IV.2 TEKRARLI LATİN KARE TASARIMI

Deneme sayısı k olan bir $k \times k$ Latin kare tasarımında hata serbestlik derecesi k'ya bağlı olduğundan k değiştikçe hata serbestlik derecesi de değişecektir. Deneme sayısı k küçük olduğunda hata serbestlik derecesi de küçük olacak ve böylece hata kareler ortalaması veya hata varyansı büyük çıkacaktır. Hem hata varyansını küçültmek hem de hata serbestlik derecesini arttırmak için Latin kare tasarımında yer alan $k \times k$ tane hücredeki tekrar sayısının arttırılması önerilir. Kabul edelim ki deneme sayısının k olduğu bir $k \times k$ Latin kare tasarımının her bir hücresinde n tekrar yapılsın. Bu durumda toplam gözlem sayısı $N = nk^2$ olur. Bu takdirde model denklemi;

$$Y_{ijlt} = \mu_{...} + \beta_i + \alpha_j + \gamma_l + \delta_t + \varepsilon_{t(i\,j\,l)}\,, i = \overline{1,k}; j = \overline{1,k}; l = \overline{1,k}; t = \overline{1,n} \tag{4.1}$$

şeklindedir. Burada;

Y_{ijlt}: i-nci satır, l-nci sütundaki j-nci denemede t-nci tekrara ait bağımlı değişken değeri

$\mu_{...}$: Genel kitle ortalaması

β_i: i-nci satır etkisi, $(\beta_i = \mu_{i...} - \mu_{....})$

α_j: j-nci deneme etkisi, $(\alpha_j = \mu_{.j..} - \mu_{....})$

γ_l : l-nci sütun etkisi, $(\gamma_l = \mu_{..l.} - \mu_{....})$

δ_t: t-nci tekrar etkisi, $(\delta_t = \mu_{...t} - \mu_{....})$

$\varepsilon_{t\,(i\,j\,l)}$: hata terimidir.

Tekrarlı Latin kare deney tasarımı için bir örnek Tablo 4.6'da verilmektedir. Bu tabloya göre 4 farklı tipte tekrarlı Latin kare denemesi yapılabilmektedir. I Tip tekrarda satır ve sütun değişkenleri her bir tekrarda aynı kalmakta ve n defa tekrar yapılmaktadır. Tablo 4.6'da örnek olarak $n = 3$ alınmıştır. 2.Tip tekrarda sütun değişkeni kategorileri aynı kalmakta, fakat her bir tekrarda satır değişkeni kategorileri değişmekte ve n defa tekrar yapılmaktadır. 3.Tip tekrarda satır değişkeni kategorileri aynı kalırken sütun değişkenin kategorileri değişmekte ve n defa tekrar yapılmaktadır. 4.Tip tekrarda ise her bir tekrarda hem satır hem de sütun kategorileri değişmekte ve n defa tekrar yapılmaktadır. Belirtilen bu tekrar tiplerine göre istatistiksel model de farklılık gösterecektir. Eşitlik (4.1) ile verilen istatistiksel model 1.Tip Tekrarlı Latin kare tasarımına ait model denklemidir. Latin kare tasarımında verilen modelden farkı tekrar etkisinin (δ_t) modele katılmış olmasıdır. Tekrar etkisi için test edilecek hipotezler:

H_0: $\delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_n = 0$

H_1: $\exists\ \delta_t$ diğerlerinden farklı

şeklinde oluşturulur. Diğer etkiler (deneme, satır ve sütun) ile ilgili hipotezler Latin kare tasarımında verildiği gibidir.

Tekrarlı Latin kare tasarımına ait istatistiksel model kapsamında yapılacak olan tüm analizler (parametre tahmini ve hipotez testi), Latin kare tasarımında verilenler ile tamamen aynıdır. Tek farklılık bağımlı değişkene ait değişimi bağımsız kaynaklara ayrıştırırken bir varyans kaynağı daha eklenecek olmasıdır. Tekrarlı Latin kare tasarımında genel kareler toplamı birbirinden bağımsız olan 5 varyans kaynağına (deneme kareler toplamı, satır kareler toplamı, sütun kareler toplamı, tekrar kareler toplamı ve hata kareler toplamı) pay edilmektedir.

Tablo 4.6 Tekrarlı Latin kare Deneme Tipleri

Tekrarlı Latin kare deneme tipleri

		1	2	3
1. Tekrar	1	A	B	C
	2	B	C	A
	3	C	A	B
		1	2	3
2. Tekrar	1	C	B	A
	2	B	A	C
	3	A	C	B
		1	2	3
3. Tekrar	1	B	A	C
	2	A	C	B
	3	C	B	A

1. Tip Tekrar

		1	2	3
1. Tekrar	1	A	B	C
	2	B	C	A
	3	C	A	B
		1	2	3
2. Tekrar	4	C	B	A
	5	B	A	C
	6	A	C	B
		1	2	3
3. Tekrar	7	B	A	C
	8	A	C	B
	9	C	B	A

2. Tip Tekrar

		1	2	3
1. Tekrar	1	A	B	C
	2	B	C	A
	3	C	A	B
		4	5	6
2. Tekrar	1	C	B	A
	2	B	A	C
	3	A	C	B
		7	8	9
3. Tekrar	1	B	A	C
	2	A	C	B
	3	C	B	A

3. Tip Tekrar

		1	2	3
1. Tekrar	1	A	B	C
	2	B	C	A
	3	C	A	B
		4	5	6
2. Tekrar	4	C	B	A
	5	B	A	C
	6	A	C	B
		7	8	9
3. Tekrar	7	B	A	C
	8	A	C	B
	9	C	B	A

4. Tip Tekrar

Eşitlik (4.1) ile verilen 1.Tip tekrarlı Latin kare tasarımı için söz konusu olan kareler toplamlarına ait hesaplamalar;

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k}\sum_{t=1}^{n} Y_{i\,j\,l\,t}^{2} - \frac{T_{....}^{2}}{N} \quad (4.7)$$

$$KT_{Deneme} = \sum_{j=1}^{k}\frac{T_{.j..}^{2}}{nk} - \frac{T_{....}^{2}}{N} \quad (4.8)$$

$$KT_{Satır} = \sum_{i=1}^{k}\frac{T_{i...}^{2}}{nk} - \frac{T_{....}^{2}}{N} \quad (4.9)$$

$$KT_{Sütun} = \sum_{l=1}^{k}\frac{T_{..l.}^{2}}{nk} - \frac{T_{....}^{2}}{N} \quad (4.10)$$

$$KT_{Tekrar} = \sum_{t=1}^{n}\frac{T_{...t}^{2}}{k} - \frac{T_{....}^{2}}{N} \quad (4.11)$$

$$KT_{Hata} = KT_{Genel} - KT_{Deneme} - KT_{Satır} - KT_{Sütun} - KT_{Tekrar} \quad (4.12)$$

eşitlikleri tarafından verilir. Her bir kareler toplamı kendi serbestlik derecesine bölünerek kareler ortalamalarına ve ana değişim kaynaklarına ait kareler ortalamalarının hata kareler ortalamasına oranlanması ile de test istatistiklerine ulaşılır. 1.Tip Tekrarlı Latin kare deney tasarımı için analiz sonuçlarının özetleneceği Varyans Analizi Tablosu Tablo 4.7’deki gibidir.

Tablo 4.7 1.Tip Tekrarlı Latin Kare Tasarımı İçin Anova Tablosu

Değişim Kaynağı	**S.D.**	**KT**	**KO**	**Test İstatistiği**
Deneme	$k-1$	KT_{Deneme}	KO_{Deneme}	$F_{Deneme}=\dfrac{KO_{Deneme}}{KO_{Hata}}$
Satır	$k-1$	$KT_{Satır}$	$KO_{Satır}$	$F_{Satır}=\dfrac{KO_{Satır}}{KO_{Hata}}$
Sütun	$k-1$	$KT_{Sütun}$	$KO_{Sütun}$	$F_{Sütun}=\dfrac{KO_{Sütun}}{KO_{Hata}}$
Tekrar	$n-1$	KT_{Tekrar}	KO_{Tekrar}	$F_{Tekrar}=\dfrac{KO_{Tekrar}}{KO_{Hata}}$
Hata	$(k-1)[n(k+1)-3]$	KT_{Hata}	KO_{Hata}	
Genel	N-1	KT_{Genel}		

Karar: Deneme etkisinin önemliliği için α önem seviyesindeki kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)[n(k+1)-3];\alpha}$ olmak üzere $F_{Deneme} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $F_{Deneme} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez.

Satır etkisinin önemliliği için α önem seviyesindeki kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)[n(k+1)-3];\alpha}$ olmak üzere $F_{Satır} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $F_{Satır} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez.

Sütun etkisinin önemliliği için α önem seviyesindeki kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)[n(k+1)-3];\alpha}$ olmak üzere $F_{Sütun} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $F_{Sütun} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez.

Tekrar etkisinin önemliliği için α önem seviyesindeki kritik değer $F_t = F_{(n-1);(k-1)[n(k+1)-3];\alpha}$ olmak üzere $F_{Tekrar} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $F_{Tekrar} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez.

Örnek IV.2 Aynı tür halıyı üreten dört farklı fabrikanın günlük üretim miktarları m^2 olarak karşılaştırılmak isteniyor. Ayrıca üretim miktarı rastgele seçilen dört farklı makine ve dört farklı ip türüne bağlıdır. Her fabrikada, her farklı makine ve her farklı ip türü sadece bir defa kullanılmış olsun. Bu Latin kare deney düzeni için araştırmacı aynı ip türlerini ve aynı makineleri kullanarak her bir hücrede üç tekrar yapmaktadır. Bu koşullar altında elde edilen günlük üretim miktarlar aşağıdaki gibi gözlenmiştir. Buna göre;

i) Problemin analizi için uygun olan deney tasarımını ve model denklemini belirleyiniz?

ii) Model için Anova tablosunu düzenleyiniz?

iii) Günlük üretim miktarı üzerinde fabrikaların etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

iv) Günlük üretim miktarı üzerinde makinelerin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

v) Günlük üretim miktarı üzerinde ip türlerinin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

vi) Günlük üretim miktarı üzerinde tekrarlamanın etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

1.Tekrar		**Makineler**				
		I	**II**	**III**	**IV**	$T_{i...}$
İp Türü	**1**	**A=3**	**B=7**	**C=2**	**D=10**	**22**
	2	**B=8**	**A=3**	**D=12**	**C=7**	**30**
	3	**C=2**	**D=8**	**A=4**	**B=11**	**25**
	4	**D=9**	**C=5**	**B=9**	**A=4**	**27**
$T_{..l.}$		**22**	**23**	**27**	**32**	
$T_{.j..}$		**A=14**	**B=35**	**C=16**	**D=39**	$T_{...1} = 104$
$\sum_{i=1}^{k} y_{ijl1}^2$		**158**	**147**	**245**	**286**	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{l=1}^{k} y_{ijl1}^2 = 836$

2.Tekrar		**Makineler**				
		I	**II**	**III**	**IV**	$T_{i...}$
İp Türü	**1**	**C=6**	**D=7**	**A=4**	**B=10**	**27**
	2	**D=5**	**A=5**	**B=12**	**C=3**	**25**
	3	**A=4**	**B=7**	**C=5**	**D=7**	**23**
	4	**B=8**	**C=3**	**D=6**	**A=4**	**21**
$T_{..l.}$		**23**	**22**	**27**	**24**	
$T_{.j..}$		**A=17**	**B=37**	**C=17**	**D=25**	$T_{...2} = 96$
$\sum_{i=1}^{k} y_{ijl2}^2$		**141**	**132**	**221**	**171**	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} y_{ijl2}^2 = 668$

3.Tekrar		**Makineler**				
		I	**II**	**III**	**IV**	$T_{i...}$
İp Türü	**1**	**D=12**	**A=5**	**B=9**	**C=6**	**32**
	2	**A=3**	**B=8**	**C=7**	**D=10**	**28**
	3	**B=6**	**C=4**	**D=11**	**A=3**	**24**
	4	**C=3**	**D=8**	**A=5**	**B=9**	**25**
$T_{..l.}$		**24**	**25**	**32**	**28**	
$T_{.j..}$		**A=16**	**B=32**	**C=20**	**D=41**	$T_{...3} = 109$
$\sum_{i=1}^{k} y_{ijl3}^2$		**198**	**169**	**276**	**226**	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} y_{ijl3}^2 = 869$

Üç tekrar birlikte ele alınarak elde edilen toplamlar ve kareler toplamları

Deneme $(T_{.j..})$	Satır $(T_{i...})$	Sütun $(T_{..l.})$	Tekrar $(T_{...t})$	KT
A=47	81	69	104	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k}\sum_{t=1}^{n} y_{ijlt}^2 =$ **836+668+869=2373**
B=104	83	70	96	
C=53	72	86	109	
D=105	73	84	$T_{....} = 309$	

Çözüm: i) Bağımlı değişken((Y): Günlük halı üretim miktarı (m^2)….Nicel, sürekli ve ölçme düzeyi oranlama

Bağımsız değişkenler:

Deneme (Faktör): Fabrika…Nitel ve ölçme düzeyi sınıflama

Deneme grupları (Faktör düzeyleri):	$\begin{cases} A-Fabrikası\ (Denemesi) \\ B-Fabrikası(Denemesi) \\ C-Fabrikası\ (Denemesi) \\ D-Fabrikası\ (Denemesi) \end{cases}$	Özel seçimli, Bağımsız deneme grupları $(k=4)$

Satır değişkeni (Blok 1): İp Türü….Nitel ve ölçme düzeyi sınıflama

Blok 1 grupları: $\begin{cases} İp\ Türü\ 1 \\ İp\ Türü\ 2 \\ İp\ Türü\ 3 \\ İp\ Türü\ 4 \end{cases}$	Rastgele seçimli, Bağımsız gruplar $(k=4)$

Sütun değişkeni (Blok 2): Makine ….Nitel ve ölçme düzeyi sınıflama

Blok 2 grupları: $\begin{cases} Makine\ I \\ Makine\ II \\ Makine\ III \\ Makine\ IV \end{cases}$	Rastgele seçimli, Bağımsız gruplar $(k=4)$

Denemeler aynı ip türleri ve aynı makineler ile üç tekrarlı olarak yapılmaktadır.

Deney tasarımında rastgelelik üzerine 2 kısıt (İp türü ve Makine) konulduğundan, bir tekrarda her fabrikada, her farklı makine ve her farklı ip türü sadece bir defa kullanıldığından ve denemeler aynı ip türleri ve aynı makineler ile üç tekrarlı olarak yapıldığından uygun deney tasarımı 1.Tip Tekrarlı Latin kare tasarımıdır. Bu deney için planlanan 1.Tip Tekrarlı Latin kare tasarımında $k=r=m=4$ ve $n=3$ alınmıştır. Denemeler özel seçimli, satır ve sütun değişkenleri rastgele seçimli olduğundan uygun model 4×4 1.Tip Tekrarlı Latin kare karışım modelidir. Model denklemi ise;

$$Y_{ijlt}=\mu_{...}+\beta_i+\alpha_j+\gamma_l+\delta_t+\varepsilon_{t(i\,j\,l)}\ , i=1,2,3,4; j=1,2,3,4; l=1,2,3,4; t=1,2,3$$

şeklindedir.

ii) Model için Anova tablosu:

Tablo 4.8 1. Tip Tekrarlı Latin Kare Deney Tasarımı Anova Tablosu

Değişim Kaynağı	S.D.	KT	KO	Test İstatistiği
Deneme	$k-1=3$	249,0625	83,02	$F_{Deneme}=\frac{83,02}{2,817}=29,47$
Satır	$k-1=3$	7,729	2,576	$F_{Satır}=\frac{2,576}{2,817}=0,914$
Sütun	$k-1=3$	20,229	6,743	$F_{Sütun}=\frac{6,743}{2,817}=2,394$
Tekrar	$n-1$=2	5,375	2,6875	$F_{Tekrar}=\frac{2,6875}{2,817}=0,954$
Hata	$(k-1)[n(k+1)-3] = 36$	101,417	2,817	
Genel	N-1=47	383,8125		

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k}\sum_{t=1}^{n} Y_{i\,j\,l\,t}^{2} - \frac{T_{....}^{2}}{N} = 2373 - \frac{(309)^2}{48} = 383{,}8125$$

$$KT_{Deneme} = \sum_{j=1}^{k}\frac{T_{.j..}^{2}}{nk} - \frac{T_{....}^{2}}{N} = \frac{1}{12}[(47)^2 + (104)^2 + (53)^2 + (105)^2] - \frac{(309)^2}{48} = 249{,}0625$$

$$KT_{Satır} = \sum_{i=1}^{k}\frac{T_{i...}^{2}}{nk} - \frac{T_{....}^{2}}{N} = \frac{1}{12}[(81)^2 + (83)^2 + (72)^2 + (73)^2] - \frac{(309)^2}{48} = 7{,}729$$

$$KT_{Sütun} = \sum_{l=1}^{k}\frac{T_{..l.}^{2}}{nk} - \frac{T_{....}^{2}}{N} = \frac{1}{12}[(69)^2 + (70)^2 + (86)^2 + (84)^2] - \frac{(309)^2}{48} = 20{,}229$$

$$KT_{Tekrar} = \sum_{t=1}^{n}\frac{T_{...t}^{2}}{k} - \frac{T_{....}^{2}}{N} = \frac{1}{4}[(104)^2 + (96)^2 + (109)^2] - \frac{(309)^2}{48} = 5{,}375$$

iii) Günlük üretim miktarı üzerinde fabrikaların (denemelerin) etkili olup olmadığına ait test edilecek olan hipotezler, fabrikalar özel seçimli olduğundan:

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$
$H_1: \exists\ \alpha_j$ diğerlerinden farklı

şeklindedir. H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $F_{Deneme} = 29{,}47$ dir. $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)[n(k+1)-3];\alpha} = F_{3;36;0{,}05} = 2{,}84$ olup, $F_{Deneme} = 29{,}47 > 2{,}84$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Bu sonuca göre aynı tür halıyı üreten dört farklı fabrikanın günlük üretim miktarları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık vardır.

Eğer arzu edilirse çoklu karşılaştırma teknikleri kullanılarak hangi fabrikalar arasında farklılıklar olduğu belirlenebilir.

iv) Günlük üretim miktarı üzerinde makinelerin (Sütun=Blok 2) etkili olup olmadığına ait test edilecek olan hipotezler, makineler rastgele seçimli olduğundan:

$H_0: \sigma_\gamma^2 = 0$

$H_1: \sigma_\gamma^2 > 0$ şeklindedir. H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $F_{Sütun} = 2{,}394$ dur. $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)[n(k+1)-3];\alpha} = F_{3;36;0{,}05} = 2{,}84$ olup, $F_{Sütun} = 2{,}394 < 2{,}84$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Bu sonuca göre aynı tür halının üretildiği dört farklı makinenin günlük üretim miktarları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

v) Günlük üretim miktarı üzerinde İp türlerinin (Satır=Blok 1) etkili olup olmadığına ait test edilecek olan hipotezler, ip türleri rastgele seçimli olduğundan:

$H_0: \sigma_\beta^2 = 0$

$H_1: \sigma_\beta^2 > 0$ şeklindedir. H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $F_{Satır} = 0{,}914$ dür. $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)[n(k+1)-3];\alpha} = F_{3;36;0{,}05} = 2{,}84$ olup, $F_{Satır} = 0{,}914 < 2{,}84$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Bu sonuca göre aynı tür halının üretildiği dört farklı ip türü için günlük üretim miktarları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

vi) Günlük üretim miktarı üzerinde tekrarlamanın etkili olup olmadığına ait test edilecek olan hipotezler:

H_0: $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$

H_1: $\exists\ \delta_t$ diğerlerinden farklı

şeklindedir. H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $F_{Tekrar} = 0{,}954$ dür. $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(n-1);(k-1)[n(k+1)-3];\alpha} = F_{2;36;0{,}05} = 3{,}27$ olup, $F_{Tekrar} = 0{,}954 < 3{,}27$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Bu sonuca göre aynı tür halının üretildiği 1.Tip tekrarlı Latin kare tasarımında günlük üretim miktarları yönünden tekrarlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

IV.3 GREKO LATİN KARE TASARIMI

Greko Latin kare tasarımı üç bloklama değişkeni ile birlikte k denemenin farklı olup olmadığını araştırmak için kullanılır. Bloklar satır, sütun ve Yunan (Greek) harfleri olarak adlandırılır. Bu üç blok değişkeninin yanı sıra birinci derecede öneme sahip "bir " tane faktör bu tasarımda yer almaktadır. Greko Latin kare tasarımında bloklama değişkenleri ile faktöre ait düzey sayısının (deneme sayısının) birbirine eşit olduğu kısıtlaması vardır. İkini bir kısıt ise faktör düzeylerini gösteren Latin harflerinin (A, B, C, D, …) her satır, her sütun ve her Yunan harfinde yalnız bir kez denemesidir. Bu kısıtlardan dolayı ender kullanılan bir tasarımdır.

A, B, C, D denemelerinin etkilerini karşılaştırmak istediğimiz bir deneyde, deney birimleri arasındaki heterojenliği kontrol altına almak için her biri dört düzeye sahip üç farklı bloklama değişkeninin olduğunu kabul edelim. Bu deneme için kullanılabilecek 4×4 Greko Latin kare tasarımı Tablo 4.9 ile verilebilir. Burada en önemli husus Latin harflerinin (A, B, C, D) ve Yunan harflerinin $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ ayrı ayrı Latin kare olma özelliğini sağlamasıdır.

Tablo 4.9 4×4 Greko Latin kare tasarımı örneği

		SÜTUNLAR			
		I	**II**	**III**	**IV**
SATIRLAR	**1**	A, α	B, γ	C, δ	D, β
	2	C, γ	D, α	A, β	B, δ
	3	D, δ	C, β	B, α	A, γ
	4	B, β	A, δ	D, γ	C, α

Burada en önemli husus Latin harflerinin (A, B, C, D) ve Yunan harflerinin $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ ayrı ayrı Latin kare olma özelliğini sağlamasıdır. Latin harflerinin Yunan harfleri ile birlikte sadece bir kere görünmesi durumunda birbirine dik iki Latin kare kurulmuş olur. Bu sebeple Greko Latin kare tasarımı, dik iki Latin karelerinin birleşimi olarak da tanımlanır.

Greko Latin karesi için istatistiksel model denklemi;

$$Y_{ijlt} = \mu_{....} + \beta_i + \alpha_j + \gamma_l + \delta_t + \varepsilon_{ijlt} \quad ; \quad i, j, l, t = 1, 2, \dots,\ k \tag{4.13}$$

eşitliği ile verilir. Burada;

Y_{ijlt}: i-nci satır, l-nci sütun, t-nci Yunan harfindeki j-nci denemeye ait gözlem değerini

$\mu_{....}$: Genel kitle ortalamasını

β_i: i-nci satırın etkisini

α_j: j-nci denemenin etkisini

γ_l : l-nci sütunun etkisini

δ_t : t-nci Yunan harfinin etkisini

ε_{ijlt} : rastgele hata terimlerini

gösterir. Eşitlik (4.13) bir sabit etki modeli olup, $\sum_{j=1}^{k}\alpha_j = 0$, $\sum_{i=1}^{k}\beta_i = 0$, $\sum_{l=1}^{k}\gamma_l = 0$, $\sum_{t=1}^{k}\delta_t = 0$ kısıtları geçerlidir. Bu kısıtlar EKK yöntemi ile HKT'nı minimum yaparak parametrelerin tahmin edilmesinde önemli rol oynamaktadır. Greko Latin kare tasarımı kapsamında verilen (4.13) modelinde deneme, satır, sütun ve Yunan harflerinin etkisinin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı hipotez testleri ile kontrol edilir. Test edilecek olan hipotezler;

i) Deneme etkisi için	**ii) Satır etkisi için**	**iii) Sütun etkisi için**
$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_k = 0$ $H_1: \exists\ \alpha_j$ diğerlerinden farklı	$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$ $H_1: \exists\ \beta_i$ diğerlerinden farklı	$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_k = 0$ $H_1: \exists\ \gamma_l$ diğerlerinden farklı

iv) Yunan harfi etkisi için
$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_k = 0$ $H_1: \exists \delta_t$ diğerlerinden farklı

şeklinde oluşturulur. Bu hipotezleri test edebilmek için gerekli olan test istatistikleri bağımlı değişkene ait kareler toplamının birbirinden bağımsız varyans kaynakları olan deneme kareler toplamı, satır kareler toplamı, sütun kareler toplamı, Yunan harfleri karler toplamı ve hata kareler toplamı olarak bileşenlerine ayrılması prensibinden türetilir.

Genel kareler toplamı;

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k}\sum_{t=1}^{k}\left(Y_{ijlt} - \overline{Y}_{....}\right)^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k}\sum_{t=1}^{k} Y_{ijlt}^2 - \frac{T_{....}^2}{N} \tag{4.14}$$

olup, burada $N = k^2$ dir. Diğer kareler toplamları ise sırasıyla;

$$KT_{Deneme} = k\sum_{j=1}^{k}\left(\overline{Y}_{.j..} - \overline{Y}_{....}\right)^2 = \sum_{j=1}^{k}\frac{T_{.j..}^2}{k} - \frac{T_{....}^2}{N} \tag{4.15}$$

$$KT_{Satır} = k\sum_{i=1}^{k}\left(\overline{Y}_{i...} - \overline{Y}_{....}\right)^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{T_{i...}^2}{k} - \frac{T_{....}^2}{N} \tag{4.16}$$

$$KT_{Sütun} = k\sum_{l=1}^{k}\left(\overline{Y}_{..l.} - \overline{Y}_{....}\right)^2 = \sum_{l=1}^{k}\frac{T_{..l.}^2}{k} - \frac{T_{....}^2}{N} \tag{4.17}$$

$$KT_{Yunan} = k\sum_{t=1}^{k}\left(\overline{Y}_{...t} - \overline{Y}_{....}\right)^2 = \sum_{t=1}^{k}\frac{T_{...t}^2}{k} - \frac{T_{....}^2}{N} \tag{4.18}$$

$$KT_{Hata} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k}\sum_{t=1}^{k}\left(Y_{ijlt} - \overline{Y}_{i\,...} - \overline{Y}_{.\,j\,..} - \overline{Y}_{..\,l\,.} - \overline{Y}_{...\,t} + 3\overline{Y}_{....}\right)^2$$

$$= KT_{Genel} - KT_{Deneme} - KT_{Satır} - KT_{Sütun} - KT_{Yunan} \qquad (4.19)$$

eşitlikleri ile bulunur.

Greko Latin Kare deney tasarımı için varyans analizi tablosu Tablo 4.10 ile verilir.

Tablo 4.10 Greko Latin kare varyans analizi tablosu

Değişim Kaynağı	**S.D.**	**KT**	**KO**	**Test İstatistiği**
Deneme	$k-1$	KT_{Deneme}	KO_{Deneme}	$F_{Deneme} = \frac{KO_{Deneme}}{KO_{Hata}}$
Satır	$k-1$	$KT_{Satır}$	$KO_{Satır}$	$F_{Satır} = \frac{KO_{Satır}}{KO_{Hata}}$
Sütun	$k-1$	$KT_{Sütun}$	$KO_{Sütun}$	$F_{Sütun} = \frac{KO_{Sütun}}{KO_{Hata}}$
Yunan	$k-1$	KT_{Yunan}	KO_{Yunan}	$F_{Yunan} = \frac{KO_{Yunan}}{KO_{Hata}}$
Hata	$(k-1)(k-3)$	KT_{Hata}	KO_{Hata}	
Genel	N-1	KT_{Genel}		

Karar: Deneme etkisinin önemliliği için α önem seviyesindeki kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)(k-3);\alpha}$ olmak üzere $F_{Deneme} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $F_{Deneme} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez.

Satır etkisinin önemliliği için α önem seviyesindeki kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)(k-3);\alpha}$ olmak üzere $F_{Satır} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $F_{Satır} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez.

Sütun etkisinin önemliliği için α önem seviyesindeki kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)(k-3);\alpha}$ olmak üzere $F_{Sütun} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $F_{Sütun} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez.

Yunan harfi etkisinin önemliliği için α önem seviyesindeki kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)(k-3);\alpha}$ olmak üzere $F_{Yunan} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $F_{Yunan} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez.

Örnek IV.3 Aynı tür halıyı üreten dört farklı fabrikanın günlük üretim miktarları m^2 olarak karşılaştırılmak isteniyor. Ayrıca üretim miktarı özel olarak belirlenen dört farklı makine, dört farklı ip türüne ve dört farklı boya türüne bağlıdır. Her fabrikada, her farklı makine, her farklı ip türü ve her farklı boya türü sadece bir defa kullanılacaktır. Bu koşullar altında elde edilen günlük üretim miktarları Tablo 4.11'deki gibi gözlenmiştir. Buna göre;

i) Problemin analizi için uygun olan deney tasarımını ve model denklemini belirleyiniz?

ii) Model parametrelerinin EKK tahmin edicilerini bulunuz? Anova tablosunu düzenleyiniz?

iii) Günlük üretim miktarı üzerinde fabrikaların etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

iv) Günlük üretim miktarı üzerinde makinelerin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

v) Günlük üretim miktarı üzerinde ip türlerinin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

vi) Günlük üretim miktarı üzerinde boya türlerinin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

Tablo 4.11 Günlük halı üretim miktarı (m^2)

		Makineler				
		I	**II**	**III**	**IV**	$\boldsymbol{T_{i...}}$
İp Türü	**1**	$(A, \alpha) = 3$	$(B, \beta) = 7$	$(C, \gamma) = 2$	$(D, \delta) = 10$	**22**
	2	$(B, \delta) = 8$	$(A, \gamma) = 3$	$(D, \beta) = 12$	$(C, \alpha) = 7$	**30**
	3	$(C, \beta) = 2$	$(D, \alpha) = 8$	$(A, \delta) = 4$	$(B, \gamma) = 11$	**25**
	4	$(D, \gamma) = 9$	$(C, \delta) = 5$	$(B, \alpha) = 9$	(A, β)=4	**27**
$\boldsymbol{T_{..l.}}$		**22**	**23**	**27**	**32**	
$\boldsymbol{T_{.j..}}$		**A=14**	**B=35**	**C=16**	**D=39**	$\boldsymbol{T_{....} = 104}$
$\boldsymbol{T_{...t}}$		$\boldsymbol{\alpha = 27}$	$\boldsymbol{\beta = 25}$	$\boldsymbol{\gamma = 25}$	$\boldsymbol{\delta = 27}$	
$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{k} y_{ijlt}^2}$		**158**	**147**	**245**	**286**	$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k}\sum_{t=1}^{k} y_{ijlt}^2 =}$ **836**

Çözüm: i) Bağımlı değişken((Y): Günlük halı üretim miktarı (m^2)….Nicel, sürekli ve ölçme düzeyi oranlama

Bağımsız değişkenler:

Deneme (Faktör): Fabrika…Nitel ve ölçme düzeyi sınıflama

Deneme grupları (Faktör düzeyleri): $\begin{cases} A - Fabrikası\ (Denemesi) \\ B - Fabrikası(Denemesi) \\ C - Fabrikası\ (Denemesi) \\ D - Fabrikası\ (Denemesi) \end{cases}$	Özel seçimli, Bağımsız deneme grupları $(k = 4)$

Satır değişkeni (Blok 1): İp Türü….Nitel ve ölçme düzeyi sınıflama

Blok 1 grupları: $\begin{cases} İp\ Türü\ 1 \\ İp\ Türü\ 2 \\ İp\ Türü\ 3 \\ İp\ Türü\ 4 \end{cases}$	Özel seçimli, Bağımsız gruplar $(k = 4)$

Sütun değişkeni (Blok 2): Makine ….Nitel ve ölçme düzeyi sınıflama

Blok 2 grupları: $\begin{cases} Makine\ I \\ Makine\ II \\ Makine\ III \\ Makine\ IV \end{cases}$	Özel seçimli, Bağımsız gruplar $(k = 4)$

Yunan harfi değişkeni (Blok 3): Boya Türü ….Nitel ve ölçme düzeyi sınıflama

Blok 3 grupları: $\begin{cases} \alpha - Boya\ türü\ 1 \\ \beta - Boya\ türü\ 2 \\ \gamma - Boya\ türü\ 3 \\ \delta - Boya\ türü\ 4 \end{cases}$	Özel seçimli, Bağımsız gruplar $(k = 4)$

Deney tasarımında rastgelelik üzerine 3 kısıt (İp türü, Makine ve Boya türü) konulduğundan, her fabrikada, her farklı makine, her farklı ip türü ve her farklı boya türü sadece bir defa kullanıldığından uygun deney tasarımı Greko Latin kare deney tasarımıdır. Deneme ve tüm blok düzeyleri özel seçimli olduğundan uygun model 4×4 Greko Latin kare sabit etki modelidir. Model denklemi Eşitlik (4.13) gereğince;

$$Y_{ijlt} = \mu_{....} + \beta_i + \alpha_j + \gamma_l + \delta_t + \varepsilon_{ijlt} \quad ; \quad i, j, l, t = 1, 2, 3, 4; \ (k = 4)$$

şeklindedir.

ii) $\overline{Y}_{....} = \frac{T_{....}}{N}$; $\overline{Y}_{i...} = \frac{T_{i...}}{k}$, $i = \overline{1,4}$; $\overline{Y}_{.j..} = \frac{T_{.j..}}{k}$, $j = \overline{1,4}$; $\overline{Y}_{..l.} = \frac{T_{..l.}}{k}$, $l = \overline{1,4}$; $\overline{Y}_{...t} = \frac{T_{...t}}{k}$, $t = \overline{1,4}$ $N = 16$; $k = 4$; $\hat{\alpha}_j = \overline{Y}_{.j..} - \overline{Y}_{....}$; $\hat{\beta}_i = \overline{Y}_{i...} - \overline{Y}_{....}$; $\hat{\gamma}_l = \overline{Y}_{..l.} - \overline{Y}_{....}$; $\hat{\delta}_t = \overline{Y}_{...t} - \overline{Y}_{....}$; olduğu dikkate alınırsa;

Parametre	EKK Tahmin edicisi	Parametre	EKK Tahmin edicisi
$\mu_{....}$	$\overline{Y}_{....} = \frac{104}{16} = 6{,}50$		
$\mu_{.1..}$	$\overline{Y}_{.1..} = \frac{14}{4} = 3{,}50$	α_1	$\hat{\alpha}_1$ =-3
$\mu_{.2..}$	$\overline{Y}_{.2..} = \frac{35}{4} = 8{,}75$	α_2	$\hat{\alpha}_2$ =2,25
$\mu_{.3..}$	$\overline{Y}_{.3..} = \frac{16}{4} = 4{,}00$	α_3	$\hat{\alpha}_3$ =-2,5
$\mu_{.4..}$	$\overline{Y}_{.4..} = \frac{39}{4} = 9{,}75$	α_4	$\hat{\alpha}_4$ =3,25
$\mu_{1...}$	$\overline{Y}_{1...} = \frac{22}{4} = 5{,}5$	β_1	$\hat{\beta}_1$ =-1
$\mu_{2...}$	$\overline{Y}_{2...} = \frac{30}{4} = 7{,}5$	β_2	$\hat{\beta}_2$ =1
$\mu_{3...}$	$\overline{Y}_{3...} = \frac{25}{4} = 6{,}25$	β_3	$\hat{\beta}_3$ =-0,25
$\mu_{4...}$	$\overline{Y}_{4...} = \frac{27}{4} = 6{,}75$	β_4	$\hat{\beta}_4$ =0,25
$\mu_{..1.}$	$\overline{Y}_{..1.} = \frac{22}{4} = 5{,}5$	γ_1	$\hat{\gamma}_1$ =-1
$\mu_{..2.}$	$\overline{Y}_{..2.} = \frac{23}{4} = 5{,}75$	γ_2	$\hat{\gamma}_2$ =-0,75
$\mu_{..3.}$	$\overline{Y}_{..3.} = \frac{27}{4} = 6{,}75$	γ_3	$\hat{\gamma}_3$ =0,25
$\mu_{..4.}$	$\overline{Y}_{..4.} = \frac{32}{4} = 8$	γ_4	$\hat{\gamma}_4$ =1,5

$\mu_{...1}$	$\overline{Y}_{...1} = \frac{27}{4} = 6{,}75$	δ_1	$\hat{\delta}_1 = 0{,}25$
$\mu_{...2}$	$\overline{Y}_{...2} = \frac{25}{4} = 6{,}25$	δ_2	$\hat{\delta}_2 = -0{,}25$
$\mu_{...3}$	$\overline{Y}_{...3} = \frac{25}{4} = 6{,}25$	δ_3	$\hat{\delta}_3 = -0{,}25$
$\mu_{...4}$	$\overline{Y}_{...4} = \frac{27}{4} = 6{,}75$	δ_4	$\hat{\delta}_4 = 0{,}25$

Tablo 4.5 Varyans Analizi Tablosu

Değişim Kaynağı	**S.D.**	**KT**	**KO**	**Test İstatistiği**
Deneme (Fabrika)	$k-1=3$	123,5	41,17	$F_{Deneme} = \frac{KO_{Deneme}}{KO_{Hata}} = \frac{41{,}17}{3{,}83} = 10{,}75$
Satır (İp Türü)	$k-1=3$	8,5	2,83	$F_{Satır} = \frac{KO_{Satır}}{KO_{Hata}} = \frac{2{,}83}{3{,}83} = 0{,}74$
Sütun (Makine)	$k-1=3$	15,5	5,17	$F_{Sütun} = \frac{KO_{Sütun}}{KO_{Hata}} = \frac{5{,}17}{3{,}83} = 1{,}35$
Yunan Harfi (Boya Türü)	$k-1=3$	1,00	0,33	$F_{Yunan} = \frac{KO_{Yunan}}{KO_{Hata}} = \frac{0{,}33}{3{,}83} = 0{,}09$
Hata	$(k-1)(k-3) = 3$	11,5	3,83	
Genel	N-1=15	160		

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k} Y_{i\,j\,l}^2 - \frac{T_{...}^2}{N} = 836 - \frac{(104)^2}{16} = 160$$

$$KT_{Deneme} = \sum_{j=1}^{k} \frac{T_{.j.}^2}{k} - \frac{T_{...}^2}{N} = \frac{1}{4}[(14)^2 + (35)^2 + (16)^2 + (39)^2] - \frac{(104)^2}{16} = 123{,}5$$

$$KT_{Satır} = \sum_{i=1}^{k} \frac{T_{i..}^2}{k} - \frac{T_{...}^2}{N} = \frac{1}{4}[(22)^2 + (30)^2 + (25)^2 + (27)^2] - \frac{(104)^2}{16} = 8{,}5$$

$$KT_{Sütun} = \sum_{l=1}^{k} \frac{T_{..l}^2}{k} - \frac{T_{...}^2}{N} = \frac{1}{4}[(22)^2 + (23)^2 + (27)^2 + (32)^2] - \frac{(104)^2}{16} = 15{,}5$$

$$KT_{Yunan} = \sum_{t=1}^{k} \frac{T_{...t}^2}{k} - \frac{T_{...}^2}{N} = \frac{1}{4}[(27)^2 + (25)^2 + (25)^2 + (27)^2] - \frac{(104)^2}{16} = 1{,}00$$

iii) Günlük üretim miktarı üzerinde fabrikaların (denemelerin) etkili olup olmadığına ait test edilecek olan hipotezler, fabrikalar özel seçimli olduğundan:

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$
$H_1: \exists\ \alpha_j$ diğerlerinden farklı

şeklindedir. H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $F_{Deneme} = 10{,}75$ dur. $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)(k-3);\alpha} = F_{3;3;0{,}05} = 9{,}28$ olup, $F_{Deneme} = 10{,}75 > 9{,}28$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Bu sonuca göre aynı tür halıyı üreten dört farklı fabrikanın günlük üretim miktarları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık vardır.

Eğer arzu edilirse çoklu karşılaştırma teknikleri kullanılarak hangi fabrikalar arasında farklılıklar olduğu belirlenebilir.

iv) Günlük üretim miktarı üzerinde makinelerin (Sütun=Blok 2) etkili olup olmadığına ait test edilecek olan hipotezler, makineler özel seçimli olduğundan:

$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 0$

$H_1: \exists\ \gamma_l$ diğerlerinden farklı

şeklindedir. H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $F_{Sütun} = 1{,}35$ dur. $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)(k-3);\alpha} = F_{3;3;0{,}05} = 9{,}28$ olup, $F_{Sütun} = 1{,}35 < 9{,}28$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Bu sonuca göre aynı tür halının üretildiği dört farklı makinenin günlük üretim miktarları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

v) Günlük üretim miktarı üzerinde İp türlerinin (Satır=Blok 1) etkili olup olmadığına ait test edilecek olan hipotezler, ip türleri rastgele seçimli olduğundan:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

$H_1: \exists\ \beta_i$ diğerlerinden farklı

şeklindedir. H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $F_{Satır} = 0{,}74$ dır. $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)(k-3);\alpha} = F_{3;3;0{,}05} = 9{,}28$ olup, $F_{Satır} = 0{,}74 < 9{,}28$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Bu sonuca göre aynı tür halının üretildiği dört farklı ip türü için günlük üretim miktarları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

vi) Günlük üretim miktarı üzerinde boya türlerinin (Blok 3) etkili olup olmadığına ait test edilecek olan hipotezler, ip türleri rastgele seçimli olduğundan:

$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$

$H_1: \exists \delta_t$ diğerlerinden farklı

şeklindedir. H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $F_{Yunan} = 0{,}09$ dır. $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(k-1);(k-1)(k-3);\alpha} = F_{3;3;0{,}05} = 9{,}28$ olup, $F_{Yunan} = 0{,}09 < 9{,}28$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Bu sonuca göre aynı tür halının üretildiği dört farklı boya türü için günlük üretim miktarları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur.

SORU:1 Öğrenciler üzerinde yapılan bir araştırmada dört farklı öğrenme yönteminin öğrencilerin aldıkları notlar üzerinde etkili olup olmadığı araştırılmak isteniyor. Bu yöntemler K, L, M ve N ile gösterilsin. Günün dört farklı saatinde(I=08-10; II=10-12; III=13-15; IV=15-17) ve dört farklı sınıfta (1=Sınıf 1; 2=Sınıf 2; 3=Sınıf 3; 4=Sınıf 4) testler uygulanıyor. Öğrencilerin aldıkları notlar aşağıda verilmiştir. Buna göre;

i) Problemin analizi için uygun olan deney tasarımını ve model denklemini belirleyiniz?
ii) Model parametrelerinin EKK tahmin edicilerini bulunuz? Anova tablosunu düzenleyiniz?
iii) Öğrencilerin aldıkları notlar üzerinde öğrenme yöntemlerinin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

iv) Öğrencilerin aldıkları notların sınıflara göre farklılık gösterip göstermediğine %5 önem seviyesinde karar veriniz?
v) Öğrencilerin aldıkları notlar üzerinde günün saatlerinin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

		Saatler			
		I	**II**	**III**	**IV**
Sınıflar	**1**	K=82	L=77	M=27	N=88
	2	L=86	K=75	N=12	M=75
	3	M=80	N=80	K=40	L=71
	4	N=98	M=55	L=30	K=49

SORU:2 Soru 1'de rastgelelik üzerine yeni bir kısıt olarak haftanın dört farklı günü (Pazartesi (α), Salı(β), Çarşamba(γ), Perşembe(δ)) katılsın. Buna göre

a) Elde edilecek yeni tasarımı oluşturunuz ve bu tasarıma ilişkin model denklemini yazınız.
b) Model parametrelerinin EKK tahmin edicilerini bulunuz? Anova tablosunu düzenleyiniz?
c) Öğrencilerin aldıkları notlar üzerinde öğrenme yöntemlerinin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?
d) Öğrencilerin aldıkları notların sınıflara göre farklılık gösterip göstermediğine %5 önem seviyesinde karar veriniz?
e) Öğrencilerin aldıkları notlar üzerinde günün saatlerinin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?
f) Öğrencilerin aldıkları notlar üzerinde haftanın günlerinin etkili olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

		Saatler			
		I	**II**	**III**	**IV**
Sınıflar	**1**	(K,α)=82	(L,β)=77	(M,γ)=27	(N,δ)=88
	2	(L,δ)=86	(K,γ)=75	(N,β)=12	(M,α)=75
	3	(M,β)=80	(N,α)=80	(K,δ)=40	(L,γ)=71
	4	(N,γ)=98	(M,δ)=55	(L,α)=30	(K,β)=49