



T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

FEN EDEBİYAT FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

İST.357 VARYANS ANALİZİ

DOÇ. DR. YÜKSEL ÖNER

5. Hafta

d) Sulama sistemlerinin domates verimi üzerine etkilerinin anlamlı olup olmadığı hususunda test edilecek hipotezler;

$$H_0: \mu_1. = \mu_2. = \mu_3. = \mu_{..} \text{ (veya } \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0)$$

$$H_1: \exists \mu_j. \text{ diğerlerinden farklı (veya } \exists \tau_j. \text{ diğerlerinden farklı)}$$

Test işlemi sonuçları ANOVA tablosunda özetlenebilir.

Kaynak	s.d.	KT	KO	Test İstatistiği
Denemeler (Gruplar)	k-1=2	14586,1333	7293,07	$F_{Deneme} = \frac{7293,07}{942,73} = 7,736$
Hata	N-k=12	11312,8	942,73	
Genel	N-1=14	25898,9333		

$$KT_{Genel} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n y_{ji}^2 - \frac{T_{..}^2}{N} = 6037500 - \frac{(9496)^2}{15} = 25898,9333 =$$

$$KT_{Deneme} = \sum_{j=1}^k \frac{T_{j.}^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{N} = \frac{1}{5} ((3334)^2 + (3204)^2 + (2958)^2) - \frac{(9496)^2}{15} = 14586,1333$$

Karar: $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer $F_{k-1;N-k;\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_{Deneme} > F_{k-1;N-k;\alpha}$ ise H_0 ret edilir. $F_{k-1;N-k;\alpha} = F_{2;12;0,05} = 3,89$ olup, $F_{Deneme} = 7,736 > 3,89 = F_{2;12;0,05}$ olduğundan H_0 ret edilir. Yani Sulama sistemlerinin domates verimi üzerine etkisi istatistiksel olarak anlamlıdır, diğer bir ifade ile sulama sistemlerine göre ortalama domates verimi farklılık göstermektedir.

e) $H_0: \mu_1. = \mu_2. = \mu_3. = \mu_{..}$ (veya $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$) hipotezi ret edildiğinden domates veriminin hangi sulama sistemlerinde farklılık gösterdiği çoklu karşılaştırma teknikleri ile incelenir.

i) Fisher'in En Küçük Anlamlı Fark Metodu ile: Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı

$$\binom{k}{2} = \binom{3}{2} = 3 \text{ tür.}$$

a) SS1-SS2 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_1. = \mu_2.$$

$$H_1: \mu_1. \neq \mu_2.$$

Karşılaştırma kriteri $|\bar{Y}_1. - \bar{Y}_2.| > \text{LSD}$ ise H_0 ret edilir. $n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$ olduğundan

$$\bar{Y}_1. = \frac{T_{1.}}{n} = \frac{3334}{5} = 666,8 \text{ ve } \bar{Y}_2. = \frac{T_{2.}}{n} = \frac{3204}{5} = 640,8 \text{ olup, } |\bar{Y}_1. - \bar{Y}_2.| = 26 \text{ ve}$$

$$LSD = t_{\alpha/2, s.d.hata} * \sqrt{\frac{2KO_{Hata}}{n}} = t_{0,025;12} * \sqrt{\frac{2*942,73}{5}} = (2,18) * (17,419) =$$

37,973 bulunur. Buna göre;

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| = 26 < 37,973 = LSD$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani; SS1 ile SS2 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

b) SS1-SS3 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_1 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| > LSD$ ise H_0 ret edilir. $n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$ olduğundan

$$\bar{Y}_1 = \frac{T_1}{n} = \frac{3334}{5} = 666,8 \text{ ve } \bar{Y}_3 = \frac{T_3}{n} = \frac{2958}{5} = 591,6 \text{ olup, } |\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = 75,2 \text{ ve}$$

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3| = 75,2 > 37,973 = LSD$ olduğundan H_0 ret edilir. Yani; SS1 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

c) SS2-SS3 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_2 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri $|\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| > LSD$ ise H_0 ret edilir. $n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$ olduğundan

$$\bar{Y}_2 = \frac{T_2}{n} = \frac{3204}{5} = 640,8 \text{ ve } \bar{Y}_3 = \frac{T_3}{n} = \frac{2958}{5} = 591,6 \text{ olup, } |\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| = 49,2 \text{ ve}$$

$|\bar{Y}_2 - \bar{Y}_3| = 49,2 > 37,973 = LSD$ olduğundan H_0 ret edilir. Yani; SS2 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

ii) Tukey Metodu ile: Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı $\binom{k}{2} = \binom{3}{2} = 3$ tür.

a) SS1-SS2 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2.$$

Karşılaştırma kriteri $|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| > HSD$ ise H_0 ret edilir. $n_1 = n_2 = n_3 = n = 5$

$$\text{olduğundan } HSD = q_{\alpha;k; s.d.hata} \sqrt{\frac{KO_{Hata}}{n}} = q_{0,05;3; 12} \sqrt{\frac{942,73}{5}} = (3,77) * (13,73) = 51,76$$

$|\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2| = 26 < 51,76 = HSD$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani; SS1 ile SS2 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

b) SS1-SS3 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_1. = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_1. \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri $|\bar{Y}_{1.} - \bar{Y}_{3.}| > HSD$ ise H_0 ret edilir.

$|\bar{Y}_{1.} - \bar{Y}_{3.}| = 75,2 > 51,76 = HSD$ olduğundan H_0 ret edilir. Yani; SS1 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

c) SS2-SS3 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_2. = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_2. \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri $|\bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{3.}| > HSD$ ise H_0 ret edilir.

$|\bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{3.}| = 49,2 < 51,76 = HSD$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani; SS2 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

iii) Newman-Keuls Testi ile: Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı $\binom{k}{2} = \binom{3}{2} = 3$ tür.

a) SS1-SS2 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_1. = \mu_2.$$

$$H_1: \mu_1. \neq \mu_2.$$

Grup No:	1	2	3
Ortalama($\bar{Y}_{j.}$):	666,8	640,8	591,6
Grup No:	1	2	3
Sıralı Ortalama($\bar{Y}_{j.}$):	666,8	640,8	591,6

Karşılaştırma kriteri $\bar{Y}_{1.} - \bar{Y}_{2.} > W_2$ ise H_0 ret edilir.

$$W_r = q_{r;s.d.hata;\alpha} \sqrt{\frac{KO_{Hata}}{n}}, r = 2,3; n = 5; KO_{Hata} = 942,73; s.d.hata = 12$$

r	$q_{r;12;0,05}$	W_r
2	3,08	42,29
3	3,77	51,77

$\bar{Y}_{1.} - \bar{Y}_{2.} = 666,8 - 640,8 = 26 < 42,29$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani; SS1 ile SS2 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

b) SS1-SS3 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_{1.} = \mu_{3.}$$

$$H_1: \mu_{1.} \neq \mu_{3.}$$

Karşılaştırma kriteri $\bar{Y}_{1.} - \bar{Y}_{3.} > W_3$ ise H_0 ret edilir. $\bar{Y}_{1.} - \bar{Y}_{3.} = 666,8 - 591,6 = 75,2$

ve $W_3 = 51,77$ olup, $\bar{Y}_{1.} - \bar{Y}_{3.} = 75,2 > 51,77$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Yani; SS1 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

c) SS2-SS3 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_{2.} = \mu_{3.}$$

$$H_1: \mu_{2.} \neq \mu_{3.}$$

Karşılaştırma kriteri $\bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{3.} > W_2$ ise H_0 ret edilir. $\bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{3.} = 640,8 - 591,6 = 49,2$ ve $W_2 = 42,29$ olup, $\bar{Y}_{2.} - \bar{Y}_{3.} = 49,2 > 42,29$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Yani; SS2 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

iii) Duncan Çoklu Aralık Testi ile: Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı $\binom{k}{2} = \binom{3}{2} = 3$ tür.

a) SS1-SS2 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_{1.} = \mu_{2.}$$

$$H_1: \mu_{1.} \neq \mu_{2.}$$

Grup No:	1	2	3
Ortalama($\bar{Y}_{j.}$):	666,8	640,8	591,6

Grup No:	1	2	3
Sıralı Ortalama($\bar{Y}_{(j)}$):	666,8	640,8	591,6

Karşılaştırma kriteri $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(2)} > R_2$ ise H_0 ret edilir. $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(2)} = 26$ ve

$$R_g = r_{\alpha, g, s.d.hata} \sqrt{\frac{KO_{Hata}}{n}} \quad , \quad n_1 = n_2 = n_3 = n = 5 ; g = 2, 3, \dots, k; (k = 3)$$

$R_2 = r_{0,05,2,12} \sqrt{\frac{KO_{Hata}}{n}} = 3,08 \sqrt{\frac{942,73}{5}} = 42,29$ olup, $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(2)} = 26 < 42,29$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani; SS1 ile SS2 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık yoktur.

b) SS1-SS3 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_1 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(3)} > R_3$ ise H_0 ret edilir. $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(3)} = 666,8 - 591,6 = 75,2$ ve $R_3 = r_{0,05,3,12} \sqrt{\frac{942,73}{5}} = (3,23) * (13,73) = 44,35$ olup, $\bar{Y}_{(1)} - \bar{Y}_{(3)} = 75,2 > 44,35 = R_3$ olduğundan H_0 ret edilir. Yani; SS1 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

c) SS2-SS3 karşılaştırması:

$$H_0: \mu_2 = \mu_3.$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_3.$$

Karşılaştırma kriteri $\bar{Y}_{(2)} - \bar{Y}_{(3)} > R_2$ ise H_0 ret edilir. $\bar{Y}_{(2)} - \bar{Y}_{(3)} = 640,8 - 591,6 = 49,2$ ve $R_2 = 42,29$ olup, $\bar{Y}_{(2)} - \bar{Y}_{(3)} = 49,2 > 42,29 = R_2$ olduğundan H_0 ret edilir. Yani; SS2 ile SS3 arasında %95 güvenle anlamlı bir farklılık vardır.

v) Bonferroni Metodu ile: $C_g = \sum_{j=1}^k c_{gj} \mu_j$, $g = 1, 2, \dots$ herhangi bir lineer bağıntı olmak üzere, $k - 1 = 2$ olduğundan iki lineer bağıntıyı;

$C_1 = 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3$ ve $C_2 = \mu_2 - \mu_3$ şeklinde tanımlayalım. Bu lineer bağıntıların anlamlı olup olmadığını test edelim. Bunun için hipotezler:

$$H_{01}: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 = 0$$

$$H_{02}: \mu_2 - \mu_3 = 0$$

$$H_{11}: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 \neq 0$$

$$H_{12}: \mu_2 - \mu_3 \neq 0$$

C_g lineer bağıntısının önemliliği için karşılaştırma kriteri;

$$B_g = t_{(\alpha/2k); s.d.Hata} \sqrt{(KO_{hata}) \left(\sum_{j=1}^k \frac{c_{gj}^2}{n_j} \right)}, \quad g = 1, 2, \dots, k \text{ olmak üzere eğer;}$$

$\left| \sum_{j=1}^k c_{gj} \bar{Y}_j \right| > B_g$ ise H_0 ret edilir ve C_g lineer bağıntısının önemli olduğuna karar verilir.

$$B_1 = t_{(0,05/2*3);12} \sqrt{(942,73) \left(\frac{2^2}{5} + \frac{(-1)^2}{5} + \frac{(-1)^2}{5} \right)} = t_{0,008;12} \sqrt{1131,276} = (2,68)(33,63) = 90,13 \text{ ve}$$

$$B_2 = (2,68) \sqrt{(942,73) \left(\frac{1^2}{5} + \frac{(-1)^2}{5} \right)} = (2,68)(19,42) = 52,05 \text{ bulunur.}$$

$\left| \sum_{j=1}^k c_{1j} \bar{Y}_j \right| = |(2 * 666,8 - 640,8 - 591,6)| = 101,2 > B_1 = 90,13$ olduğundan H_{01} hipotezi ret edilir, yani Bonferroni metoduna göre $C_1 = 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3$ lineer bağıntısı istatistiksel olarak önemlidir.

$$\left| \sum_{j=1}^k c_{2j} \bar{Y}_j \right| = |640,8 - 591,6| = 49,2 < B_2 = 52,05$$

olduğundan H_{02} hipotezleri ret edilemez. Yani Bonferroni metoduna göre $C_2 = \mu_2 - \mu_3$ lineer bağıntısı istatistiksel olarak önemli değildir.

vi) Scheffe Metodu ile: (v)'de tanımlanan lineer bağıntıların önemliliğini bu yöntemle araştırılır. Hipotezler (v)'de tanımlandığı gibi olacaktır. C_g lineer bağıntısının önemliliği için

karşılaştırma kriteri; $S_{C_g} = \sqrt{(k-1)F_{\alpha; k-1; N-k}} \sqrt{(KO_{hata}) \left(\sum_{j=1}^k \frac{c_{gj}^2}{n_j} \right)}$, $g = 1,2$ olmak

üzere eğer; $\left| \sum_{j=1}^k c_{gj} \bar{Y}_j \right| > S_{C_g}$ ise H_0 ret edilir.

$$S_{C_1} = \sqrt{(k-1)F_{\alpha; k-1; N-k}} \sqrt{(KO_{hata}) \left(\sum_{j=1}^k \frac{c_{1j}^2}{n_j} \right)} = \sqrt{2 * F_{0,05; 2; 12}} \sqrt{942,73 \left(\frac{6}{5} \right)} = \sqrt{2(3,89)} * (33,63) = 93,80$$

$$S_{C_2} = \sqrt{(k-1)F_{\alpha; k-1; N-k}} \sqrt{(KO_{hata}) \left(\sum_{j=1}^k \frac{c_{2j}^2}{n_j} \right)} = \sqrt{2(3,89)} \sqrt{942,73 \left(\frac{2}{5} \right)} = 54,16 \text{ bulunur.}$$

$\left| \sum_{j=1}^k c_{1j} \bar{Y}_j \right| = 101,2 > S_{C_1} = 93,8$ olduğundan H_{01} hipotezi ret edilir, yani Scheffe metoduna göre $C_1 = 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3$ lineer bağıntısı istatistiksel olarak önemlidir.

$\left| \sum_{j=1}^k c_{2j} \bar{Y}_j \right| = 49,2 < S_{C_2} = 54,16$ olduğundan H_{02} hipotezi ret edilemez. Yani Scheffe metoduna göre $C_2 = \mu_2 - \mu_3$ lineer bağıntısı istatistiksel olarak önemli değildir.