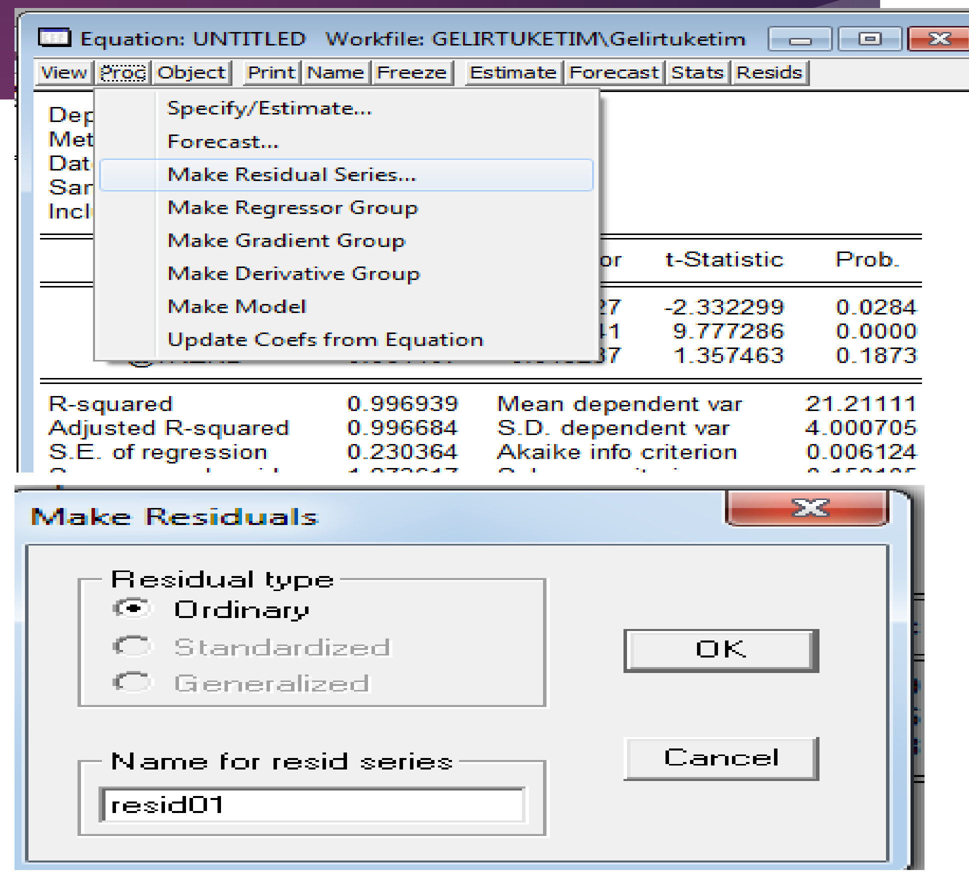
- Böylece normal bir regresyon denklemi kurulabilir.
- Seri grafikleri incelendiğinde bir trende sahip oldukları görüldüğünden denkleme trend eklenmiştir.



Dependent Variable: LOGTUKETIM
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 17:50
Sample: 1980 2006
Included observations: 27

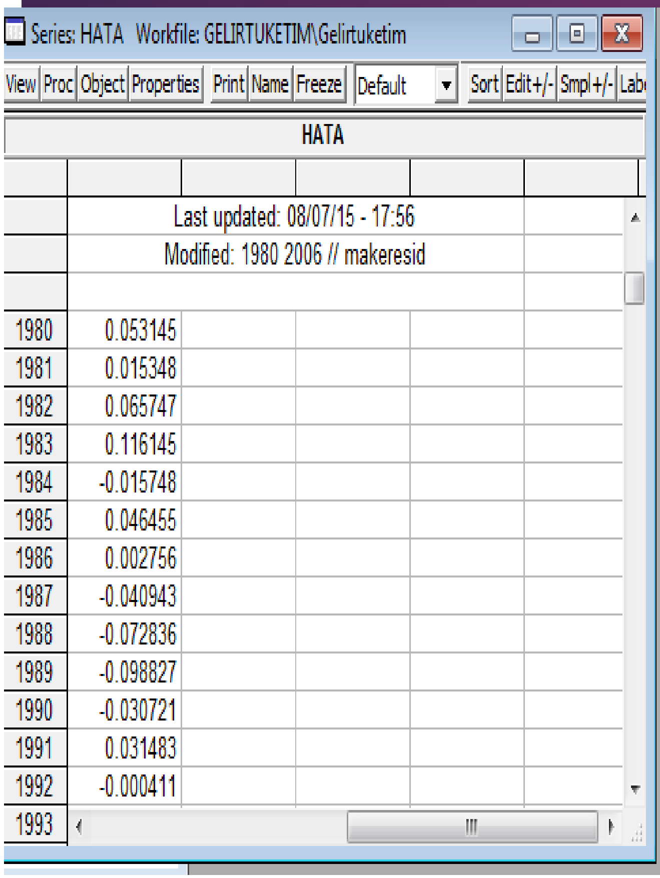
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.613582	1.978127	-2.332299	0.0284
LOGGELIR	0.940973	0.096241	9.777286	0.0000
@TREND	0.061407	0.045237	1.357463	0.1873

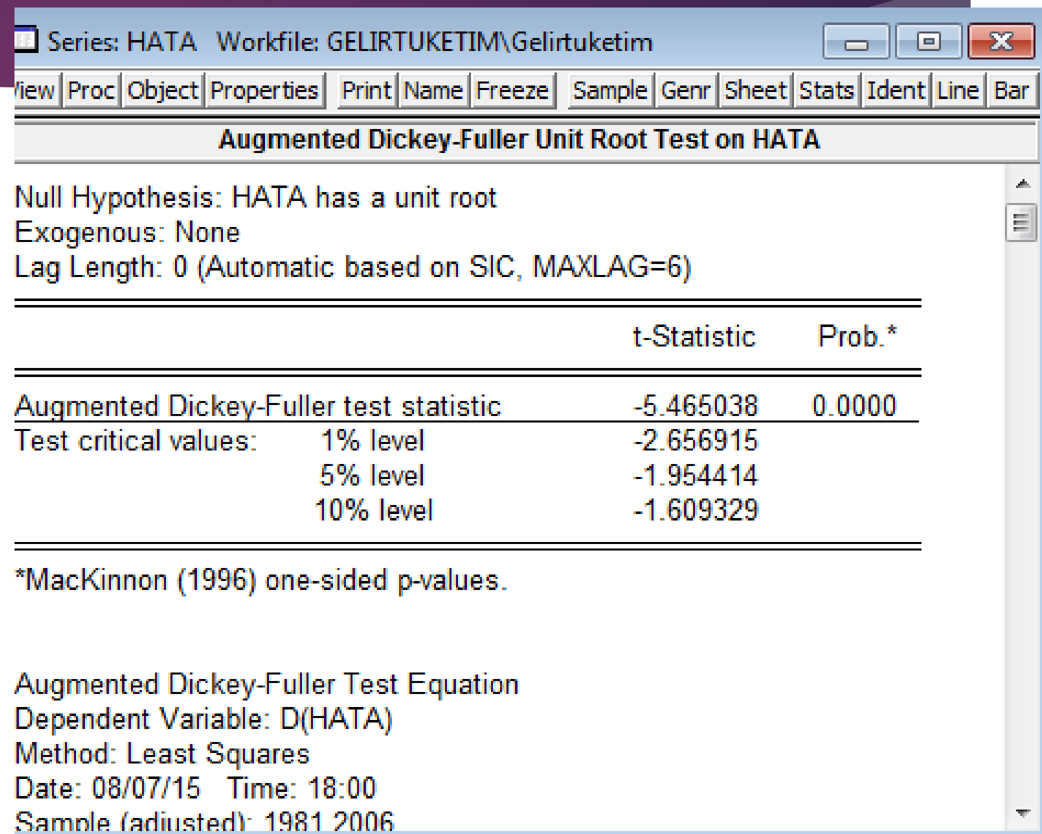
R-squared	0.996939	Mean dependent var	21.21111
Adjusted R-squared	0.996684	S.D. dependent var	4.000705
S.E. of regression	0.230364	Akaike info criterion	0.006124
Sum squared resid	1.273617	Schwarz criterion	0.150105
Log likelihood	2.917332	F-statistic	3908.926
Durbin-Watson stat	2.172918	Prob(F-statistic)	0.000000



Model sonuçları anlamlı çıkmıştır (F, t, DW gibi)

- Modele hata terimlerinin bir gecikmeli değerinin eklenmesi için hataların elde edilmesi gerekir. Şöyle ki

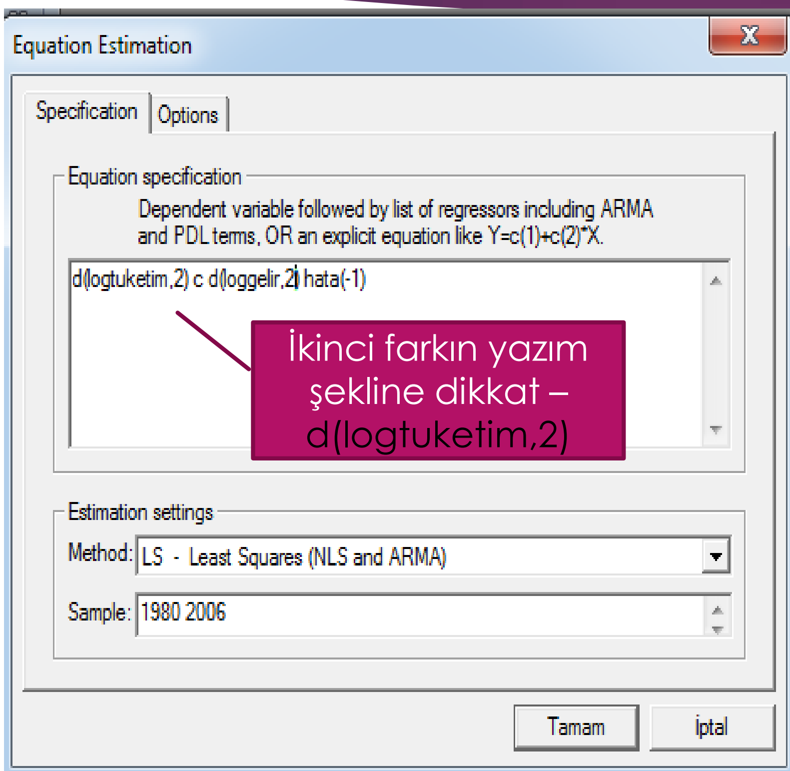


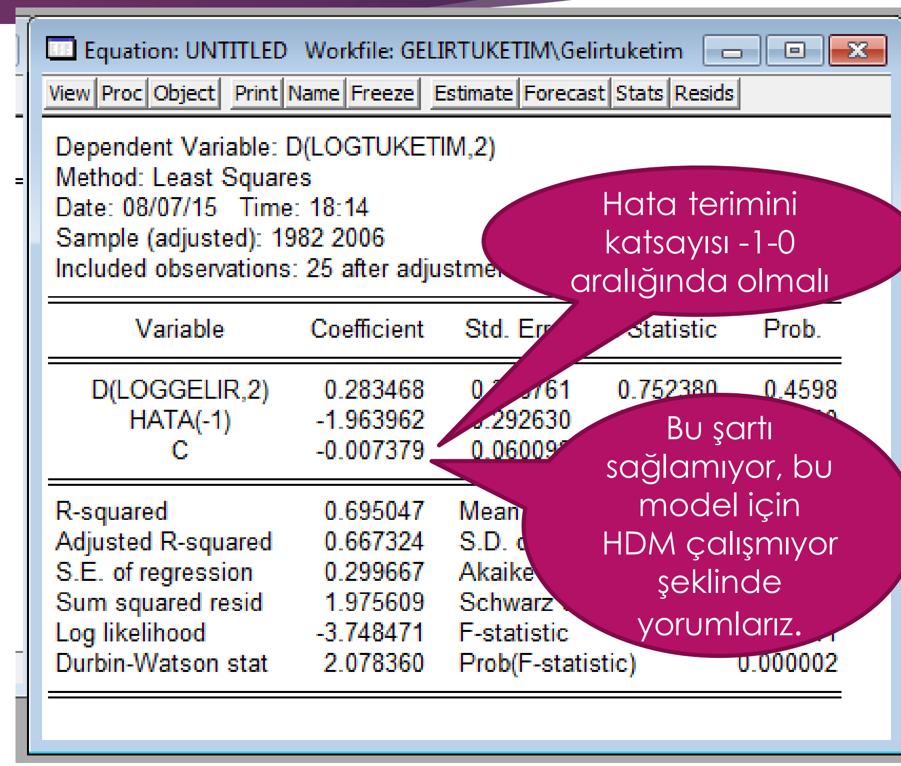


- Yukarıdaki gibi bir hata serisi oluşturulur.

Düzeyde durağan olması gereken Hata serisinin bir gecikmeli değeri modele eklenir ve yeniden tahmin yapılır.

$$u_t = X_t - \beta_1 - \beta_2 Y_t + \beta_3 u_{t-1}$$





- Şimdi hata düzeltme modeli kurulabilir.
- Bağımlı ve bağımlı değişkenler ikinci farkta durağan olduklarından ikinci farkları, hata teriminin ise bir gecikmeli değeri modele dahil edilir.

- Hata terimi katsayısının -0.12 çıktığını varsayalım.
- **Yorum:** Dengede oluşan sapmanın yaklaşık %12'si bir sonraki dönem düzelecektir.

VEC Modeli

- Hata düzeltme modelinin VAR analizine entegrasyonu Johanson and Juselius (1990) tarafından sağlanmıştır.
- Katsayıları nedenselliğe bağlı olarak belirlemişlerdir.
- Eş bütünleşme ilişkisinden ziyade, sadece VAR modelinin katsayılarına odaklanılmışsa Toda ve Yamamoto (1995)prosedürü kullanılmaktadır.
- Toda ve Yamamoto (1995)yaklaşımı, Granger nedensellik testinin gücünü artırmaktadır.

- Sabrınıza ve ilginize teşekkür ederim!!!!

Katkı ++++++

Soru ?????????????

Eleştiri #########

vceyhan@omu.edu.tr