

DURAGAŃANLIK TESPİTİ VE TESTLERİ

Serilerin durağan olup olmadığı için ya da durağanlık tespiti için kullanılan iki temel argüman mevcuttur.

1- Görsel saptama (Korelogram) (non-parametrik)

2- Birim Kök Testleri (parametrik)

1- KORELOGRAM

Otokorelasyonların, kısmi otokorelasyonların ve Q istatistiklerinin ve önem düzeylerinin, serinin özelliklerine göre seçilen k sayıda gecikme için işaretlenerek çizilen grafiğe denir.

Bu yolla durağanlık tespiti

- Otokorelasyon fonksiyonu (Autocorrelation Function-**ACF**) veya
- Kısmi otokorelasyon fonksiyonu (Partial Autocorrelation Function-**PACF**) kullanılarak gerçekleştirilmektedir.

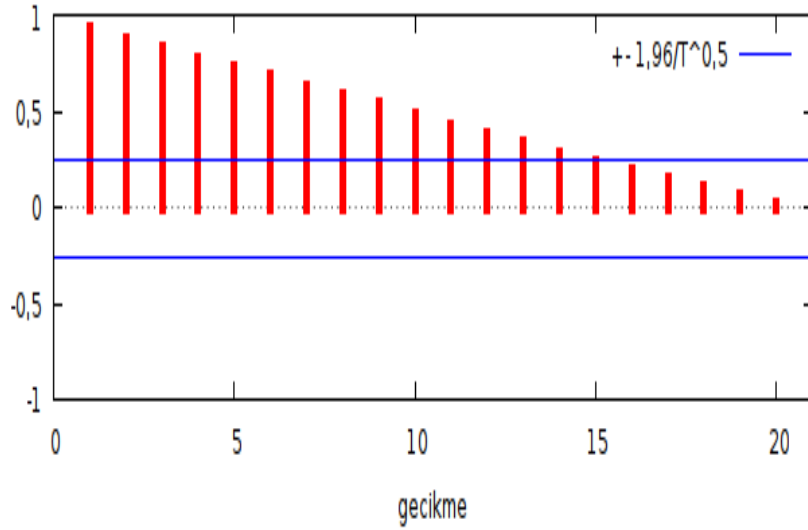
OTOKORELASYON FONKSİYONU (AUTOCORRELATION FUNCTION-**ACF**)

Otokorelasyon fonksiyonu serinin bazı değerleri ve gecikmeli değerler arasındaki ilişkinin (correlation) boyutunu belirler. Değişik zaman aralıkları (k) için bulunacak $ACF(k)$ katsayısı değerleri ilişkilendirildiğinde, korelogram elde edilir. $ACF(k)$ değerleri 1 ve -1 arasında yer almaktadır.

ρ_k ile gösterilir. $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{k \text{ gecikmeli otoko var yans}}{\text{Serinin var yansı}} = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^T (z_t - \bar{z})^2}$

Durağanlık tespiti için korelogramdan şu şekilde yararlanılır.

ACF eğer çok yüksek bir değerden başlayıp çok yavaş küçülüyorsa, bu serinin durağan olmadığına bir göstergesidir.



Gecikme sayısı k artarken ρ_k 'nın düzenli olarak azaldığı, 10 gecikme sonra dahi yüksek değerler almayı sürdürdüğü görülmektedir. Bu, serinin durağan olmadığına bir göstergesidir.

Söz konusu hipotez testi her bir $ACF(k)$ değeri için $\pm 1.96(1/\sqrt{n})$ değeri bulunarak yapılır.

Eğer $ACF(k)$ değeri güven aralığı sınırları dışında kalıyorsa otokorelasyon vardır.

ρ_k 'nın istatistiksel olarak sıfırdan farklı olup olmadığını anlamak için

$H_0: \rho_k=0$ yokluk hipotezinin test edilmesi gerekmektedir.

İngiliz istatistikçi M. S. Bartlett, bir zaman serisi bütünüyle rastsal ise ρ_k 'nın da 0 ortalama ve $1/n$ varyans ile yaklaşık normal dağıldığını göstermiştir.

Bu bilgiden ve standart normal dağılımın özelliklerinden yararlanarak herhangi bir ρ_k 'nın güven aralığı bulunabilir.

Örnek olarak, verim serimizde 21 gözlem olduğuna göre, örneklem varyansını $1/21=0,047619$ ve örneklem standart hatasını $1/\sqrt{n} = 1/\sqrt{21} = 0,218218$

Bu durumda tahmin edilen ρ_k 'ların %95 güven aralığı da $\pm 1,96(0,218218) = 0,427707$

olarak bulunur. Yani, ACF nin $0,427707 < \rho_k < 0,427707$ ise 0 olduğu reddedilmez.

Gretl, bu güven aralığını **iki lacivert çizgi** ile göstermiştir.

BARTTLET TEST

Z_{t+1} – geriye doğru gecikmeli seri
 Z_{t-1} – ileriye doğru gecikmeli seri

$$t = \frac{\rho_k}{\frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + 2 * \sum_{i=1}^k \rho_i^2}}$$

Bu test değeri, t test tablo değerinden büyük olduğunda yokluk hipotezi reddedilir ve önemli bir ilişki olduğu kabul edilir.

Ö R N E K	z_t	z_{t+1}	z_{t+2}
	5	8	9
	8	9	11
	9	11	12
	11	12	-
	12	-	-
ortalama	9		

$$r_1 = \frac{((5-9)*(8-9) + (8-9)*(9-9) + \dots + (11-9)*(12-9))}{(5-9)^2 + \dots + (12-9)^2}$$

Bütün bu $ACF(k)$ değerlerinin eş-anlı olarak sıfıra eşit olduğunun testi için diğer bir yöntemde, Box-Pierce Q ve Ljung-Box Q istatistiğinin kullanılmasıdır.

Ljung-Box Q

n: gözlem sayısı

m: test edilen gecikme sayısı

$$Q = n * (n + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\rho_k^2}{n - k}$$

Box-Pierce Q

n: gözlem sayısı

m: test edilen gecikme sayısı

$$Q = n * \sum_{k=1}^m \rho_k^2$$

Her iki test değeri, χ^2 dağılımı değerinden büyük ise H_0 reddedilir, yani seri normal dağılmamıştır veya durağan değildir.

KİSMİ OTOKORELASYON FONKSİYONU (PACF)

Kısmi korelasyon katsayısı, diğer değişkenler sabit iken yani bu değişkenlerin etkilerinin olmadığı varsayıldığında iki değişken arasındaki ilişkinin miktarını verir.

Kısmi otokorelasyon katsayısı ise diğer gecikmeli serilerin (z_{t-1} , z_{t-2} , ..., z_{t-k+1}) etkileri ihmal edildiğinde z_t ile z_{t+k} serileri arasındaki ilişki miktarını verir. Kısmi korelasyon fonksiyonu ile korelasyon z_t ve z_{t-k} değerleri arasındaki terimlerin etkisi çıkarılarak bulunur.

Kısmi otokorelasyon katsayısı r ile gösterilmiştir.

$$r_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} (r_{k-1,j})(r_{k-j})}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} (r_{k-1,j})(r_j)}$$

Örnek: 3 gecikmeli değişkenler arasındaki kısmi otokorelasyon katsayısı için

$$r_{33} = \frac{r_3 - [(r_{21} * r_2) + (r_{22} * r_2)]}{1 - [(r_{21} * r_1) + (r_{22} * r_2)]}$$

Tüm gecikmelere ilişkin Kısmi otokorelasyon katsayısı değerleri kısmi otokorelasyon fonksiyonunu (PACF) oluşturmaktadır.

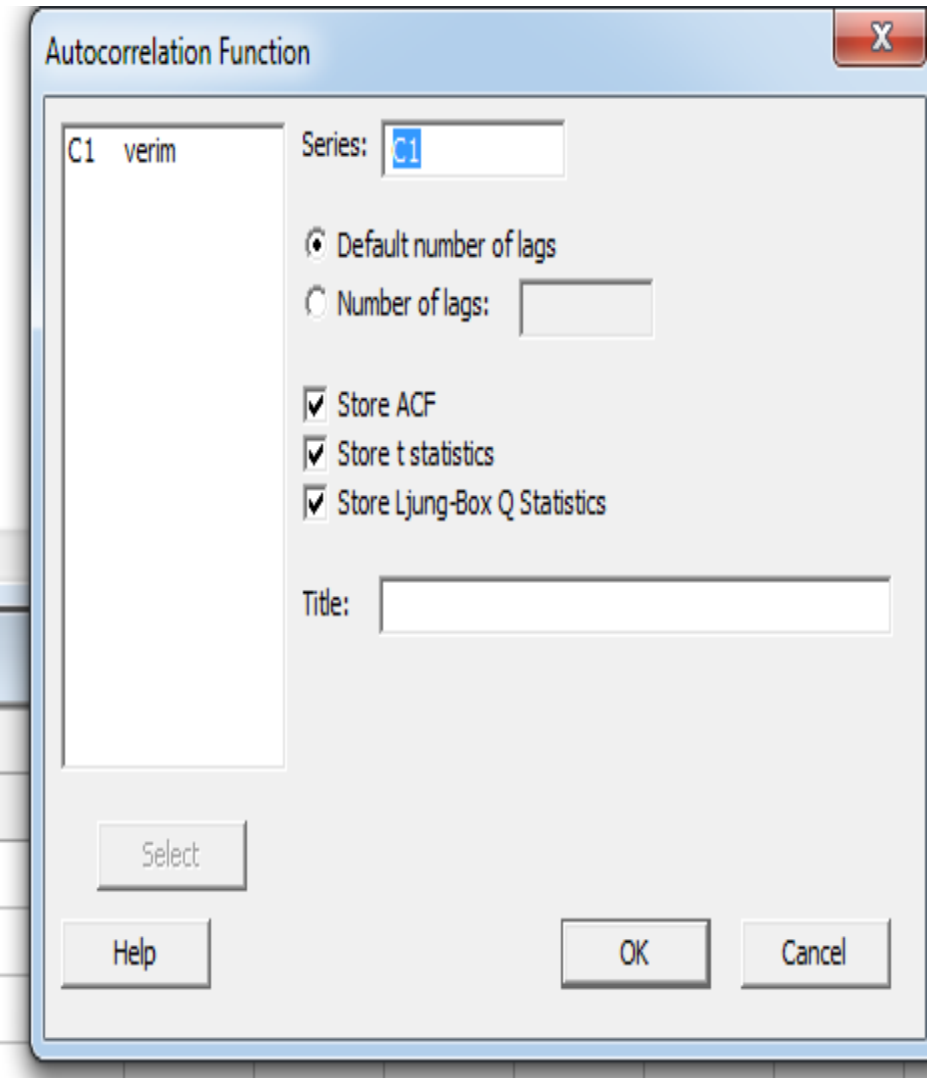
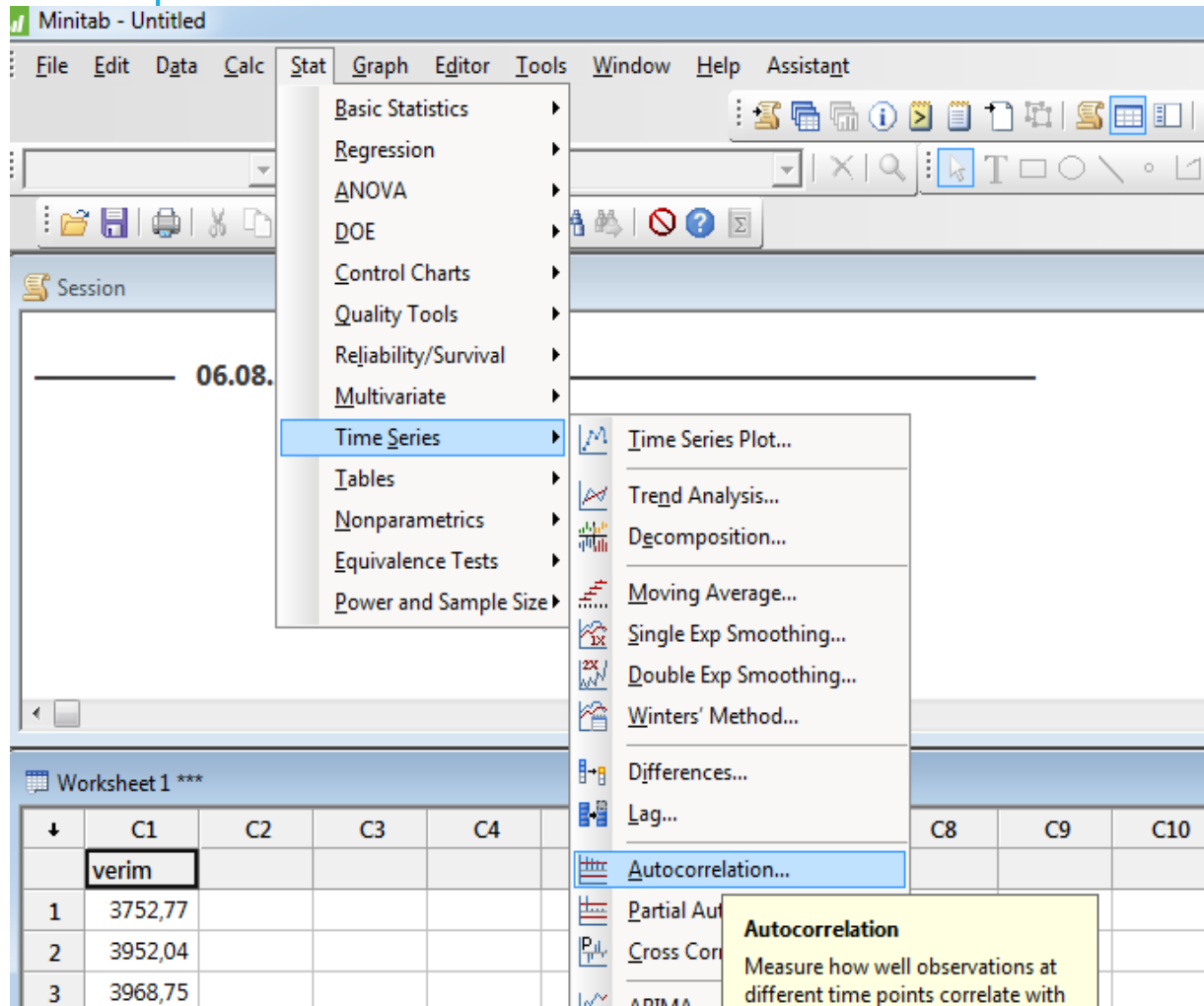
Kısmi otokorelasyon katsayısının önem testi *Quenouille t* ile yapılmaktadır.

$$t = \frac{r_{kk}}{1/\sqrt{n}}$$

T değeri, t tablo değerinden büyük olduğunda ilişkinin önemli olduğuna karar verilir.

BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

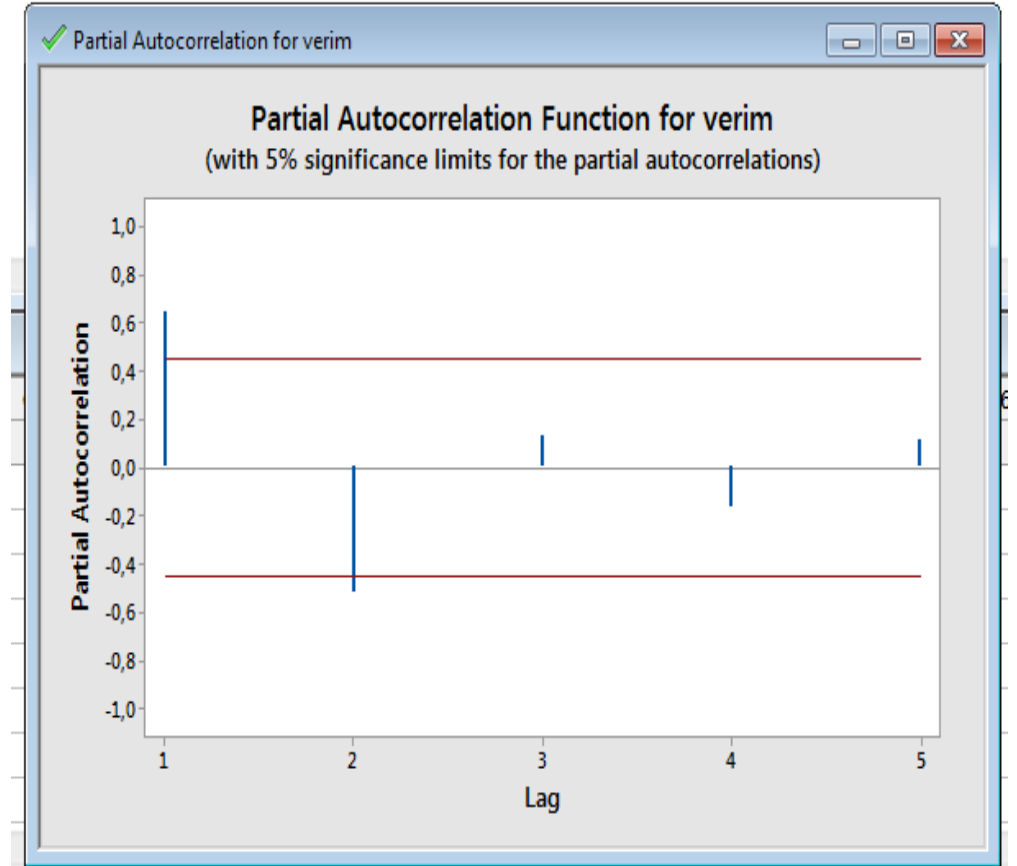
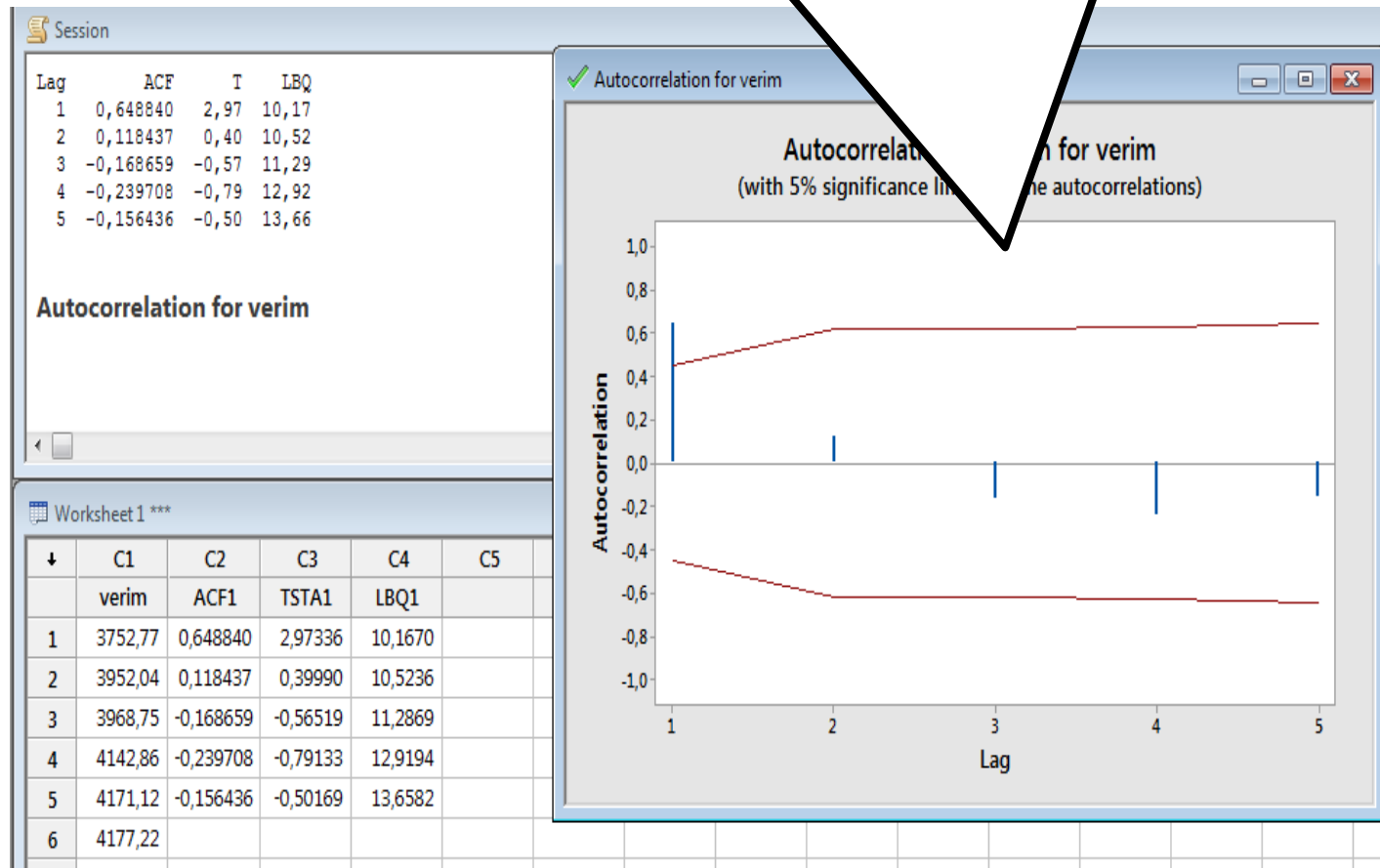
MINITAB



BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

MINITAB

İlk gecikmeye ait otokorelasyon katsayısı önemli bir ilişkinin varlığını göstermekte ancak diğerlerinde gözükmemektedir. Buradan hareketle serinin durağan olduğu söylenebilir.



BILGISAYAR UYGULAMALARI

SPSS

*Untitled1 [DataSet0] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Add-ons Window Help

1 : VERIM 3752,77

	VERIM	var
1	3753	
2	3952	
3	3969	
4	4143	
5	4171	
6	4177	
7	4145	
8	4071	
9	3951	
10	3763	
11	3706	
12	3777	
13	3702	
14	3722	
15	4309	
16	4388	
17	3662	
18	3251	
19	3307	
20	3355	
21	3783	
22		

Reports

Descriptive Statistics

Tables

Compare Means

General Linear Model

Generalized Linear Models

Mixed Models

Correlate

Regression

Loglinear

Neural Networks

Classify

Data Reduction

Scale

Nonparametric Tests

Time Series

Survival

Missing Value Analysis...

Multiple Response

Complex Samples

Quality Control

ROC Curve...

Create Models...

Apply Models...

Seasonal Decomposition...

Spectral Analysis...

Sequence Charts...

Autocorrelations...

Cross-Correlations...

Autocorrelations

Variables:

VERIM

Options...

Transform

☐ Natural log transform

☐ Difference: 1

☐ Seasonally difference: 1

Current Periodicity: None

Display

☒ Autocorrelations

☒ Partial autocorrelations

Autocorrelations: Options

Maximum Number of Lags: 16

Standard Error Method

☒ Independence model

☐ Bartlett's approximation

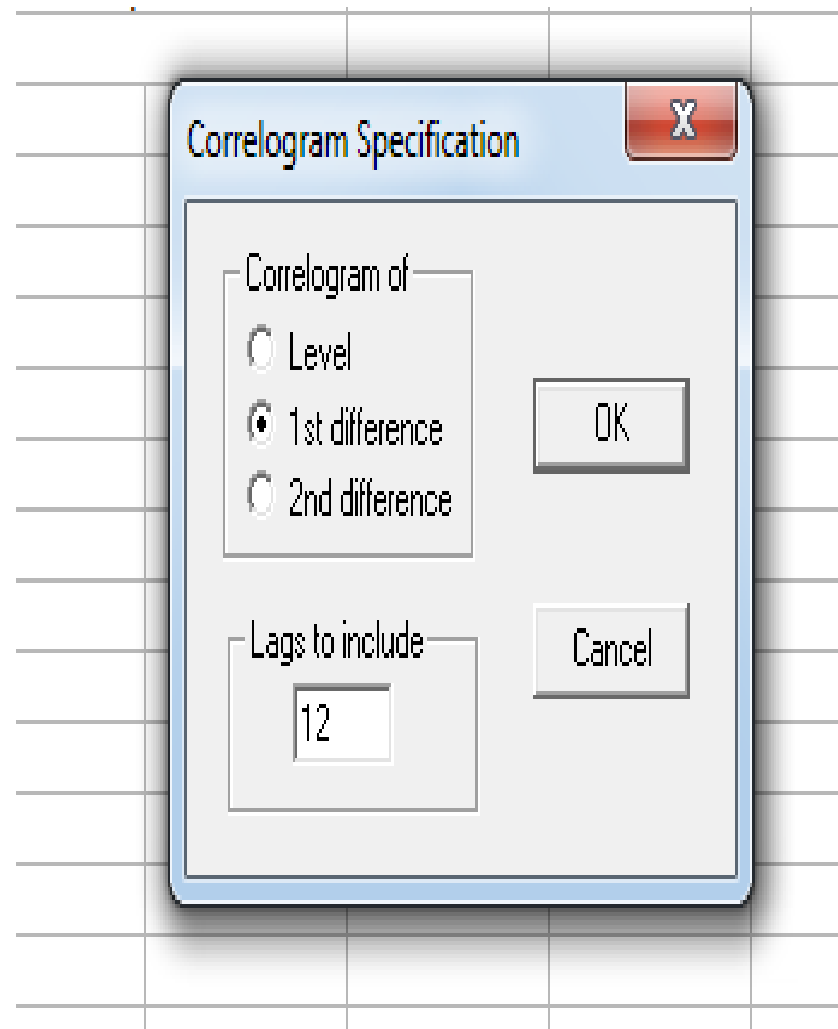
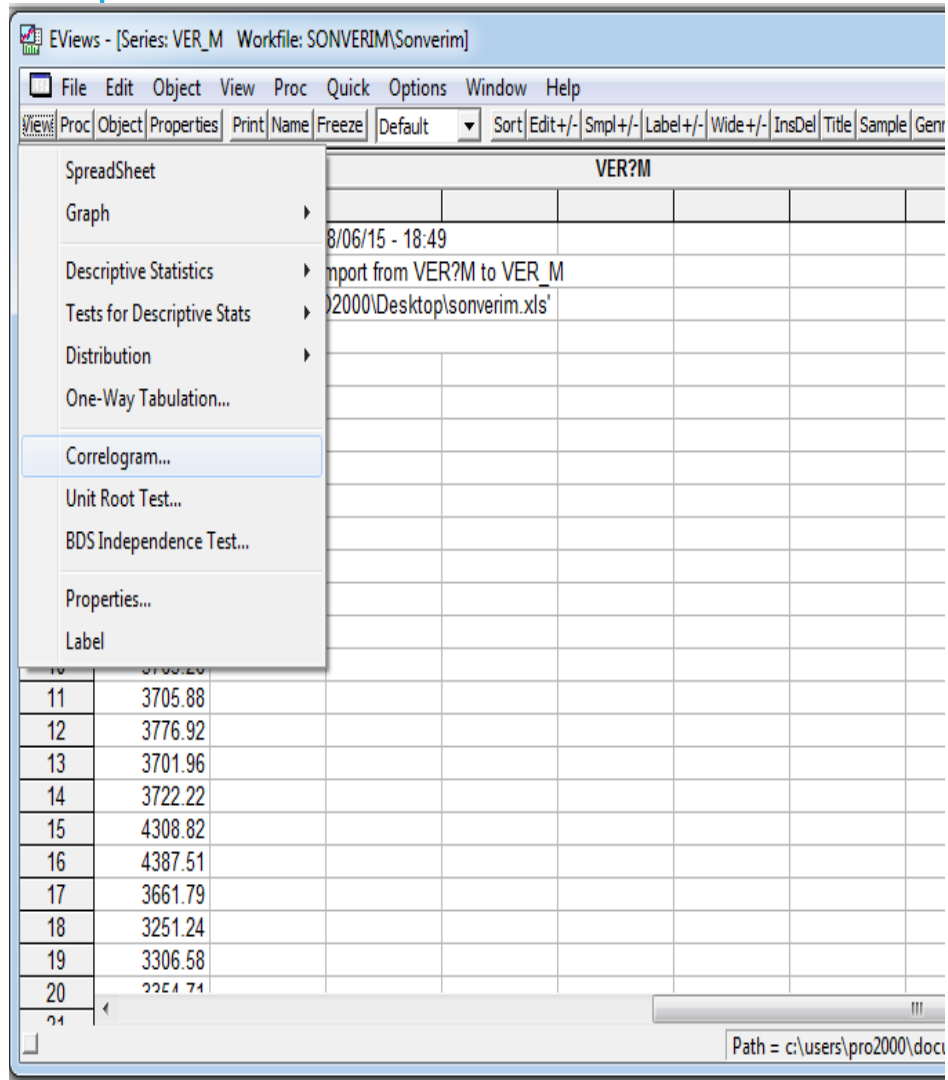
☐ Display autocorrelations at periodic lags

Continue Cancel Help

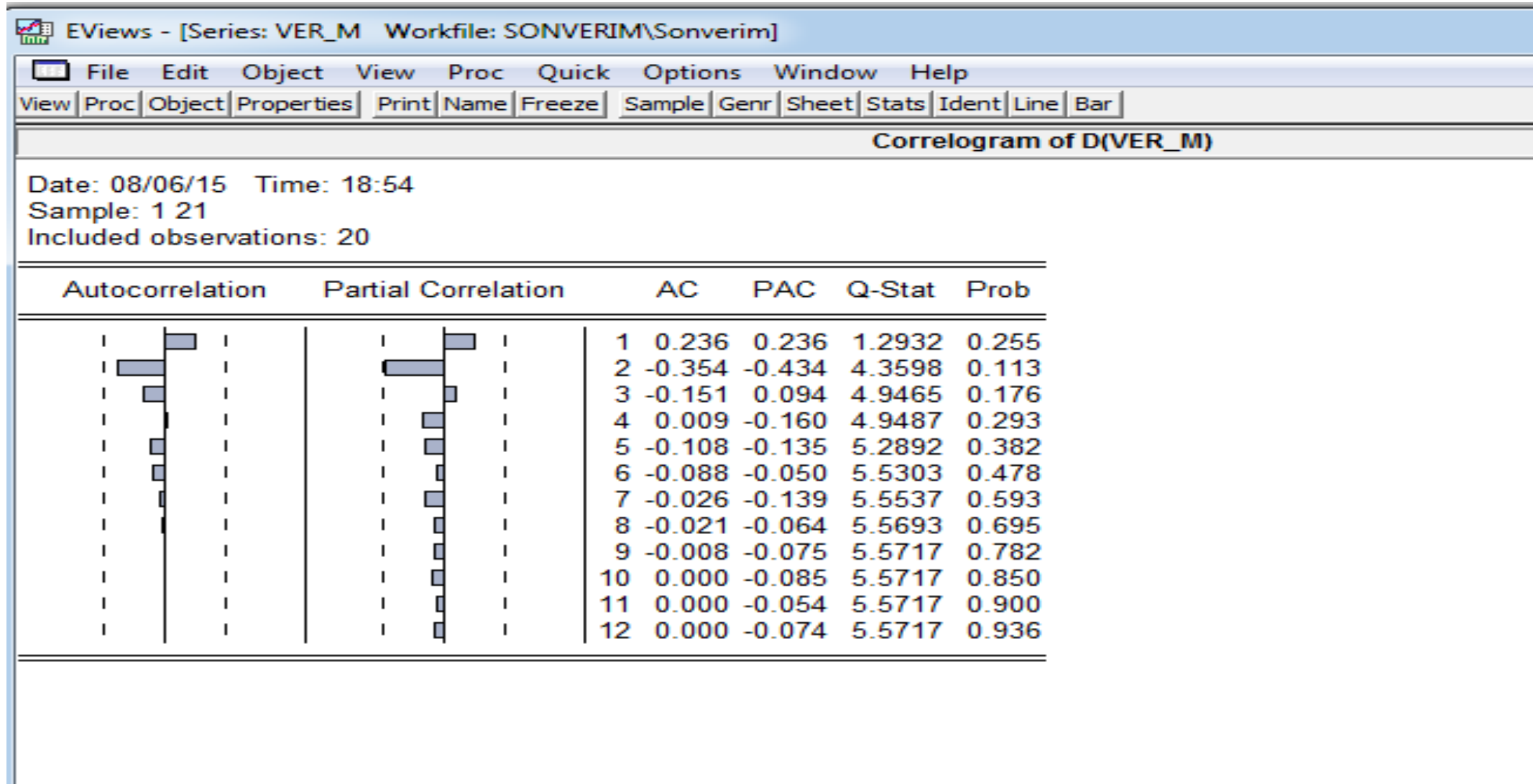
OK Paste Reset Cancel Help

BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

EViews



BILGISAYAR UYGULAMALARI EVIEWS



2- BİRİM KÖK TESTLERİ

Eğer bir seri rassal yürüyüş gösteriyorsa birim kök var demektir.

Bir seride birim kökün varlığını araştıran sistematik test Dickey ve Fuller tarafından ortaya konulmuştur.

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \quad u_t(0, \sigma^2) : \text{beyaz gürültü hata terimi}$$

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad (1) \quad \text{Rassal yürüyüş sürecinde birim kökün varlığı araştırıldığında hipotez aşağıdaki gibi oluşturulur.}$$

$$H_0 : \rho \geq 1 \quad (\text{Seri durağan değildir})$$

$$H_1 : \rho < 1 \quad (\text{Seri durağandır})$$

$\rho = 1 \Rightarrow Y_t$ 'nin bir birim kökü vardır,
rassal yürüyüş serisidir, durağan değildir.

u_t : ortalaması sıfır, varyansı değişmeyen, ardışık bağımlı olmayan, olasılıklı hata terimidir.

Bu hata terimi “**beyaz gürültü hata terimi**” olarak anılmaktadır.

τ İstatistiğinin eşik değerleri Dickey – Fuller tarafından belirlenmiştir.

$H_0 : \rho = 1$ birim kök vardır, durağan değildir.

hipotezini test etmek için kullanılan t istatistiği, τ istatistiği olarak bilinir.

Eğer hesaplanan- t değeri, 0.01, 0.05 ve 0.10 kritik- t değerlerinden daha negatifse H_0 reddedilir ve serinin durağan olduğuna karar verilir.

ADF -TAU İSTATİSTİKLERİ

Örneklem hacmi		Olasılıklar							
		0,01	0,03	0,05	0,10	0,90	0,95	0,98	0,99
		Model I(Sabitsiz ve trendsiz) ADF-τ							
25	-2,66	-2,26	-1,95	-1,60	0,92	1,33	1,70	2,16	
50	-2,62	-2,25	-1,95	-1,61	0,91	1,31	1,66	2,08	
100	-2,60	-2,24	-1,95	-1,61	0,90	1,29	1,64	2,03	
250	-2,58	-2,23	-1,95	-1,61	0,89	1,29	1,63	2,01	
500	-2,58	-2,23	-1,95	-1,61	0,89	1,28	1,62	2,00	
> 500	-2,58	-2,23	-1,95	-1,61	0,89	1,28	1,62	2,00	
	Model II (Sabitli ve trendsiz) ADF-τ								
25	-3,75	-3,33	-3,00	-2,62	-0,37	0,00	0,34	0,72	
50	-3,58	-3,22	-2,93	-2,60	-0,40	-0,03	0,29	0,66	
100	-3,51	-3,17	-2,89	-2,58	-0,42	-0,05	0,26	0,63	
250	-3,46	-3,14	-2,88	-2,57	-0,42	-0,06	0,24	0,62	
500	-3,44	-3,13	-2,87	-2,57	-0,43	-0,07	0,24	0,61	
> 500	-3,43	-3,12	-2,86	-2,57	-0,44	-0,07	0,23	0,60	
	Model III(Sabitli ve trendli) ADF-τ								
25	-4,38	-3,95	-3,60	-3,24	-1,14	-0,80	-0,50	-0,15	
50	-4,15	-3,80	-3,50	-3,18	-1,19	-0,87	-0,58	-0,24	
100	-4,04	-3,73	-3,45	-3,15	-1,22	-0,90	-0,62	-0,28	
250	-3,99	-3,69	-3,43	-3,13	-1,23	-0,92	-0,64	-0,31	
500	-3,98	-3,68	-3,42	-3,13	-1,24	-0,93	-0,65	-0,32	
> 500	-3,96	-3,66	-3,41	-3,12	-1,25	-0,94	-0,66	-0,33	

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad (1) \text{ eşitlik çoğunlukla aşağıdaki biçimde de yazılabilir:}$$

Eşitliğin her iki tarafı Y_{t-1} den çıkarılırsa

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_t &= (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t \\ &= \delta Y_{t-1} + u_t \end{aligned}$$

$$\delta = \rho - 1$$

Δ : birinci fark işlemcisi

$$\Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1})$$

$H_0 : \rho \geq 1$ veya $H_0 : \delta \geq 0$ (Seri durağan değildir, birim kök vardır)

$H_1 : \rho < 1$ veya $H_1 : \delta < 0$ (Seri durağandır)

Dickey-Fuller birim kök sınaması için üç model kullanılır.

1. Pür Rassal Yürüyüş Modeli: Bu model trendin ve sabitin yer almadığı modeldir.

Bu modellerde **sabitin** ve **deterministik trendin** etkisinin olmadığı varsayılır.

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

$H_0 : \rho \geq 1$ veya $H_0 : \delta \geq 0$ (Seri durağan değildir, birim kök vardır)

$H_1 : \rho < 1$ veya $H_0 : \delta < 0$ (Seri durağandır)

şeklindeki hipotez test edilir.

2. Sabitin Yer Aldığı Rassal Yürüyüş Modeli: Modelde sabit yer almaktadır.

Bu zaman serilerinde **deterministik trendin etkisinin olmadığı** varsayılır.

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t$$

$H_0 : \rho \geq 1$ veya $H_0 : \delta \geq 0$ (Seri durağan değildir, birim kök vardır)

$H_1 : \rho < 1$ veya $H_0 : \delta < 0$ (Seri durağandır)

şeklindeki hipotezler test edilir.

3. Trend ve Sabitin Yer Aldığı Rassal Yürüyüş Modeli:

Eşitliğin sağ tarafında **sabit ve deterministik trend** birlikte yer almaktadır. Yani model tüm **deterministik bileşenleri ve stokastik kısmı** içermektedir.

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t$$

$H_0 : \rho \geq 1$ veya $H_0 : \delta \geq 0$ (Seri durağan değildir, birim kök vardır)

$H_1 : \rho < 1$ veya $H_0 : \delta < 0$ (Seri durağandır)

Seri hakkında fazla bir bilgi yoksa 3. modelden başlanarak ilgili kritik değerlerle hipotez sınanır ve

1. Eğer H_0 reddedilirse serinin **trend durağan** $I(0)$ olduğuna karar verilir.
2. H_0 hipotezi kabul edilirse birim kökün varlığına karar verilir.

VERİM ZAMAN SERİSİ DURAĞAN MI?

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
VERİM(-1)	-0,78	0,19	-4,05	0,00
D(VERİM(-1))	0,66	0,21	3,20	0,01
C	3256,19	819,84	3,97	0,00
@TREND(1)	-19,93	10,30	-1,94	0,07

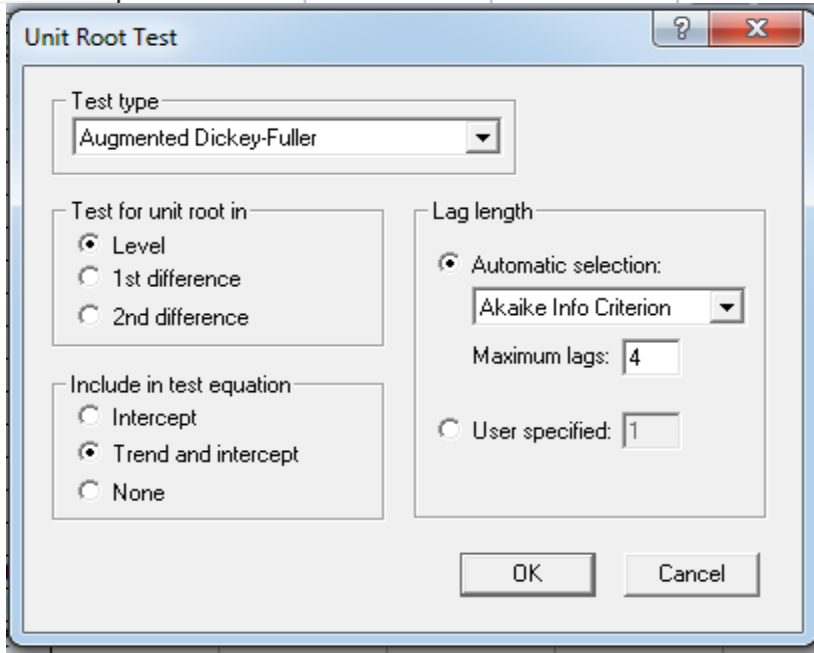
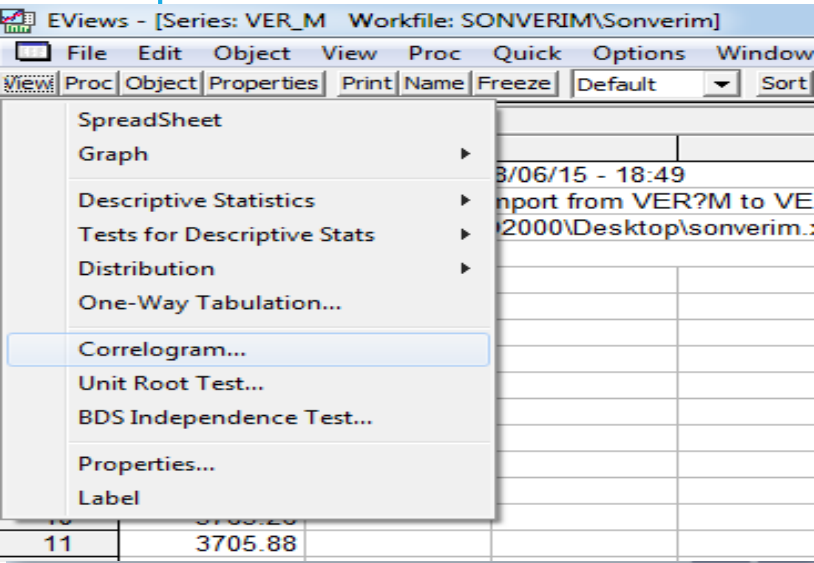
%1, %5 ve %10 için kritik değerler :

-4.53, -3.67, -3.28

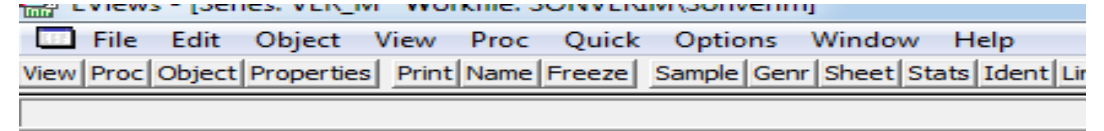
t= **-4.05** değeri, **%5 ve %10 düzeyinde** kritik değerlerden daha negatif olduğu (büyük) olduğundan Verim serisi birim kök içermez, yani durağandır.

BİLGİSAYAR UYGULAMALARI EViews

MODEL 3 İÇİN



t istatistiği
ADF kritik
değerlerden
küçük
olduğundan
birim kök yok,
Seri durağan



Null Hypothesis: VER_M has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 3 (Automatic based on AIC, MAXLAG=4)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.357295	0.0159
Test critical values:		
1% level	-4.616209	
5% level	-3.710482	
10% level	-3.297799	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Warning: Probabilities and critical values calculated for 20 observations and may not be accurate for a sample size of 17

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(VER_M)
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 11:04
Sample (adjusted): 5 21
Included observations: 17 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
VER_M(-1)	-1.475905	0.338720	-4.357295	0.0011
D(VER_M(-1))	1.388654	0.303262	4.579053	0.0008
D(VER_M(-2))	0.191729	0.254994	0.751899	0.4679
D(VER_M(-3))	0.740778	0.276251	2.681541	0.0213
C	6138.829	1425.157	4.307477	0.0012
@TREND(1)	-32.12557	12.38076	-2.594798	0.0249

R-squared	0.763035	Mean dependent var	-21.14882
Adjusted R-squared	0.655324	S.D. dependent var	284.8656
S.E. of regression	167.2420	Akaike info criterion	13.34733
Sum squared resid	307668.8	Schwarz criterion	13.64140
Log likelihood	-107.4523	F-statistic	7.084088
Durbin-Watson stat	1.713920	Prob(F-statistic)	0.003426

Seriler düzeyde orijinal verilerle durağan değillerse, farkları alınarak durağanlık testi yapılır.

Eğer, bir zaman serisinin ilk hali ile durağan başlangıç (rassal yürüyüş) serisi düzeyde bütünleşiktir, $I(0)$

Eğer, bir zaman serisinin birinci farkları durağan ise başlangıç (rassal yürüyüş) serisi 1.dereceden bütünleşiktir, $I(1)$

Eğer, durağan bir seriye ulaşmadan önce ilk serinin iki kez farkı alınıyorsa, ilk seri 2.dereceden bütünleşiktir, $I(2)$.

Eğer bir zaman serisinin d kez farkının alınması gerekiyorsa, o seri d'inci dereceden bütünleşik ya da $I(d)$ 'dir.

ÖRNEK:

Veri setleri üzerinde durağanlığı kontrol ediniz.

1. Korelogram

2. Birim kök testleri ($I(0)$, $I(1)$, $I(2)$)

SAHTE REGRESYON (SPURIOUS REGRESSION)

Durağan olmayan seriler kullanılarak yapılan ekonometrik tahminleri sahte regresyon içerdiğinden şüphe duymak gerekir. Eğer denklemdaki hem bağımlı hem de bağımsız değişkenlerde trend baskınsa, kuvvetli bir şekilde anlamlı regresyon katsayıları elde etmek mümkündür.

Modelde yer alan trende sahip değişkenler birbirleriyle tamamen ilişkisiz olsalar dahi, R^2 (belirlilik katsayısı) yüksek değerlerle tahmin edilebilir.

Bu sonuçlar tamamen sahte (spurious)'dir.

SAHTE KORELASYON/REGRESYON

Sahte regresyonun açık göstergesi (Phillips-1986 tarafından teorik olarak ispatlanmıştır) **çok düşük Durbin-Watson istatistiği ile kabul edilebilir R^2 istatistiğinin** birlikte ortaya çıkmasıdır.

Yani,

$$DW < R^2$$

KUVVETLİ ŞÜPHE
SAHTE REGRESYON

Equation: UNTITLED Workfile: SONVERIM\Sonverim

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: VER_M
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 13:43
Sample (adjusted): 2 21
Included observations: 20 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1351.296	692.0359	1.952639	0.0666
VER_M1	0.650648	0.178525	3.644579	0.0019

R-squared	0.424607	Mean dependent var	3865.162
Adjusted R-squared	0.392641	S.D. dependent var	322.1829
S.E. of regression	251.0876	Akaike info criterion	13.98412
Sum squared resid	1134810.	Schwarz criterion	14.08369
Log likelihood	-137.8412	F-statistic	13.28296
Durbin-Watson stat	1.227966	Prob(F-statistic)	0.001854

D.W > R^2 sahte regresyon yok

Equation: UNTITLED Workfile: SONVERIM\Sonverim

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: VER_M
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 13:48
Sample (adjusted): 3 21
Included observations: 19 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2226.335	675.2497	3.297054	0.0045
VER_M1	1.063543	0.208175	5.108901	0.0001
VERIM2	-0.637744	0.223463	-2.853918	0.0115

R-squared	0.626202	Mean dependent var	3860.589
Adjusted R-squared	0.579477	S.D. dependent var	330.3440
S.E. of regression	214.2207	Akaike info criterion	13.71583
Sum squared resid	734248.1	Schwarz criterion	13.86495
Log likelihood	-127.3004	F-statistic	13.40191
Durbin-Watson stat	1.827935	Prob(F-statistic)	0.000381

HATA DÜZELTME MODELLERİ (ERROR CORRECTION MODELS)

Değişkenler arasında uzun dönemli bir ilişki söz konusu olduğunda kullanılabilen modellerdir.

HDM, uzun dönem ilişkiden sapmalar hakkında bilgi verir.

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t$$

$$X_t = X_{t-1} + v_t$$

İki farklı seri durağan değil iseler ve aralarında korelasyon yok ise, bu serilere uygulanan regresyon sonuçlarının anlamsız olması gerekir.

Yani X_t ve Y_t birbiriyle ilişkisiz olmalıdır. Ancak sahte regresyon oluşmuş ise aralarında bir ilişki var gibi gözükabilir.

İşte böylesi sonuçlardan kaçınmak için durağan serilerle tahmin yapmak gerekir.

Serilere ait veriler, düzeyde durağan değil iseler, farkları alınarak durağanlaştırılıyor idiler.

Ancak fark operatörü kullanılarak yapılan durağanlaştırma işlemi uzun dönem ilişkinin ortadan kalkmasına neden olabilir. Yani değişkenler arasındaki regresyon tahmini yanıltıcı olur.

Şayet durağan olmayan bu serilerin birbirleriyle uzun dönemli ilişkisi olduğu kuvvetli delillere dayanıyorsa bu serilerin "Eşbütünleşik" olduğunu gösterebilir. Bunu ortaya çıkaran testler ise "eşbütünleşme testleri" olarak adlandırılır.

Johannsen eşbütünleşme testi en çok bilinen testlerden birisidir. Test neticesinde eşbütünleşmenin varlığı ve değişkenler arasındaki ilişkinin tek yönlü veya çift yönlü olduğu hakkında bilgi sahibi olunabilir.

Genel olarak, Y_t dizisi $I(1)$, başka bir X_t dizisi de $I(1)$ ise ve yani d aynı değer ise bu iki seri dizi eşbütünleşik **olabilir**.

Eşbütünleşik iseler bu iki değişkenin düzey değerleri ile yapılan regresyon anlamlıdır.

Böylece uzun dönemli ilişki kaybolmamış olur.

Eşbütünleşme olması demek, bu serilerin kısa dönemde olasılıksal uyumsuzluklar gösterebilecekleri ancak uzun dönemde hep bir denge ilişkisine dönecekleri anlamına gelir.

Serilerin durağan olmaması nedeniyle uzun dönem ilişkisinin kaybolmaması için Hata düzeltme modellerinden yararlanılır.

Örnek bir denklem olarak; $X_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + u_t$ verilmiş olsun.

Tahmin edilen denkleme ait hataların (u_t) durağan çıkması durumunda u_t denklemi $u_t = X_t - \beta_1 - \beta_2 Y_t$ olur.

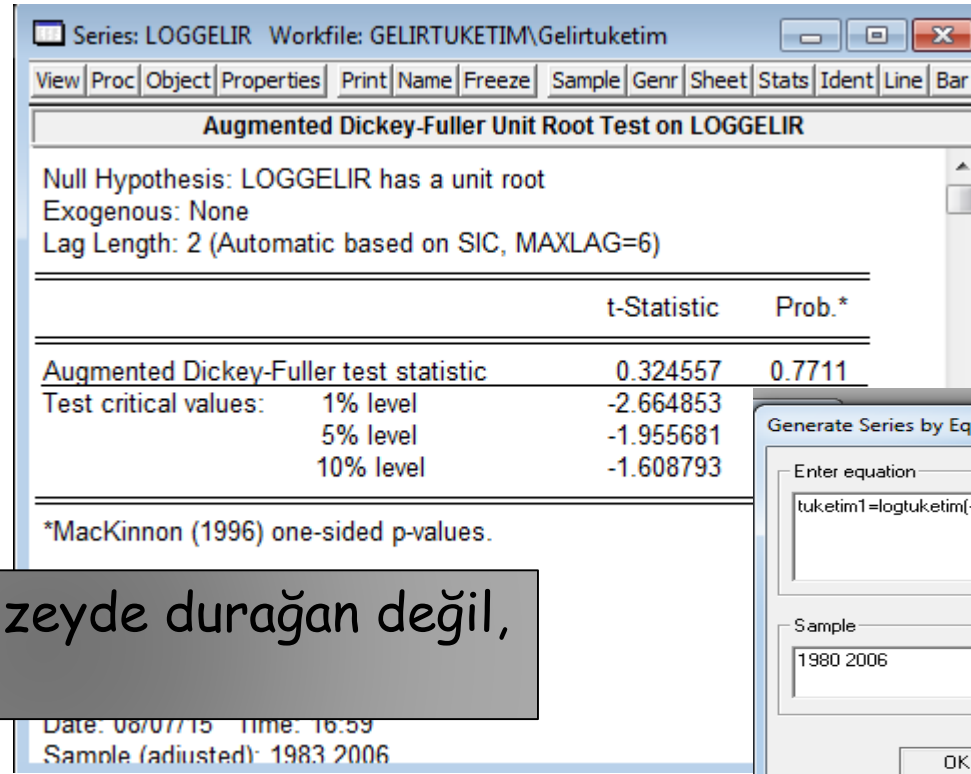
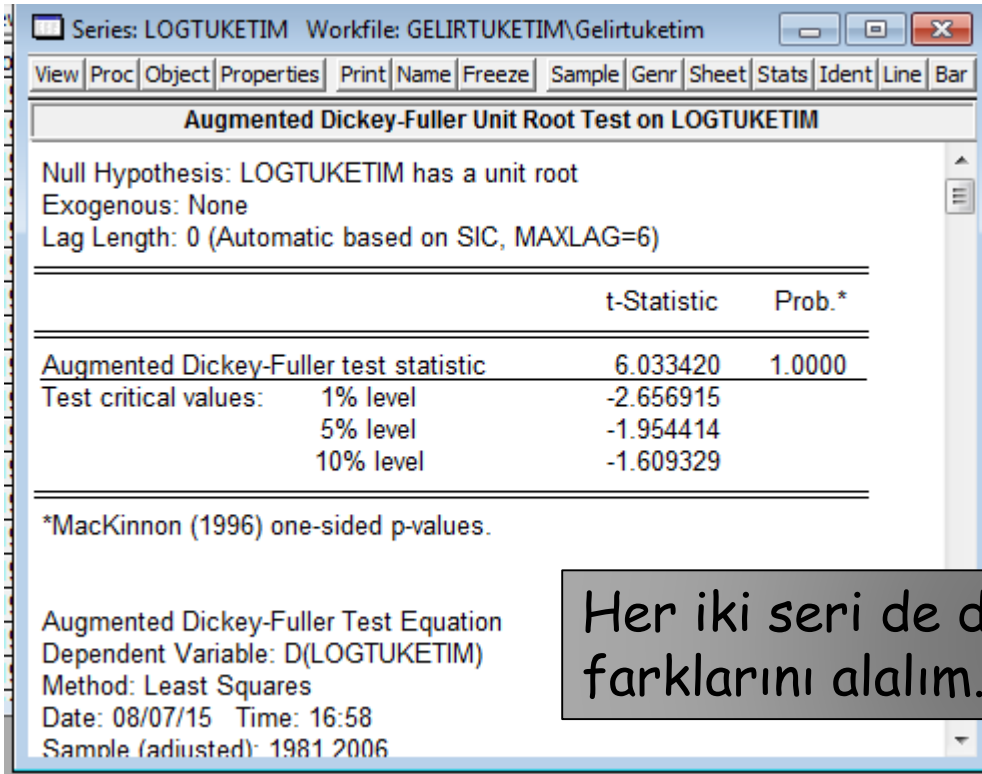
Hata düzeltme modelinden yararlanmak için modele hatanın gecikmeli değeri (u_{t-1}) bir değişken olarak eklenir.

$$u_t = X_t - \beta_1 - \beta_2 Y_t + \beta_3 u_{t-1}$$

Bu terimin katsayısının eksi değerli olması beklenir ve model değişkenlerinin arasındaki ilişkinin uzun dönem dengesinden ne kadar uzakta olduğunu ölçer. β_3 ise uzun dönem denge ilişkisinde geçici bir sapma olduğunda dengeye ne kadar çabuk geri döneceğini gösterir

ÖRNEK UYGULAMA-EVIEWS HATA DÜZELTME MODELİ

Türkiye'de 1980-2006 yılları arası gelir-tüketim ilişkisi



Her iki seri de düzeyde durağan değil,
farklarını alalım.

Generate Series by Equation

Enter equation

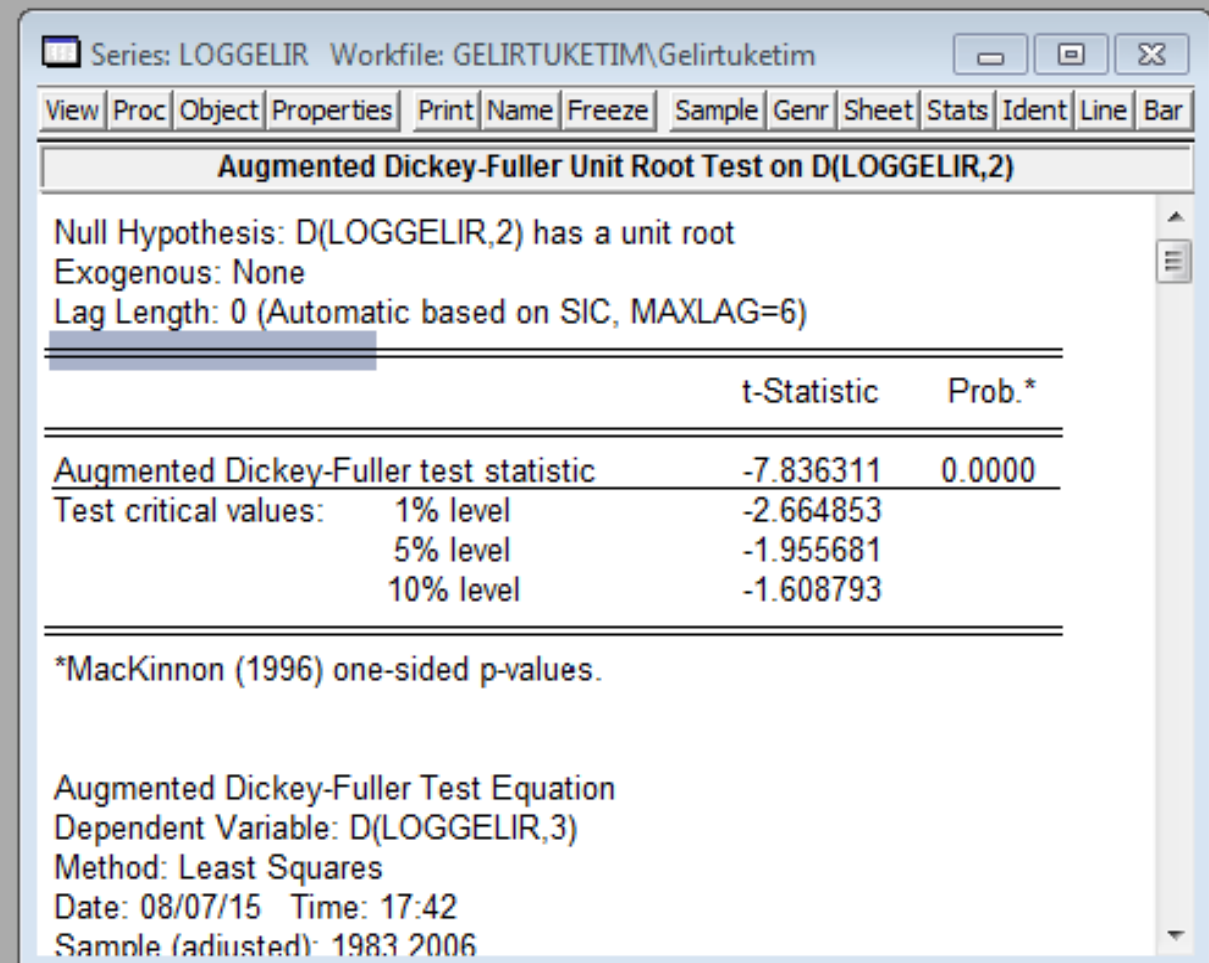
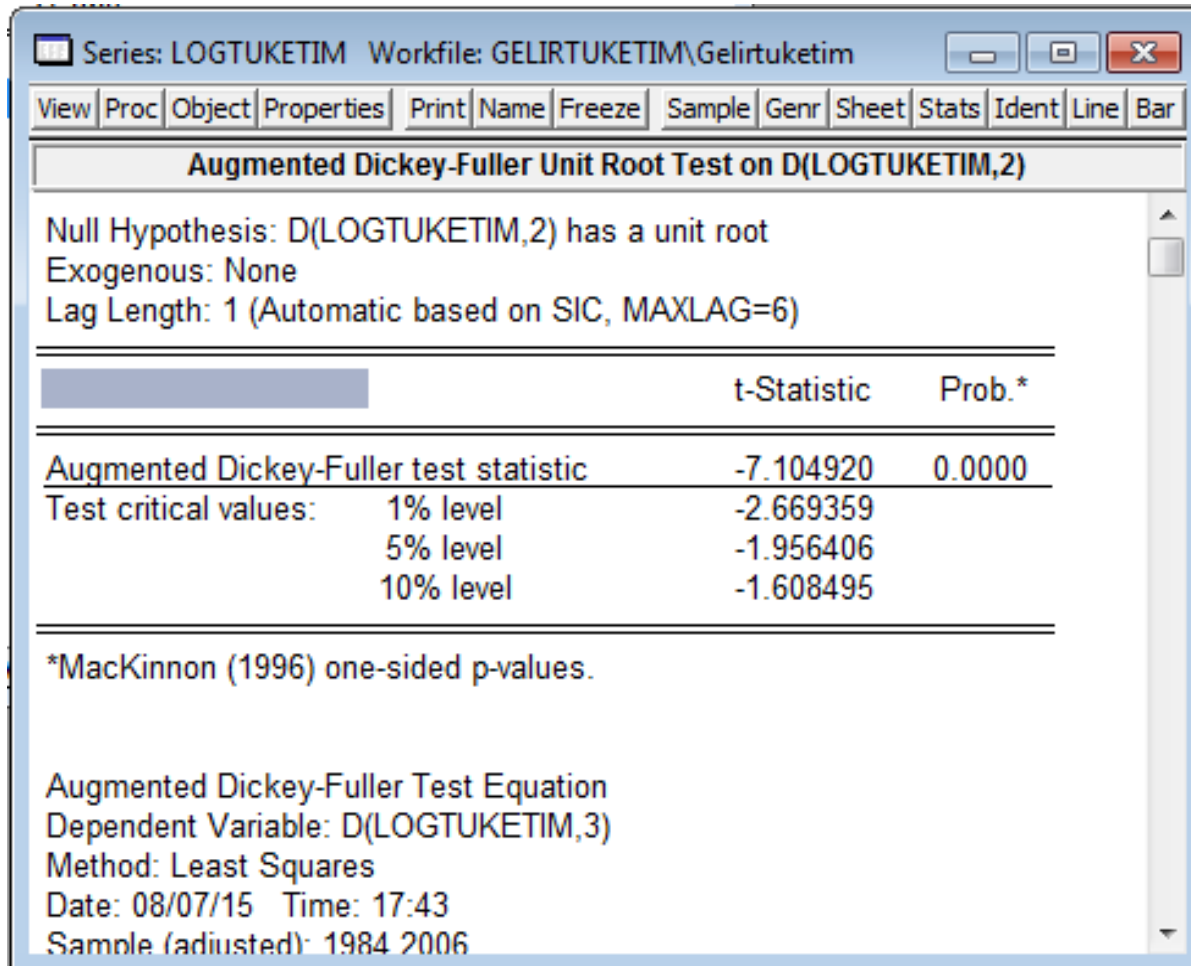
tuketim1=logtuketim(-1)

Sample

1980 2006

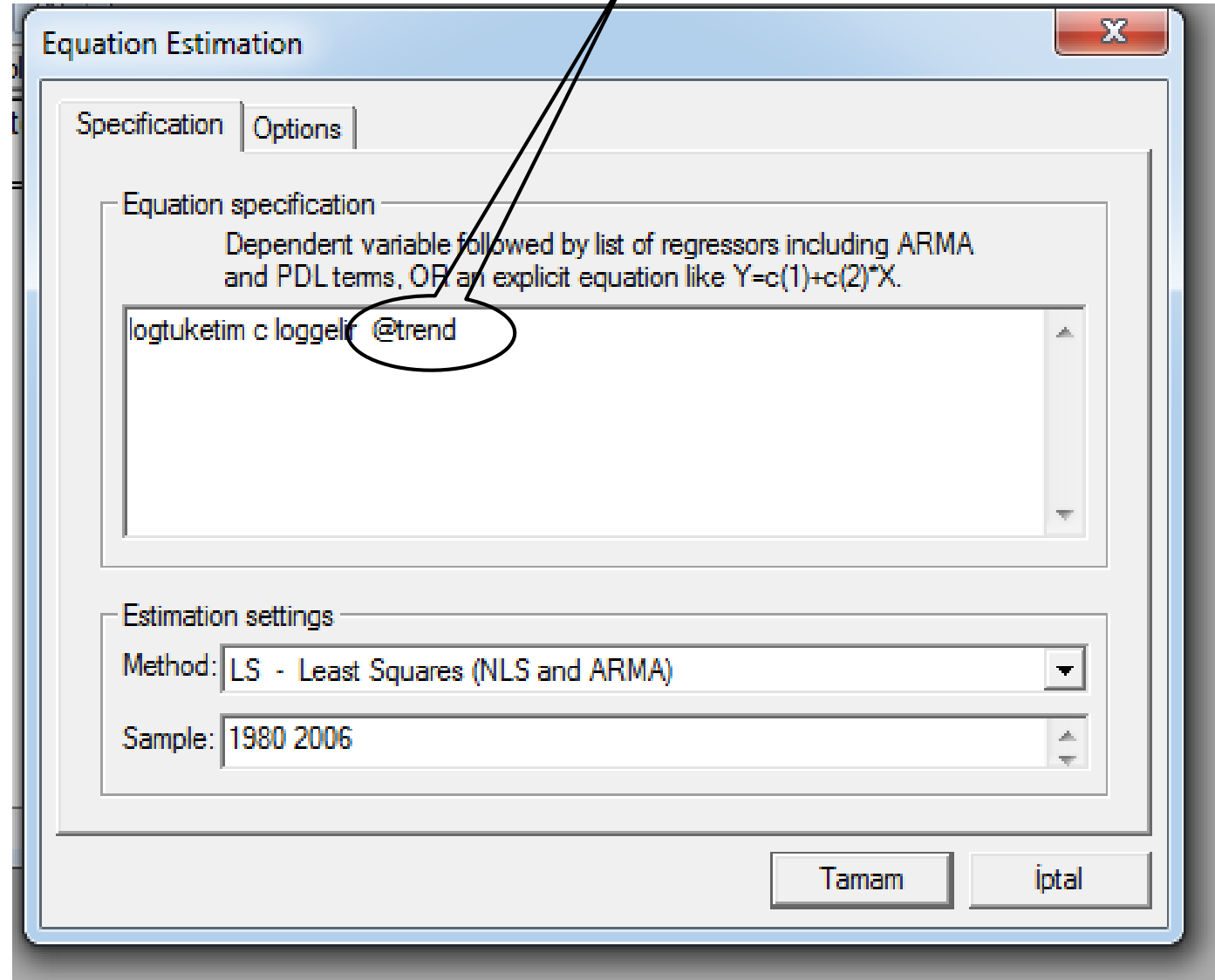
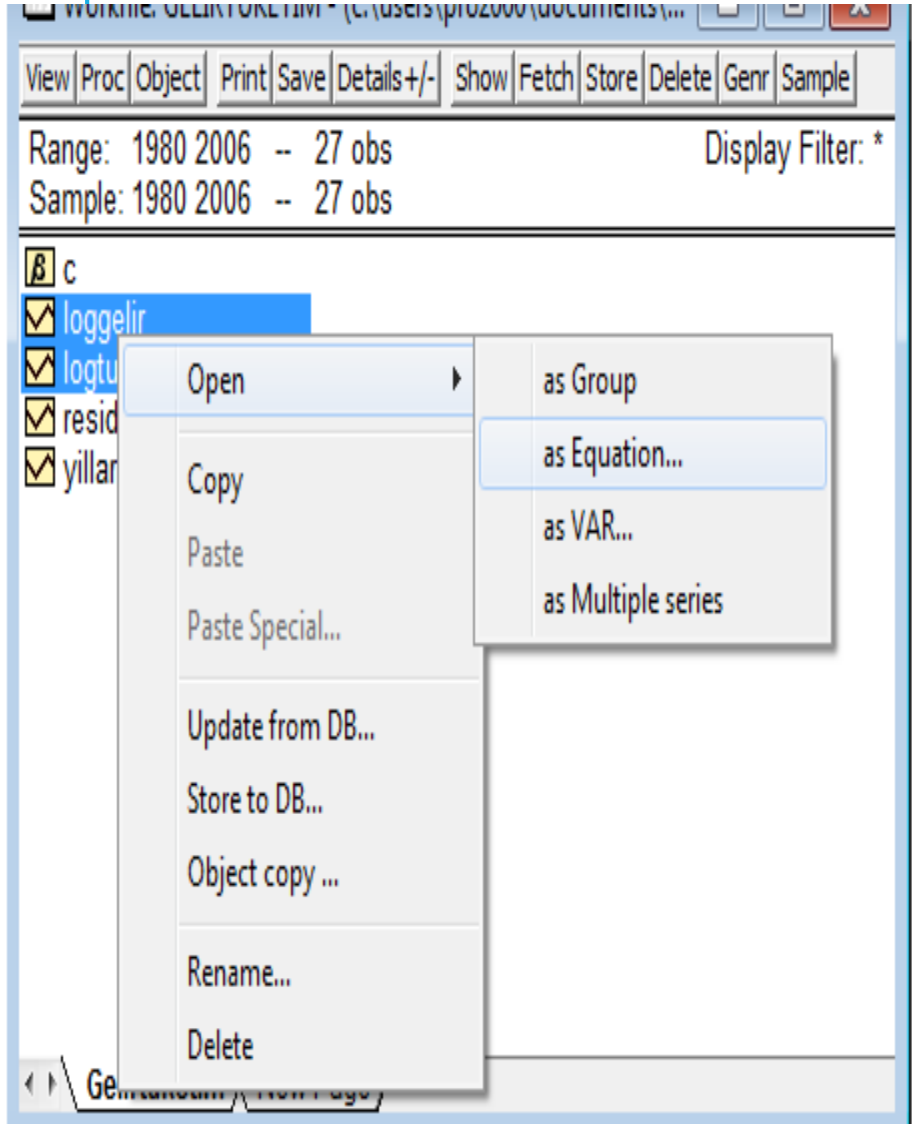
OK Cancel

Her iki seri ikinci farklar alındığında durağan hale gelmektedir. O halde bu iki bütünleşik seridir.



Böylece normal bir regresyon denklemi kurulabilir.

Seri grafikleri incelendiğinde bir trende sahip oldukları görüldüğünden denkleme trend eklenmiştir.



Model sonuçları anlamlı
çıkmıştır (F, t, DW gibi)

Equation: UNTITLED Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LOGTUKETIM
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 17:50
Sample: 1980 2006
Included observations: 27

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.613582	1.978127	-2.332299	0.0284
LOGGELIR	0.940973	0.096241	9.777286	0.0000
@TREND	0.061407	0.045237	1.357463	0.1873

R-squared	0.996939	Mean dependent var	21.21111
Adjusted R-squared	0.996684	S.D. dependent var	4.000705
S.E. of regression	0.230364	Akaike info criterion	0.006124
Sum squared resid	1.273617	Schwarz criterion	0.150105
Log likelihood	2.917332	F-statistic	3908.926
Durbin-Watson stat	2.172918	Prob(F-statistic)	0.000000

Modele hata terimlerinin bir gecikmeli
değerinin eklenmesi için hataların elde
edilmesi gerekir. Şöyle ki

Equation: UNTITLED Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LOGTUKETIM
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 17:50
Sample: 1980 2006
Included observations: 27

Specify/Estimate...
Forecast...
Make Residual Series...
Make Regressor Group
Make Gradient Group
Make Derivative Group
Make Model
Update Coefs from Equation

		t-Statistic	Prob.
R-squared	0.996939	-2.332299	0.0284
Adjusted R-squared	0.996684	9.777286	0.0000
S.E. of regression	0.230364	1.357463	0.1873

R-squared	0.996939	Mean dependent var	21.21111
Adjusted R-squared	0.996684	S.D. dependent var	4.000705
S.E. of regression	0.230364	Akaike info criterion	0.006124
Sum squared resid	1.273617	Schwarz criterion	0.150105
Log likelihood	2.917332	F-statistic	3908.926
Durbin-Watson stat	2.172918	Prob(F-statistic)	0.000000

Make Residuals

Residual type

☒ Ordinary
☐ Standardized
☐ Generalized

OK

Name for resid series

resid01

Cancel

Aşağıdaki gibi bir hata serisi oluşturulur.

Series: HATA Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View Proc Object Properties Print Name Freeze Default Sort Edit+/- Smp+/- Lab

HATA

Last updated: 08/07/15 - 17:56
Modified: 1980 2006 // makeresid

1980	0.053145			
1981	0.015348			
1982	0.065747			
1983	0.116145			
1984	-0.015748			
1985	0.046455			
1986	0.002756			
1987	-0.040943			
1988	-0.072836			
1989	-0.098827			
1990	-0.030721			
1991	0.031483			
1992	-0.000411			
1993				

Düzeyde durağan olması gereken Hata serisinin bir gecikmeli değeri modele eklenir ve yeniden tahmin yapılır.

Series: HATA Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View Proc Object Properties Print Name Freeze Sample Genr Sheet Stats Ident Line Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on HATA

Null Hypothesis: HATA has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=6)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.465038	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.656915	
5% level	-1.954414	
10% level	-1.609329	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(HATA)
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 18:00
Sample (adjusted): 1981 2006

Şimdi hata düzeltme modeli kurulabilir.

$$u_t = X_t - \beta_1 - \beta_2 Y_t + \beta_3 u_{t-1}$$

Bağımlı ve bağımlı değişkenler ikinci farkta durağan olduklarından ikinci farkları, hata teriminin ise bir gecikmeli değeri modele dahil edilir.

Equation Estimation

Specification Options

Equation specification

Dependent variable followed by list of regressors including ARMA and PDL terms, OR an explicit equation like $Y=c(1)+c(2)*X$.

$d(logtuketim,2) c d(loggelir,2) hata(-1)$

İkinci farkın yazım şekline dikkat – $d(logtuketim,2)$

Estimation settings

Method: LS - Least Squares (NLS and ARMA)

Sample: 1980 2006

Tamam İptal

Equation: UNTITLED Workfile: GELIRTUKETIM\Gelirtuketim

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: D(LOGTUKETIM,2)
Method: Least Squares
Date: 08/07/15 Time: 18:14
Sample (adjusted): 1982 2006
Included observations: 25 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LOGGELIR,2)	0.283468	0.376761	0.752362	0.454433
HATA(-1)	-1.963962	0.292657	-6.7143	0.000002
C	-0.007379	0.000000		

R-squared 0.695047 Mean dependent variable 0.000000
Adjusted R-squared 0.667324 S.D. dependent variable 0.299667
S.E. of regression 0.299667 Akaike info criterion 3.748471
Sum squared resid 1.975609 Schwarz criterion 3.748471
Log likelihood -3.748471 F-statistic 25.07111
Durbin-Watson stat 2.078360 Prob(F-statistic) 0.000002

Hata terimini katsayısı -1-0 aralığında olmalı

Bu şartı sağlamıyor, bu model için HDM çalışmıyor şeklinde yorumlarız.

Hata terimi katsayısının -0.12 çıktığını varsayalım.

Yorum: Dengede oluşan sapmanın yaklaşık %12'si bir sonraki dönem düzelecektir.