

## UYGULAMA SORULARI

**SORU:1** Üç farklı sulama sisteminin domates verimine olan etkisini araştırmak amacı ile her yanı aynı verimlilikte (homojen) on beş dönüm büyüklüğünde bir sera, birer dönümlük 15 eşit parselde bölünüyor. Her bir sulama sistemi rastgele olarak beş parselde uygulanıyor. Her bir sulama sistemi için verime ilişkin dağılımlar  $N(\mu_j, \sigma^2)$  olarak bilinmektedir. Hasat mevsimi sonunda her bir parselden elde edilen verim (kg/dönüm) aşağıdadır. Buna göre;

- a) Bu deney için uygun bir deney düzeni belirleyiniz ve oluřturunuz? Bu deney düzenine göre uygun modeli ve model denklemini ifade ediniz?
- b) Model denklemine ait parametrelerin ve her bir gözlemin hatasının EKK tahmin edicilerini bulunuz?
- c) Sulama sistemlerine göre verim dağılımının normallik ve homojen varyanslılık varsayımını sağlayıp sağlamadığını gösteriniz?
- d) Sulama sistemlerinin domates verimi üzerine etkilerinin anlamlı olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?
- e) Sulama sistemleri arasında anlamlı bir farklılık varsa, bu farklılığın hangi sulama sisteminden yada sistemlerinden kaynaklandığına çoklu karşılaştırma yöntemleri ile karar veriniz?

SULAMA SİSTEMİ		
SS1	SS2	SS3
673	619	568
617	615	601
663	670	609
684	678	628
697	622	552

**SORU:2** Dört farklı sürücü kursunun öğrencilerinin ehliyet sınavındaki notlarına etkisinin farklılık gösterip göstermediği konusunda bir araştırma yapılmak isteniyor. Her bir sürücü kursu için sınav notlarına ilişkin dağılımlar  $N(\mu_j, \sigma^2)$  olarak bilinmektedir. Her bir kurstan 6'şar öğrenci rastgele seçilmiş ve ehliyet sınavından aldıkları notlar (puan) aşağıdaki gibi gözlenmiştir. Buna göre ;

- a) Bu deney için uygun bir deney düzenini ve bu deney düzenine göre modeli ve model denklemini ifade ediniz?
- b) Model denklemine ait parametrelerin ve her bir gözlemin hatasının EKK tahmin edicilerini bulunuz?
- c) Sürücü kurslarına göre sınav notlarının dağılımının normallik ve homojen varyanslılık varsayımını sağlayıp sağlamadığını gösteriniz?
- d) Sürücü kurslarının ehliyet sınavı notu üzerine etkilerinin anlamlı olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

e) Sürücü kursları arasında anlamlı bir farklılık varsa, bu farklılığın hangi sürücü kurslarından kaynaklandığına çoklu karşılaştırma yöntemleri ile karar veriniz?

SÜRÜCÜ KURSLARI			
A	B	C	D
70	50	80	90
65	52	82	92
75	70	77	82
72	65	88	86
74	74	83	88
68	55	85	72

**SORU:3** Bir ilçedeki beş farklı dershanenin üniversite sınavı başarı puanları üzerindeki etkisi araştırılmak isteniyor. Bu amaçlı, başarı düzeyleri benzer olan 30 öğrenci kullanılıyor. Öğrenciler rastgele olarak dershanelere kayıtlarını yaptırıyorlar. Dokuz aylık bir eğitim sürecinin ardından girilen üniversite sınavında öğrencilerin almış oldukları puanları (500 üzerinden) aşağıdadır. Söz onuşu dershaneler için üniversite sınavı başarı puanları dağılımı  $N(\mu_j, \sigma^2)$  olarak bilinmektedir. Buna göre;

a) Bu deney için uygun bir deney düzenini ve bu deney düzenine göre modeli ve model denklemini ifade ediniz?

b) Model denklemine ait parametrelerin ve her bir gözlemin hatasının EKK tahmin edicilerini bulunuz?

c) Dershanelere göre üniversite sınavı başarı puanları dağılımının normallik ve homojen varyanslılık varsayımını sağlayıp sağlamadığını gösteriniz?

d) Dershanelerin üniversite sınavı başarı puanı üzerine etkilerinin anlamlı olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

e) Dershaneler arasında anlamlı bir farklılık varsa, bu farklılığın hangi dershanelerden kaynaklandığına çoklu karşılaştırma yöntemleri ile karar veriniz?

DERSHANELER				
A	B	C	D	E
390	156	448	479	388
441	414	492	446	387
484	393	444	228	425
382	375	434	428	310
170	346	388	438	438
485			360	440
			395	
			346	

**CÖZÜM:1 a)** Bu deneyde üç farklı düzeyi olan “sulama sistemleri” faktörü ve tamamı homojen olarak varsayılan on beş tane deney birimi vardır. Bu sebeple bu deney için en uygun deney düzeni kısıtlayıcısız, tamamen rastgele tek etkenli deney düzeni olarak bilinen tek faktör varyans analizi tasarımıdır. Bu tasarım için rastgeleleştirme işlemi iki aşamada gerçekleştirilebilir. Birinci aşamada parsellere 1’den 15’e kadar numaralar verilir. İkinci aşamada S1, S2 ve S3 denemeleri rastgele olarak bu parsellere uygulanır. Rastgeleleştirme işlemi sonucu aşağıdaki tabloya benzer bir sonuç elde edilebilir.

<b>S1(1)</b>	<b>S1(2)</b>	<b>S3(3)</b>	<b>S2(4)</b>	<b>S2(5)</b>
<b>S3(6)</b>	<b>S3(7)</b>	<b>S2(8)</b>	<b>S1(9)</b>	<b>S3(10)</b>
<b>S2(11)</b>	<b>S2(12)</b>	<b>S1(13)</b>	<b>S1(14)</b>	<b>S3(15)</b>

Bu deney düzenine göre, faktör düzeyleri özel seçimli ve denemelerde uygulanan deney sayıları birbirine eşit olduğundan uygun model: sabit etkili, dengeli kısıtlayıcısız tam rastgele tek faktör varyans analizi modelidir. Model denklemi ise:

$$Y_{ji} = \mu_{.} + \tau_j + \varepsilon_{ji} \quad , j = 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

şeklindedir. Burada  $k = 3, n = 5$  ve böylece  $N = k * n = 15$  dir.

**b)**

<b>Parametre</b>	<b>EKK Tahmin edicisi</b>
$\mu_{.}$	$\bar{Y}_{..} = \frac{T_{.}}{N} = \frac{9496}{15} = 633,07$
$\mu_1$	$\bar{Y}_{1.} = \frac{T_{1.}}{n} = \frac{3334}{5} = 666,8$
$\mu_2$	$\bar{Y}_{2.} = \frac{T_{2.}}{n} = \frac{3204}{5} = 640,8$
$\mu_3$	$\bar{Y}_{3.} = \frac{T_{3.}}{n} = \frac{2958}{5} = 591,6$
$\tau_1 = \mu_1 - \mu_{.}$	$\hat{\tau}_1 = \bar{Y}_{1.} - \bar{Y}_{..} = 666,8 - 633,07 = 33,73$
$\tau_2 = \mu_2 - \mu_{.}$	$\hat{\tau}_2 = \bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{..} = 640,8 - 633,07 = 7,73$
$\tau_3 = \mu_3 - \mu_{.}$	$\hat{\tau}_3 = \bar{Y}_{3.} - \bar{Y}_{..} = 591,6 - 633,07 = -41,47$

	<b>S1</b>	<b>S2</b>	<b>S3</b>	
<b>n</b>	5	5	5	N=15
<b>T<sub>j.</sub></b>	3334	3204	2958	<b>T<sub>.</sub> =9496</b>
$\sum_{i=1}^n y_{ji}^2$	2226852	2056854	1753794	$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n y_{ji}^2 = 6037500$

Her bir gözlem için hata terimlerinin EKK Tahmin edicileri ( $\varepsilon_{ji} \rightarrow \hat{\varepsilon}_{ji} = y_{ji} - \bar{Y}_j$ .)

$\hat{\varepsilon}_{1i} = y_{1i} - \bar{Y}_1$	$\hat{\varepsilon}_{2i} = y_{2i} - \bar{Y}_2$	$\hat{\varepsilon}_{3i} = y_{3i} - \bar{Y}_3$
673 - 666,8 = 6,2	619 - 640,8 = - 21,8	568 - 591,6 = - 23,6
617 - 666,8 = - 49,8	615 - 640,8 = - 25,8	601 - 591,6 = 9,4
663 - 666,8 = - 3,8	670 - 640,8 = 29,2	609 - 591,6 = 17,4
684 - 666,8 = 17,2	678 - 640,8 = 37,2	628 - 591,6 = 36,4
697 - 666,8 = 30,2	622 - 640,8 = - 18,8	552 - 591,6 = - 39,6

c) Sulama sistemlerine göre verim dağılımının normallik incelemesi her bir sulama sistemi üzerinde ayrı ayrı Shapiro-Wilk testini uygulayarak yapılmalıdır. Test edilecek hipotezler:

$H_0$ :  $S_j$  sulama sisteminin uygulandığı parsellerden alınan verim dağılımı,  $N(\mu, \sigma^2)$  dağılımı ile uyumludur.

$H_1$ :  $S_j$  sulama sisteminin uygulandığı parsellerden alınan verim dağılımı,  $N(\mu, \sigma^2)$  dağılımı ile uyumlu değildir. ( $j = 1,2,3$ )

Test istatistiği:

$$W_j = \frac{\left[ \sum_{i=1}^m a_i \left( y_{j(n_j-i+1)} - y_{j(i)} \right) \right]^2}{\sum_{i=1}^{n_j} (y_{ji} - \bar{Y}_j)^2}, \quad j = 1,2,3; \quad n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$$

**SS1 Sulama sistemi için:**  $m = \frac{n_1+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$i$	$y_{1(i)}$	$a_i$	$y_{1(n_1-i+1)} - y_{1(i)}$	$a_i(y_{1(n_1-i+1)} - y_{1(i)})$
1	617	0,6646	80	53,168
2	663	0,2413	21	5,0673
3	673	0,0000	0	0,0000
--	684			
--	697			
<b>Toplam</b>				58,2353

$$\sum_{i=1}^{n_1} (y_{1i} - \bar{Y}_1)^2 = (n_1 - 1)S_1^2 = 4 * 935,20 = 3740,8$$

$H_0$  doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer,  $W_{1h} = \frac{(58,2353)^2}{3740,8} = 0,906$  bulunur.

**Karar:**  $\alpha = 0,05$  önem seviyesinde  $H_1$  hipotezine göre karar kuralı, kritik değer  $W_{\alpha, n_j}$  (tablodan bulunur) olmak üzere, eğer  $W_{1h} < W_{\alpha, n_1}$  (veya  $p < \alpha$ ) ise  $H_0$  ret edilir.

$p = Pr(W_1 \leq W_{1h}) = Pr(W_1 \leq 0,906)$  olsun.  $\alpha = 0,05$  ve  $n_1 = 5$  iken T8(a) tablosuna göre:

$$\left. \begin{array}{l} Pr(W_1 \leq 0,806) = 0,10 > 0,05 \\ Pr(W_1 \leq 0,906) = p \\ Pr(W_1 \leq 0,927) = 0,50 > 0,05 \end{array} \right\} \Rightarrow 0,10 < p < 0,50 \text{ olduğundan } p > 0,05 = \alpha$$

dır. Buna göre  $H_0$  ret edilemez, yani S1 sulama sisteminin uygulandığı parsellerden alınan domates verimine ait dağılım,  $N(\mu, \sigma^2)$  dağılımı ile uyumludur

**SS2 Sulama sistemi için:**  $m = \frac{n_1+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$i$	$y_2(i)$	$a_i$	$y_2(n_1-i+1) - y_2(i)$	$a_i(y_2(n_1-i+1) - y_2(i))$
1	615	0,6646	63	41,8698
2	619	0,2413	51	12,3063
3	622	0,0000	0	0,0000
--	670			
--	678			
<b>Toplam</b>				54,1761

$$\sum_{i=1}^{n_2} (y_{2i} - \bar{Y}_{2.})^2 = (n_2 - 1)S_2^2 = 4 * 932,70 = 3730,8$$

$H_0$  doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer,  $W_{2h} = \frac{(54,1761)^2}{3730,8} = 0,7867$  bulunur.

**Karar:**  $\alpha = 0,05$  önem seviyesinde  $H_1$  hipotezine göre karar kuralı, kritik değer  $W_{\alpha, n_j}$  (tablodan bulunur) olmak üzere, eğer  $W_{2h} < W_{\alpha, n_2}$  (veya  $p < \alpha$ ) ise  $H_0$  ret edilir.

$p = Pr(W_2 \leq W_{2h}) = Pr(W_2 \leq 0,7867)$  olsun.  $\alpha = 0,05$  ve  $n_5 = 5$  iken T8(a) tablosuna göre:

$$\left. \begin{array}{l} Pr(W_2 \leq 0,762) = 0,05 \\ Pr(W_2 \leq 0,7867) = p \\ Pr(W_2 \leq 0,806) = 0,10 > 0,05 \end{array} \right\} \Rightarrow 0,05 < p < 0,10 \text{ olup, } p > 0,05 = \alpha$$

olduğundan  $H_0$  ret edilemez, yani S2 sulama sisteminin uygulandığı parsellerden alınan domates verimine ait dağılım,  $N(\mu, \sigma^2)$  dağılımı ile uyumludur.

**SS3 Sulama sistemi için:**  $m = \frac{n_1+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$i$	$y_3(i)$	$a_i$	$y_3(n_1-i+1) - y_3(i)$	$a_i(y_3(n_1-i+1) - y_3(i))$
1	552	0,6646	76	50,5096
2	568	0,2413	41	9,8933
3	601	0,0000	0	0,0000
--	609			
--	628			
<b>Toplam</b>				60,4029

$$\sum_{i=1}^{n_3} (y_{3i} - \bar{Y}_3)^2 = (n_3 - 1)S_3^2 = 4 * 960,3 = 3841,2$$

$H_0$  doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer,  $W_{3h} = \frac{(60,4029)^2}{3841,2} = 0,9498$  bulunur.

**Karar:**  $\alpha = 0,05$  önem seviyesinde  $H_1$  hipotezine göre karar kuralı, kritik değer  $W_{\alpha, n_j}$  (tablodan bulunur) olmak üzere, eğer  $W_{3h} < W_{\alpha, n_3}$  (veya  $p < \alpha$ ) ise  $H_0$  ret edilir.

$p = Pr(W_3 \leq W_{3h}) = Pr(W_3 \leq 0,9498)$  olsun.  $\alpha = 0,05$  ve  $n_5 = 5$  iken T8(a) tablosuna göre:

$$\left. \begin{array}{l} Pr(W_3 \leq 0,927) = 0,50 > 0,05 \\ Pr(W_3 \leq 0,9498) = p \\ Pr(W_3 \leq 0,979) = 0,90 > 0,05 \end{array} \right\} \Rightarrow 0,50 < p < 0,90 \text{ olup, } p > 0,05 = \alpha$$

olduğundan  $H_0$  ret edilemez, yani S3 sulama sisteminin uygulandığı parsellerden alınan domates verimine ait dağılım,  $N(\mu, \sigma^2)$  dağılımı ile uyumludur.

Homojen varyanslılık varsayımının sağlanıp sağlanmadığını inceleyelim. Bunun için test edilecek hipotezler;  $\sigma_1^2$ : Birinci sulama sistemi ile sulanan parsellerden alınan verim için kitle varyansı,  $\sigma_2^2$ : İkinci sulama sistemi ile sulanan parsellerden alınan verim için kitle varyansı ve  $\sigma_3^2$ : Üçüncü sulama sistemi ile sulanan parsellerden alınan verim için kitle varyansı olmak üzere

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma^2$$

$$H_1: \exists \sigma_j^2 \text{ diğerlerinden farklı}$$

**Test İstatistiği:** Denemeler için verim dağılımı normal dağılımlı olduğundan  $H_0$  hipotezinin testinde üç yöntem kullanılabilir. Test istatistiği de bu yöntemlere göre hesaplanabilir.

**Bartlett testi:**

$$\chi_B^2 = \frac{V}{D} \sim \chi_{k-1}^2$$

$$V = (N - k) \ln(S_p^2) - \sum_{j=1}^k (n_j - 1) \ln(S_j^2)$$

$$D = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left[ \sum_{j=1}^k \frac{1}{n_j - 1} - \frac{1}{N - k} \right]$$

$$S_p^2 = \frac{1}{N - k} \sum_{j=1}^k (n_j - 1) S_j^2 \text{ ve } S_j^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ji} - \bar{Y}_j)^2 = \frac{1}{n_j - 1} \left[ \sum_{i=1}^{n_j} y_{ji}^2 - \frac{T_j^2}{n_j} \right] \text{ dir.}$$

$$S_1^2 = \frac{1}{4} \left[ 2226852 - \frac{(3334)^2}{5} \right] = 935,20 ; S_2^2 = \frac{1}{4} \left[ 2056854 - \frac{(3204)^2}{5} \right] = 932,70$$

$$S_3^2 = \frac{1}{4} \left[ 1753794 - \frac{(2958)^2}{5} \right] = 960,30 ; S_p^2 = \frac{1}{12} [3740,8 + 3730,8 + 3841,2] = 942,733$$

$$D = 1 + \frac{1}{3 * 2} \left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right] = 1,11$$

$$V = 12 * \ln(942,733) - 4[\ln(935,2) + \ln(932,7) + \ln(960,3)] =$$

$$12 * 6,849 - 4(6,841 + 6,838 + 6,867) = 0,004$$

$$\chi_B^2 = \left( \frac{0,004}{1,11} \right) = 0,0036$$

**Karar:**  $\alpha = 0,05$  önem seviyesinde  $H_1$  hipotezine göre karar kuralı, kritik değer  $\chi_{k-1;\alpha}^2$  olmak üzere, eğer  $\chi_B^2 > \chi_{k-1;\alpha}^2$  ise  $H_0$  ret edilir.  $\chi_{k-1;\alpha}^2 = \chi_{2;0,05}^2 = 5,99$  olup,  $\chi_B^2 = 0,0036 < 5,99 = \chi_{2;0,05}^2$  olduğundan  $H_0$  ret edilemez. Yani Sulama sistemlerine göre parsellerden alınan verimler homojen varyanslıdır.

### Hartley Testi:

$k$  tane birbirinden bağımsız denemeler için denemelere ait örnek varyanslarının en büyük ve en küçük olanları sırasıyla  $S_{enb}^2 = \text{Enb}\{S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2\}$  ve  $S_{enk}^2 = \text{Enk}\{S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2\}$  olmak üzere

$$F_{enb} = \frac{S_{enb}^2}{S_{enk}^2} \sim F_{k;n-1} \text{ olup, burada}$$

$$S_{enb}^2 = \text{Enb}\{S_1^2, S_2^2, S_3^2\} = \text{Enb}\{935,2; 932,7; 960,3\} = 960,3$$

$$S_{enk}^2 = \text{Enk}\{S_1^2, S_2^2, S_3^2\} = \text{Enk}\{935,2; 932,7; 960,3\} = 932,7 \text{ ve } n = \text{Enb}\{n_1, n_2, n_3\} = 5$$

dir. Böylece  $F_{enb} = \frac{960,3}{932,7} = 1,03$  bulunur.

**Karar:**  $\alpha = 0,05$  önem seviyesinde  $H_1$  hipotezine göre karar kuralı, kritik değer  $F_{k;n-1;\alpha}$  olmak üzere  $F_{enb} > F_{k;n-1;\alpha}$  ise  $H_0$  ret edilir. Burada Hartley tablosundan  $F_{k;n-1;\alpha} = F_{3;4;0,05} = 15,5$  olup,  $F_{enb} = 1,03 < 15,5 = F_{3;4;0,05}$  olduğundan  $H_0$  ret edilemez. Yani Sulama sistemlerine göre parsellerden alınan verimler homojen varyanslıdır.

### Cochran Testi:

$$C = \frac{S_{enb}^2}{\sum_{j=1}^k S_j^2} \sim F_{k;n-1} \text{ olup, burada}$$

$$S_{enb}^2 = \text{Enb}\{S_1^2, S_2^2, S_3^2\} = \text{Enb}\{935,2; 932,7; 960,3\} = 960,3 \text{ ve } n = \text{Enb}\{n_1, n_2, n_3\} = 5$$

dir. Böylece  $C = \frac{960,3}{2828,2} = 0,34$  bulunur.

**Karar:**  $\alpha = 0,05$  önem seviyesinde  $H_1$  hipotezine göre karar kuralı, kritik değer  $F_{k;n-1;\alpha}$  olmak üzere  $C > F_{k;n-1;\alpha}$  ise  $H_0$  ret edilir. Burada Cochran tablosundan  $F_{k;n-1;\alpha} = F_{3;4;0,05} = 0,7457$  olup,  $C = 0,34 < 0,7457 = F_{3;4;0,05}$  olduğundan  $H_0$  ret edilemez. Yani Sulama sistemlerine göre parsellerden alınan verimler homojen varyanslıdır.

d) Sulama sistemlerinin domates verimi üzerine etkilerinin anlamlı olup olmadığı hususunda test edilecek hipotezler;

$$H_0: \mu_1. = \mu_2. = \mu_3. = \mu.. \text{ (veya } \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0)$$

$$H_1: \exists \mu_j. \text{ diğerlerinden farklı (veya } \exists \tau_j. \text{ diğerlerinden farklı)}$$

Test işlemi sonuçları ANOVA tablosunda özetlenebilir.

Kaynak	s.d.	KT	KO	Test İstatistiği
Denemeler (Gruplar)	k-1=2	14586,1333	7293,07	$F_{Deneme} = \frac{7293,07}{942,73} = 7,736$
Hata	N-k=12	11312,8	942,73	
Genel	N-1=14	25898,9333		

$$KT_{Genel} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n y_{ji}^2 - \frac{T^2}{N} = 6037500 - \frac{(9496)^2}{15} = 25898,9333 =$$

$$KT_{Deneme} = \sum_{j=1}^k \frac{T_j^2}{n} - \frac{T^2}{N} = \frac{1}{5} ((3334)^2 + (3204)^2 + (2958)^2) - \frac{(9496)^2}{15} = 14586,1333$$

**Karar:**  $\alpha = 0,05$  önem seviyesinde  $H_1$  hipotezine göre karar kuralı, kritik değer  $F_{k-1;N-k;\alpha}$  olmak üzere, eğer  $F_{Deneme} > F_{k-1;N-k;\alpha}$  ise  $H_0$  ret edilir.  $F_{k-1;N-k;\alpha} = F_{2;12;0,05} = 3,89$  olup,  $F_{Deneme} = 7,736 > 3,89 = F_{2;12;0,05}$  olduğundan  $H_0$  ret edilir. Yani Sulama sistemlerinin domates verimi üzerine etkisi istatistiksel olarak anlamlıdır, diğer bir ifade ile sulama sistemlerine göre ortalama domates verimi farklılık göstermektedir.

e)  $H_0: \mu_1. = \mu_2. = \mu_3. = \mu..$  (veya  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$ ) hipotezi ret edildiğinden domates veriminin hangi sulama sistemlerinde farklılık gösterdiği çoklu karşılaştırma teknikleri ile incelenir.

i) Fisher'in En Küçük Anlamlı Fark Metodu ile: Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı

$$\binom{k}{2} = \binom{3}{2} = 3 \text{ tür.}$$

a) SS1-SS2 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_1. = \mu_2.$$

$$H_1: \mu_1. \neq \mu_2.$$

Karşılaştırma kriteri  $|\bar{Y}_1. - \bar{Y}_2.| > LSD$  ise  $H_0$  ret edilir.  $n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$  olduğundan

$$\bar{Y}_1. = \frac{T_1.}{n} = \frac{3334}{5} = 666,8 \text{ ve } \bar{Y}_2. = \frac{T_2.}{n} = \frac{3204}{5} = 640,8 \text{ olup, } |\bar{Y}_1. - \bar{Y}_2.| = 26 \text{ ve}$$



$$LSD = t_{\alpha/2, s.d.hata} * \sqrt{\frac{2KO_{Hata}}{n}} = t_{0,025;12} * \sqrt{\frac{2*942,73}{5}} = (2,18) * (17,419) =$$

37,973 bulunur. Buna göre;

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| = 26 < 37,973 = LSD$  olduğundan  $H_0$  ret edilemez. Yani; SS1 ile SS2 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

**b) SS1-SS3 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_1 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri  $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| > LSD$  ise  $H_0$  ret edilir.  $n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$  olduğundan

$$\bar{Y}_1 = \frac{T_1}{n} = \frac{3334}{5} = 666,8 \text{ ve } \bar{Y}_3 = \frac{T_3}{n} = \frac{2958}{5} = 591,6 \text{ olup, } |\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = 75,2 \text{ ve}$$

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = 75,2 > 37,973 = LSD$  olduğundan  $H_0$  ret edilir. Yani; SS1 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

**c) SS2-SS3 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_2 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri  $|\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| > LSD$  ise  $H_0$  ret edilir.  $n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$  olduğundan

$$\bar{Y}_2 = \frac{T_2}{n} = \frac{3204}{5} = 640,8 \text{ ve } \bar{Y}_3 = \frac{T_3}{n} = \frac{2958}{5} = 591,6 \text{ olup, } |\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| = 49,2 \text{ ve}$$

$|\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| = 49,2 > 37,973 = LSD$  olduğundan  $H_0$  ret edilir. Yani; SS2 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

**ii) Tukey Metodu ile:** Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı  $\binom{k}{2} = \binom{3}{2} = 3$  tür.

**a) SS1-SS2 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_1 = \mu_2.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2.$$

Karşılaştırma kriteri  $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| > HSD$  ise  $H_0$  ret edilir.  $n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$

$$\text{olduğundan } HSD = q_{\alpha;k; s.d.hata} \sqrt{\frac{KO_{Hata}}{n}} = q_{0,05;3; 12} \sqrt{\frac{942,73}{5}} = (3,77) * (13,73) = 51,76$$

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| = 26 < 51,76 = HSD$  olduğundan  $H_0$  ret edilemez. Yani; SS1 ile SS2 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

**b) SS1-SS3 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_1 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri  $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| > HSD$  ise  $H_0$  ret edilir.

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = 75,2 > 51,76 = HSD$  olduğundan  $H_0$  ret edilir. Yani; SS1 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

**c) SS2-SS3 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_2 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri  $|\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| > HSD$  ise  $H_0$  ret edilir.

$|\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| = 49,2 < 51,76 = HSD$  olduğundan  $H_0$  ret edilemez. Yani; SS2 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

**iii) Newman-Keuls Testi ile:** Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı  $\binom{k}{2} = \binom{3}{2} = 3$  tür.

**a) SS1-SS2 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_1 = \mu_2.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2.$$

Grup No:	1	2	3
Ortalama( $\bar{Y}_j$ ):	666,8	640,8	591,6
Grup No:	1	2	3
Sıralı Ortalama( $\bar{Y}_j$ ):	666,8	640,8	591,6

Karşılaştırma kriteri  $\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 > W_2$  ise  $H_0$  ret edilir.

$$W_r = q_{r;s.d.hata;\alpha} \sqrt{\frac{KO_{Hata}}{n}}, r = 2,3; n = 5; KO_{Hata} = 942,73; s.d.hata = 12$$

r	$q_{r;12;0,05}$	$W_r$
2	3,08	42,29
3	3,77	51,77

$\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 = 666,8 - 640,8 = 26 < 42,29$  olduğundan  $H_0$  ret edilemez. Yani; SS1 ile SS2 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

**b) SS1-SS3 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_1 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri  $\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3 > W_3$  ise  $H_0$  ret edilir.  $\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3 = 666,8 - 591,6 = 75,2$

ve  $W_3 = 51,77$  olup,  $\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3 = 75,2 > 51,77$  olduğundan  $H_0$  hipotezi ret edilir. Yani; SS1 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

**c) SS2-SS3 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_2 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri  $\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3 > W_2$  ise  $H_0$  ret edilir.  $\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3 = 640,8 - 591,6 = 49,2$  ve  $W_2 = 42,29$  olup,  $\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3 = 49,2 > 42,29$  olduğundan  $H_0$  hipotezi ret edilir. Yani; SS2 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

**iii) Duncan Çoklu Aralık Testi ile:** Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı  $\binom{k}{2} = \binom{3}{2} = 3$  tür.

**a) SS1-SS2 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_1 = \mu_2.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2.$$

Grup No:	1	2	3
Ortalama( $\bar{Y}_j$ ):	666,8	640,8	591,6

Grup No:	1	2	3
Sıralı Ortalama( $\bar{Y}_{(j)}$ ):	666,8	640,8	591,6

Karşılaştırma kriteri  $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(2)} > R_2$  ise  $H_0$  ret edilir.  $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(2)} = 26$  ve

$$R_g = r_{\alpha, g, s.d. \text{hata}} \sqrt{\frac{KO_{Hata}}{n}}, \quad n_1 = n_2 = n_3 = n = 5; \quad g = 2, 3, \dots, k; \quad (k = 3)$$

$R_2 = r_{0,05,2,12} \sqrt{\frac{KO_{Hata}}{n}} = 3,08 \sqrt{\frac{942,73}{5}} = 42,29$  olup,  $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(2)} = 26 < 42,29$  olduğundan  $H_0$  ret edilemez. Yani; SS1 ile SS2 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

**b) SS1-SS3 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_1 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri  $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(3)} > R_3$  ise  $H_0$  ret edilir.  $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(3)} = 666,8 - 591,6 = 75,2$  ve  $R_3 = r_{0,05,3,12} \sqrt{\frac{942,73}{5}} = (3,23) * (13,73) = 44,35$  olup,  $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(3)} = 75,2 > 44,35 = R_3$  olduğundan  $H_0$  ret edilir. Yani; SS1 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

**c) SS2-SS3 karşılaştırması:**

$$H_0: \mu_2 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri  $\bar{Y}_{(2)} - \bar{Y}_{(3)} > R_2$  ise  $H_0$  ret edilir.  $\bar{Y}_{(2)} - \bar{Y}_{(3)} = 640,8 - 591,6 = 49,2$  ve  $R_2 = 42,29$  olup,  $\bar{Y}_{(2)} - \bar{Y}_{(3)} = 49,2 > 42,29 = R_2$  olduğundan  $H_0$  ret edilir. Yani; SS2 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

**v) Bonferroni Metodu ile:**  $C_g = \sum_{j=1}^k c_{gj} \mu_j$ ,  $g = 1, 2, \dots$  herhangi bir lineer bağıntı olmak üzere,  $k - 1 = 2$  olduğundan iki lineer bağıntıyı;

$C_1 = 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3$  ve  $C_2 = \mu_2 - \mu_3$  şeklinde tanımlayalım. Bu lineer bağıntıların anlamlı olup olmadığını test edelim. Bunun için hipotezler:

$$H_{01}: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 = 0$$

$$H_{02}: \mu_2 - \mu_3 = 0$$

$$H_{11}: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 \neq 0$$

$$H_{12}: \mu_2 - \mu_3 \neq 0$$

$C_g$  lineer bağıntısının önemliliği için karşılaştırma kriteri;

$$B_g = t_{(\alpha/2k); s.d.Hata} \sqrt{(KO_{hata}) \left( \sum_{j=1}^k \frac{c_{gj}^2}{n_j} \right)}, \quad g = 1, 2, \dots, k \text{ olmak üzere eğer;}$$

$\left| \sum_{j=1}^k c_{gj} \bar{Y}_j \right| > B_g$  ise  $H_0$  ret edilir ve  $C_g$  lineer bağıntısının önemli olduğuna karar verilir.

$$B_1 = t_{(0,05/2*3); 12} \sqrt{(942,73) \left( \frac{2^2}{5} + \frac{(-1)^2}{5} + \frac{(-1)^2}{5} \right)} = t_{0,008; 12} \sqrt{1131,276} = (2,68)(33,63) = 90,13 \text{ ve}$$

$$B_2 = (2,68) \sqrt{(942,73) \left( \frac{1^2}{5} + \frac{(-1)^2}{5} \right)} = (2,68)(19,42) = 52,05 \text{ bulunur.}$$

$\left| \sum_{j=1}^k c_{1j} \bar{Y}_j \right| = |(2 * 666,8 - 640,8 - 591,6)| = 101,2 > B_1 = 90,13$  olduğundan  $H_{01}$  hipotezi ret edilir, yani Bonferroni metoduna göre  $C_1 = 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3$ . lineer bağıntısı istatistiksel olarak önemlidir.

$$\left| \sum_{j=1}^k c_{2j} \bar{Y}_j \right| = |640,8 - 591,6| = 49,2 < B_2 = 52,05$$

olduğundan  $H_{02}$  hipotezleri ret edilemez. Yani Bonferroni metoduna göre  $C_2 = \mu_2 - \mu_3$ . lineer bağıntısı istatistiksel olarak önemli değildir.

**vi) Scheffe Metodu ile:** (v)'de tanımlanan lineer bağıntıların önemliliğini bu yöntemle araştıralım. Hipotezler (v)'de tanımlandığı gibi olacaktır.  $C_g$  lineer bağıntısının önemliliği için

karşılaştırma kriteri;  $S_{C_g} = \sqrt{(k-1)F_{\alpha; k-1; N-k}} \sqrt{(KO_{hata}) \left( \sum_{j=1}^k \frac{c_{gj}^2}{n_j} \right)}$ ,  $g = 1,2$  olmak üzere eğer;

$\left| \sum_{j=1}^k c_{gj} \bar{Y}_j \right| > S_{C_g}$  ise  $H_0$  ret edilir.

$$S_{C_1} = \sqrt{(k-1)F_{\alpha; k-1; N-k}} \sqrt{(KO_{hata}) \left( \sum_{j=1}^k \frac{c_{1j}^2}{n_j} \right)} = \sqrt{2 * F_{0,05; 2; 12}} \sqrt{942,73 \left( \frac{6}{5} \right)} = \sqrt{2(3,89)} * (33,63) = 93,80$$

$$S_{C_2} = \sqrt{(k-1)F_{\alpha; k-1; N-k}} \sqrt{(KO_{hata}) \left( \sum_{j=1}^k \frac{c_{2j}^2}{n_j} \right)} = \sqrt{2(3,89)} \sqrt{942,73 \left( \frac{2}{5} \right)} = 54,16 \text{ bulunur.}$$

$\left| \sum_{j=1}^k c_{1j} \bar{Y}_j \right| = 101,2 > S_{C_1} = 93,8$  olduğundan  $H_{01}$  hipotezi ret edilir, yani Scheffe metoduna göre  $C_1 = 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3$ . lineer bağıntısı istatistiksel olarak önemlidir.

$\left| \sum_{j=1}^k c_{2j} \bar{Y}_j \right| = 49,2 < S_{C_2} = 54,16$  olduğundan  $H_{02}$  hipotezi ret edilemez. Yani Scheffe metoduna göre  $C_2 = \mu_2 - \mu_3$ . lineer bağıntısı istatistiksel olarak önemli değildir.