Kuyruk Teorisi(Y. L.)

2. Hafta

Kuyruk sisteminin genel yapısı, Kendall- Lee- Taha simgesi

Kuyruk sistemleri tek kanallı, paralel çok kanallı, fazlı, tandem(ardışık), paralel ve ardışık gibi olabilirler. Bir kuyruk sistemi aşağıdaki simgeyle ifade edilir

Kendal – Taha – Lee Simgesi

D. Kendal(1953) çok kanallı kuyruklarda geliş dağılımı, servis süresi (ayrılış) dağılım ve sistemde bulunan paralel kanal(servis) sayısını tanımlamak üzere bir notasyon önermiştir. Daha sonra A. Lee(1966) servis disiplini ve sistemde bulunan maksimum müşteri sayısını eklemiştir. H. A. Taha(1968) altıncı bir karakteristik olan geliş kaynağını simgelemeye katmıştır. Bu simgeleme genel olarak şöyledir:

(*a* / *b* / c) : (*d* / *e* / *f*)

a : Gelişler arası sürenin dağılım fonksiyonunu(giriş akımını) gösterir.

b: Hizmet süresinin dağılım fonksiyonunu gösterir.

c : Kanal sayısı.

d : Hizmet disiplini.

e : Sistemde (servis ve kuyrukta) izin verilen en çok müşteri sayısı.

f : Geliş kaynağı büyüklüğü.

Bu simgelerin geniş açıklaması aşağıdaki gibidir. Paralel *c* kanallı bir kuyruk sisteminde müşterilerin sisteme (süpermarket, petrol istasyonu, hastane, banka v.b.) geliş anları t_1, t_2 , … , t_n olsun. t_n $n.$ müşterinin sisteme geliş anı olmak üzere $u_n = t_n - t_{n-1}$'ler ardışık iki müşteri arasındaki süreyi göstersin. t_n'ler tesadüfi değişken olduğundan u_n'ler de tesadüfi değişkenlerdir. $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ dizisine müşteri akımı (sisteme giriş akımı) denir. $u_1, u_2, \dots, u_n$'lerin bağimsız ve aynı dağılıma sahip olduğu varsayılır. $u_1, u_2, \dots, u_n$'lerin dağılım fonksiyonunu $P(u_i < t) = A(t)$ ile gösterelim. $A(t)$ keyfi ya da belli bir olasılık fonksiyonu olabilir . $A(t)$ keyfi olduğunda giriş akımına recurent akım ya da genel giriş akımı denir ve GI ile gösterilir.

En çok kullanılan giriş akımları:

1) Eğer $A(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$

ise buna Poisson akımı denir. Bu akım M ile ifade edilir.

2) $u_i = D$,her bir u_i sabittir.

Bu tür akıma Deterministik Giriş Akımı denir ve bu akım D ile gösterilir.

3) $u_i = \eta_1 + \eta_2 + ... + \eta_k$

$\eta_1, \eta_2, ..., \eta_k$' lar bağımsızdır ve aynı üstel dağılıma sahiptir.

$$P(\eta_r \prec t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Bu tür dağılıma Erlang Akımı denir ve bu giriş akımı E_k ile gösterilir. $A(t)$'nin verilmesiyle giriş akımı belirlenir.

Hizmet süresi sisteme gelen her bir müşteri belli bir zaman içinde hizmet alıyorsa bu zamana hizmet süresi denir. Sistemin tam belli olabilmesi için hizmet süresinin verilmesi gerekir. Bu süre genellikle bir tesadüfi değişkendir.

ξ_i, i'nci müşterinin hizmet süresini göstermek üzere , $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$'ler bağımsız tesadüfi değişkenler olup aynı dağılıma sahiptirler. Hizmet süresinin dağılım fonksiyonu $P(\xi_i < t) = B(t)$ ile gösterilsin $B(t)$ keyfi olduğunda hizmet süresi G ile gösterilir.

1) ξ_i'ler üstel dağılıma uyarsa $B(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\mu t} & ; t \geq 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}$

2) ξ_i'ler sabitse $\xi_i = D$

3) ξ_i'ler Erlang dağılımına uyarsa $\xi_i = E_k$ olur.

Hizmet Disiplini. Sisteme gelen müşteri belli bir kurala göre hizmet alacaktır. Bu kurala hizmet disiplini denir. Çeşitli hizmet disiplinleri kullanılmaktadır (Taha, H.,A.,2000)

a) FIFO (İlk gelen ilk hizmeti alır)
b) LIFO (Son gelen hizmeti alır)
c) RANDOM (Tesadüfi olarak)
d) PRIORITY (Öncelikli)

c tane paralel kanaldan birkaçı boş olabilir ve müşteri bir tanesinde hizmet almaya başlar ; yani kanallardan birinde yer alır. Eğer kanalların hepsi dolu ise bekleme hattı vardır.(Bekleme hattı sonluda olabilir sonsuzda olabilir). Bu müşteri , bekleme hattının sonunda yer alır. FIFO 'da bekleme hattının en önünde yer alan ilk hizmeti alır ; LIFO 'da bekleme hattının Sonunda yer alan ilk hizmeti alır ; RANDOM 'da ise tesadüfi olarak hizmet alır. PRIORITY de ise müşteri öncelikli olarak hizmet alır(diğer müşterilere göre hizmet almada önceliklidir).Bekleme hattında ki müşteri sonlu da olabilir sonsuz da olabilir. Gelen müşteri sistemde N'den fazla müşteriyle karşılaşırsa hizmet almadan sistemi terk eder.

Sistemin Göstergeleri

$N(t),\ t \geq 0$; t süresinde sisteme giren müşteri sayısı

$N_q(t),\ t \geq 0$; t süresinde kuyruktaki müşteri sayısı

W, müşterinin sistemde kalma süresi

W_q, müşterinin kuyrukta bekleme süresi,

$E(N)$, sistemdeki ortalama müşteri sayısı

$E(W)$, müşterinin sistemde ortalama bekleme süresi

$E(W_q)$, müşterinin kuyrukta ortalama bekleme süresi

Sistemin verileri yardımıyla göstergelerin hesabı kuyruk teorisinin temel problemidir. İkinci problem ise optimizasyon problemidir.