

-6-

Teorem

Kitle ortalaması tahmininin varyansı,

$$V(\bar{y}_{sis}) = \frac{S_{tb}^2}{n} \left(\frac{N-n}{n} \right) (1 + (n-1) \rho_{tb})$$

Burada,

$$S_{tb}^2 = \frac{1}{n(k-1)} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k (y_{ij} - \bar{y}_j)^2$$

aynı tabaka içi birimler arası varyansdır. Bu varyans analizinde grup içi kareler ortalaması olarak düşünülebilir. Payda'da bulunan $n(k-1)$, n tane tabakadan herbirinin $(k-1)$ serbestlik derecesi getirmesi şeklinde varyans analizi kurallarıyla bulunmuştur.

$$\rho_{tb} = \frac{E(y_{ij} - \bar{y}_j)(y_{iu} - \bar{y}_u)}{E(y_{ij} - \bar{y}_j)^2}$$

$$= \frac{2 \sum_{i=1}^k \sum_{j < u} (y_{ij} - \bar{y}_j)(y_{iu} - \bar{y}_u)}{n(n-1)(k-1) S_{tb}^2}$$

olup, aynı sistematik örneklem içinde yer alan birim çiftlerinin tabaka ortalamalarından sapmalarının korelasyonu olarak adlandırılır.

Sonuç

Eğer $\rho_{tb} = 0$ ise,

$$V(\bar{y}_{tb}) = \frac{(1-f)}{n} S_{tb}^2$$

olur. Dolayısıyla sistematik örneklemede ortalamanın varyansı her bir tabakadan bir birimin alındığı tabakalı rastgele örneklemedeki ortalama varyansına dönişür.

$\rho_{tb} > 0$ ise, sistematik örnekleminin duyarlılığı tabakalı rastgele örneklemeden daha azdır.