T.C.

ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

FEN EDEBİYAT FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

İST.357 VARYANS ANALİZİ

DOÇ. DR. YÜKSEL ÖNER

6. Hafta

özenilen üniversite

ÇÖZÜM:3

	DERSHANELER					
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	
	390 **441** **484** **382** **170** **485**	**156** **414** **393** **375** **346**	**448** **492** **444** **434** **388**	**479** **446** **228** **428** **438** **360** **395** **346**	**388** **387** **425** **310** **438** **440**	
$\boldsymbol{n_j}$	**6**	**5**	**5**	**8**	**6**	$\boldsymbol{N = 30}$
$\boldsymbol{T_{j\,.}}$	2352	1684	2206	3120	2388	$\boldsymbol{T_{.\,.}}$**=11750**
$\boldsymbol{\bar{Y}_{j\,.}}$	392	336,8	441,2	390	398	$\boldsymbol{\bar{Y}_{.\,.} = 391.6667}$
$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} y_{ji}^2}$	990886	610522	978804	1260710	962482	$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ji}^2 = \mathbf{4803404}$

a) Bu deneyde beş farklı düzeyi olan “dershaneler” faktörü ve tamamı homojen olarak varsayılan otuz tane deney birimi vardır. Bu sebeple bu deney için en uygun deney düzeni kısıtlayıcısız, tamamen rastgele tek etkenli deney düzeni olarak bilinen tek faktör varyans analizi tasarımıdır. Bu tasarım için rastgeleleştirme işlemi iki aşamada gerçekleştirilebilir. Birinci aşamada öğrencilere 1’den 30’a kadar numaralar verilir. İkinci aşamada A , B, C. D ve E denemeleri rastgele olarak bu öğrencilere uygulanır. Rastgeleleştirme işlemi sonucu aşağıdaki tabloya benzer bir sonuç elde edilebilir.

A(1)	**A(2)**	**C(3)**	**B(4)**	**B(5)**	**D(6)**	**D(7)**	**C(8)**	**E(9)**	**D(10)**
C(11)	**B(12)**	**A(13)**	**E(14)**	**D(15)**	**C(16)**	**E(17)**	**E(18)**	**A(19)**	**D(20)**
D(21)	**A(22)**	**C(23)**	**B(24)**	**E(25)**	**D(26)**	**A(27)**	**D(28)**	**B(29)**	**E(30)**

Bu deney düzenine göre, faktör düzeyleri özel seçimli ve denemelerde uygulanan deney sayıları birbirinden farklı olduğundan uygun model: sabit etkili, dengesiz kısıtlayıcısız tam rastgele tek faktör varyans analizi modelidir. Model denklemi ise:

$$Y_{j\,i} = \mu_{.\,.} + \tau_j + \varepsilon_{j\,i} \quad , j = 1,2,\dots,k; i = 1,2,\dots,n_j$$

şeklindedir. Burada $k = 5$ olduğundan $N = \sum_{j=1}^{k} n_j = 30$ dur.

b)

Parametre	EKK Tahmin edicisi
$\mu_{..}$	$\overline{Y}_{..} = \frac{T_{..}}{N} = \frac{11750}{30} = 391{,}6667$
$\mu_{1.}$	$\overline{Y}_{1.} = \frac{T_{1.}}{n_1} = \frac{2352}{6} = 392$
$\mu_{2.}$	$\overline{Y}_{2.} = \frac{T_{2.}}{n_2} = \frac{1684}{5} = 336{,}8$
$\mu_{3.}$	$\overline{Y}_{3.} = \frac{T_{3.}}{n_3} = \frac{2206}{5} = 441{,}2$
$\mu_{4.}$	$\overline{Y}_{4.} = \frac{T_{4.}}{n_4} = \frac{3120}{8} = 390$
$\mu_{5.}$	$\overline{Y}_{5.} = \frac{T_{5.}}{n_5} = \frac{2388}{6} = 398$
$\tau_1 = \mu_{1.} - \mu_{..}$	$\hat{\tau}_1 = \overline{Y}_{1.} - \overline{Y}_{..} = 392 - 391{,}6667 = 0{,}3333$
$\tau_2 = \mu_{2.} - \mu_{..}$	$\hat{\tau}_2 = \overline{Y}_{2.} - \overline{Y}_{..} = 336{,}8 - 391{,}6667 = -54{,}8667$
$\tau_3 = \mu_{3.} - \mu_{..}$	$\hat{\tau}_3 = \overline{Y}_{3.} - \overline{Y}_{..} = 441{,}2 - 391{,}6667 = 49{,}5333$
$\tau_4 = \mu_{4.} - \mu_{..}$	$\hat{\tau}_4 = \overline{Y}_{4.} - \overline{Y}_{..} = 390 - 391{,}6667 = -1{,}6667$
$\tau_5 = \mu_{5.} - \mu_{..}$	$\hat{\tau}_5 = \overline{Y}_{5.} - \overline{Y}_{..} = 398 - 391{,}6667 = 6{,}3333$

Her bir gözlem için hata terimlerinin EKK Tahmin edicileri ($\varepsilon_{ji} \rightarrow \hat{\varepsilon}_{ji} = y_{ji} - \overline{Y}_{j.}$)

$\hat{\varepsilon}_{1i} = y_{1i} - \overline{Y}_{1.}$	$\hat{\varepsilon}_{2i} = y_{2i} - \overline{Y}_{2.}$	$\hat{\varepsilon}_{3i} = y_{3i} - \overline{Y}_{3.}$	$\hat{\varepsilon}_{4i} = y_{4i} - \overline{Y}_{4.}$	$\hat{\varepsilon}_{5i} = y_{5i} - \overline{Y}_{5.}$
$390 - 392 = -2$	$156 - 336{,}8 = -180{,}8$	$448 - 441{,}2 = 6{,}8$	$479 - 390 = 89$	$388 - 398 = -10$
$441 - 392 = 49$	$414 - 336{,}8 = 77{,}2$	$492 - 441{,}2 = 50{,}8$	$446 - 390 = 56$	$387 - 398 = -11$
$484 - 392 = 92$	$393 - 336{,}8 = 56{,}2$	$444 - 441{,}2 = 2{,}8$	$228 - 390 = -162$	$425 - 398 = 27$
$382 - 392 = -10$	$375 - 336{,}8 = 38{,}2$	$434 - 441{,}2 = -7{,}2$	$428 - 390 = 38$	$310 - 398 = -88$
$170 - 392 = -222$	$346 - 336{,}8 = 9{,}2$	$388 - 441{,}2 = -53{,}2$	$438 - 390 = 48$	$438 - 398 = 40$
$485 - 392 = 93$			$360 - 390 = -30$	$440 - 398 = 42$
			$395 - 390 = 5$	
			$346 - 390 = -44$	

c) Dershanelere göre başarı puanlarının dağılımının normallik incelemesi her bir dershane üzerinde ayrı ayrı Shapiro-Wilk testini uygulayarak yapılmalıdır. Test edilecek hipotezler:

H_0: j-nci dershanede eğitim gören öğrencilerin aldığı puanların dağılımı, $N(\mu\,,\,\sigma^2)$ dağılımı ile uyumludur.

H_1: j-nci dershanede eğitim gören öğrencilerin aldığı puanların dağılımı, $N(\mu\,,\,\sigma^2)$ dağılımı ile uyumludur değildir. ($j = 1,2,3,4,5$)

Test istatistiği:

$$W_j = \frac{\left[\sum_{i=1}^{m} a_i \left(y_{j(n_j-i+1)} - y_{j(i)}\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{n_j} \left(y_{ji} - \overline{Y}_{j.}\right)^2}, \; j = 1,2,3,4,5 \; ; \; n_1 = 6; n_2 = n_3 = 5; n_4 = 8; n_5 = 6$$

<u>A Dershanesi için:</u> $m = \frac{n_1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

i	$y_{1(i)}$	a_i	$y_{1(n_1-i+1)} - y_{1(i)}$	$a_i\left(y_{1(n_1-i+1)} - y_{1(i)}\right)$
1	170	0,6431	315	202,5765
2	382	0,2806	102	28,6212
3	390	0,0875	51	4,4625
--	441			
--	484			
	485			
			Toplam	235,6602

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(y_{1i} - \overline{Y}_{1.}\right)^2 = (n_1 - 1)S_1^2 = \sum_{i=1}^{n_1} y_{1i}^2 - n_1 \overline{Y}_{1.}^2 = 68902$$

H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer, $W_{1h} = \frac{(235{,}6602)^2}{68902} = 0{,}806$ bulunur.

<u>Karar:</u> $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer $W_{\alpha;n_j}$ (tablodan bulunur) olmak üzere, eğer $W_{1h} < W_{\alpha;n_1}$ (veya $p < \alpha$) ise H_0 ret edilir.

$p = Pr(W_1 \leq W_{1h}) = Pr(W_1 \leq 0{,}806)$ olsun. $\alpha = 0{,}05$ ve $n_1 = 6$ iken T8(a) tablosuna göre:

$$\left.\begin{array}{r} Pr(W_1 \leq 0{,}788) = 0{,}05 = 0{,}05 \\ Pr(W_1 \leq 0{,}806) = p \\ Pr(W_1 \leq 0{,}826) = 0{,}10 > 0{,}05 \end{array}\right\} \Rightarrow 0{,}05 < p < 0{,}10 \text{ olduğundan } p > 0{,}05 = \alpha$$

dır. Buna göre H_0 ret edilemez, yani A dershanesinde eğitim gören öğrencilerin aldığı puanların dağılımı, $N(\mu, \sigma^2)$ dağılımı ile uyumludur.

<u>B Dershanesi için:</u> $m = \frac{n_2+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

i	$y_{2(i)}$	a_i	$y_{2(n_2-i+1)} - y_{2(i)}$	$a_i\left(y_{2(n_2-i+1)} - y_{2(i)}\right)$
1	156	0,6646	258	171,4668
2	346	0,2413	47	11,3411
3	375	0,0000	0	0,0000
--	393			
--	414			
				182,8079

$\sum_{i=1}^{n_2}\left(y_{2i}-\overline{Y}_{2.}\right)^2=(n_2-1)S_2^2=\sum_{i=1}^{n_2}y_{2i}^2-n_2\overline{Y}_{2.}^2=43350{,}8$

H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer, $W_{2h}=\frac{(182{,}8079)^2}{43350{,}8}=0{,}771$ bulunur.

Karar: $\alpha=0{,}05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer $W_{\alpha;n_j}$ (tablodan bulunur) olmak üzere, eğer $W_{2h}<W_{\alpha;n_2}$ (veya $p<\alpha$) ise H_0 ret edilir.

$p=Pr(W_2\le W_{2h})=Pr(W_2\le 0{,}771)$ olsun. $\alpha=0{,}05$ ve $n_5=5$ iken T8(a) tablosuna göre:

$$\left.\begin{array}{r}Pr(W_2\le 0{,}762)=0{,}05\\ Pr(W_2\le 0{,}771)=p\\ Pr(W_2\le 0{,}806)=0{,}10>0{,}05\end{array}\right\}\Rightarrow 0{,}05<p<0{,}10 \text{ olup, } p>0{,}05=\alpha$$

olduğundan H_0 ret edilemez, yani B dershanesinde eğitim gören öğrencilerin aldığı puanların dağılımı, $N(\mu,\ \sigma^2)$ dağılımı ile uyumludur.

C Dershanesi için: $m=\frac{n_3+1}{2}=\frac{6}{2}=3$

i	$y_{3(i)}$	a_i	$y_{3(n_1-i+1)}-y_{3(i)}$	$a_i\left(y_{3(n_1-i+1)}-y_{3(i)}\right)$
1	388	0,6646	104	69,1184
2	434	0,2413	14	3,3782
3	444	0,0000	0	0,0000
--	448			
--	492			
			Toplam	72,4966

$\sum_{i=1}^{n_3}\left(y_{3i}-\overline{Y}_{3.}\right)^2=(n_3-1)S_3^2=\sum_{i=1}^{n_3}y_{3i}^2-n_3\overline{Y}_{3.}^2=5516{,}8$

H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer, $W_{3h}=\frac{(72{,}4966)^2}{5516{,}8}=0{,}953$ bulunur.

Karar: $\alpha=0{,}05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer $W_{\alpha;n_j}$ (tablodan bulunur) olmak üzere, eğer $W_{3h}<W_{\alpha;n_3}$ (veya $p<\alpha$) ise H_0 ret edilir.

$p=Pr(W_3\le W_{3h})=Pr(W_3\le 0{,}9498)$ olsun. $\alpha=0{,}05$ ve $n_5=5$ iken T8(a) tablosuna göre:

$$\left.\begin{array}{r}Pr(W_3\le 0{,}927)=0{,}50>0{,}05\\ Pr(W_3\le 0{,}953)=p\\ Pr(W_3\le 0{,}979)=0{,}90>0{,}05\end{array}\right\}\Rightarrow 0{,}50<p<0{,}90 \text{ olup, } p>0{,}05=\alpha$$

olduğundan H_0 ret edilemez, yani C dershanesinde eğitim gören öğrencilerin aldığı puanların dağılımı, $N(\mu,\ \sigma^2)$ dağılımı ile uyumludur.

D Dershanesi için: $m = \frac{n_4}{2} = \frac{8}{2} = 4$

i	$y_{4(i)}$	a_i	$y_{4(n_1-i+1)} - y_{4(i)}$	$a_i\left(y_{4(n_1-i+1)} - y_{4(i)}\right)$
1	228	0,6052	251	151,9052
2	346	0,3164	100	31,64
3	360	0,1743	78	13,5954
4	395	0,0561	33	1,8513
--	428			
--	438			
--	446			
--	479			
			Toplam	198,9919

$$\sum_{i=1}^{n_4}\left(y_{4i} - \overline{Y}_{4.}\right)^2 = (n_4 - 1)S_4^2 = \sum_{i=1}^{n_4} y_{4i}^2 - n_4\overline{Y}_{4\,.}^2 = 43910$$

H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer, $W_{4h} = \frac{(198{,}9919)^2}{43910} = 0{,}902$ bulunur.

Karar: $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer $W_{\alpha;n_j}$ (tablodan bulunur) olmak üzere, eğer $W_{4h} < W_{\alpha;n_4}$(veya $p < \alpha$) ise H_0 ret edilir.

$p = Pr(\, W_4 \le W_{4h}) = Pr\ (W_4 \le 0{,}902)$ olsun. $\alpha = 0{,}05$ ve $n_4 = 8$ iken T8(a) tablosuna göre:

$$\left.\begin{array}{r} Pr(\, W_3 \le 0{,}851) = 0{,}10 > 0{,}05 \\ Pr(\, W_3 \le 0{,}902) = p \\ Pr(\, W_3 \le 0{,}932) = 0{,}50 > 0{,}05 \end{array}\right\} \Rightarrow 0{,}10 < p < 0{,}50 \text{ olup, } p > 0{,}05 = \alpha$$

olduğundan H_0 ret edilemez, yani D dershanesinde eğitim gören öğrencilerin aldığı puanların dağılımı, $N(\mu\,,\ \sigma^2)$ dağılımı ile uyumludur.

E Dershanesi için: $m = \frac{n_5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

i	$y_{5(i)}$	a_i	$y_{5(n_5-i+1)} - y_{5(i)}$	$a_i\left(y_{5(n_5-i+1)} - y_{5(i)}\right)$
1	310	0,6431	130	83,603
2	387	0,2806	51	14,3106
3	388	0,0875	37	3,2375
--	425			
--	438			
	440			
			Toplam	101.1511

$$\sum_{i=1}^{n_5}\left(y_{5i} - \overline{Y}_{5.}\right)^2 = (n_5 - 1)S_5^2 = \sum_{i=1}^{n_5} y_{5i}^2 - n_5\overline{Y}_{5\,.}^2 = 12058$$

H_0 doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer, $W_{5h} = \frac{(101{,}1511)^2}{12058} = 0{,}849$ bulunur.

Karar: $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer $W_{\alpha;n_j}$ (tablodan bulunur) olmak üzere, eğer $W_{1h} < W_{\alpha;n_1}$ (veya $p < \alpha$) ise H_0 ret edilir.

$p = Pr(W_1 \leq W_{1h}) = Pr(W_1 \leq 0,849)$ olsun. $\alpha = 0,05$ ve $n_1 = 6$ iken T8(a) tablosuna göre:

$$\left.\begin{array}{c} Pr(W_1 \leq 0,826) = 0,10 > 0,05 \\ Pr(W_1 \leq 0,849) = p \\ Pr(W_1 \leq 0,927) = 0,50 > 0,05 \end{array}\right\} \Rightarrow 0,10 < p < 0,50 \text{ olduğundan } p > 0,05 = \alpha$$

dır. Buna göre H_0 ret edilemez, yani E dershanesinde eğitim gören öğrencilerin aldığı puanların dağılımı, $N(\mu, \sigma^2)$ dağılımı ile uyumludur.

Homojen varyanslılık varsayımının sağlanıp sağlanmadığını inceleyelim. Bunun için test edilecek hipotezler; σ_j^2: j-nci dershanede eğitim gören öğrencilerin aldığı puanlar için kitle varyansı $(j = 1, 2, 3, 4, 5)$ olmak üzere test edilecek hipotezler;

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2 = \sigma^2$

H_1: $\exists \sigma_j^2$ diğerlerinden farklı

Test İstatistiği: Denemeler için verim dağılımı normal dağılımlı olduğundan H_0 hipotezinin testinde üç yöntem kullanılabilir. Test istatistiği de bu yöntemlere göre hesaplanabilir.

Bartlett testi:

$$\chi_B^2 = \frac{V}{D} \sim \chi_{k-1}^2$$

$$V = (N-k)ln(S_p^2) - \sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)ln(S_j^2)$$

$$D = 1 + \frac{1}{3(k-1)}\left[\sum_{j=1}^{k}\frac{1}{n_j-1} - \frac{1}{N-k}\right]$$

$S_p^2 = \frac{1}{N-k}\sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)S_j^2$ ve $S_j^2 = \frac{1}{n_j-1}\sum_{i=1}^{n_j}(y_{ji} - \overline{Y}_{j.})^2 = \frac{1}{n_j-1}\left[\sum_{i=1}^{n_j} y_{ji}^2 - \frac{T_{j.}^2}{n_j}\right]$ dir.

$$S_1^2 = \frac{1}{5}\left[990886 - \frac{(2352)^2}{6}\right] = 13780,4; \; S_2^2 = \frac{1}{4}\left[610522 - \frac{(1684)^2}{5}\right] = 10837,7$$

$$S_3^2 = \frac{1}{4}\left[978804 - \frac{(2206)^2}{5}\right] = 1379,2 \; ; S_4^2 = \frac{1}{7}\left[1260710 - \frac{(3120)^2}{8}\right] = 6272.857$$

$$S_5^2 = \frac{1}{5}\left[962482 - \frac{(2388)^2}{6}\right] = 2411,6$$

$$S_p^2 = \frac{1}{25}[68902 + 43350,8 + 5516,8 + 43910 + 12058] = 6949,504$$

$$D = 1 + \frac{1}{3*4}\left[\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{5} - \frac{1}{25}\right] = 1,0836$$

$V = 25 * ln(6949{,}504) - [5ln(13780{,}4) + 4ln(10837{,}7) + 4ln(1379{,}2) + 7\ln(6272{,}857) + 5\ln(2411{,}6)] = 7{,}2773$

$$\chi_B^2 = \left(\frac{7{,}2773}{1{,}0836}\right) = 6{,}716$$

Karar: $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer $\chi^2_{k-1:\alpha}$ olmak üzere, eğer $\chi_B^2 > \chi^2_{k-1:\alpha}$ ise H_0 ret edilir. $\chi^2_{k-1:\alpha} = \chi^2_{4:0,05} = 9{,}49$ olup, $\chi_B^2 = 6{,}716 < 9{,}49 = \chi^2_{4:0,05}$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani dershanelere göre öğrencilerin başarı puanları dağılımları homojen varyanslıdır.

Hartley Testi:

k tane birbirinden bağımsız denemeler için denemelere ait örnek varyanslarının en büyük ve en küçük olanları sırasıyla $S^2_{enb} = \text{Enb}\{S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2\}$ ve $S^2_{enk} = \text{Enk}\{S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2\}$ olmak üzere

$F_{enb} = \frac{S^2_{enb}}{S^2_{enk}} \sim F_{k;n-1}$ olup, burada

$S^2_{enb} = \text{Enb}\{S_1^2, S_2^2, S_3^2, S_4^2, S_5^2\} = Enb\{13780{,}4; 10837{,}7; 1379{,}2; 6272{,}857; 2411{,}6\} = 13780{,}4$

$S^2_{enk} = \text{Enk}\{S_1^2, S_2^2, S_3^2, S_4^2, S_5^2\} = Enk\{13780{,}4; 10837{,}7; 1379{,}2; 6272{,}857; 2411{,}6\} = 1379{,}2$ ve

$n = Enb\{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5\} = 8$ dir.
Böylece $F_{enb} = \frac{13780{,}4}{1379{,}2} = 9{,}992$ bulunur.

Karar: $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer$F_{k;n-1;\alpha}$ olmak üzere $F_{enb} > F_{k;n-1;\alpha}$ ise H_0 ret edilir. Burada Hartley tablosundan $F_{k;n-1;\alpha} = F_{5;7;0,05} = 16{,}5$ olup, $F_{enb} = 9{,}992 < 16{,}5 = F_{5;7;0,05}$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani dershanelere göre öğrencilerin başarı puanları dağılımları homojen varyanslıdır.

Cochran Testi:

$C = \frac{S^2_{enb}}{\sum_{j=1}^{k} S_j^2} \sim F_{k;n-1}$ olup, burada

$S^2_{enb} = \text{Enb}\{S_1^2, S_2^2, S_3^2, S_4^2, S_5^2\} = Enb\{13780{,}4; 10837{,}7; 1379{,}2; 6272{,}857; 2411{,}6\} = 13780{,}4$

ve $n = Enb\{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5\} = 8$

dir. Böylece $C = \frac{13780{,}4}{34681{,}757} = 0{,}397$ bulunur.

Karar: : $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer$F_{k;n-1;\alpha}$ olmak üzere $C > F_{k;n-1;\alpha}$ ise H_0 ret edilir. Burada Cochran tablosundan $F_{k;n-1;\alpha} = F_{5;7;0{,}05} = 0{,}4564$ olup, $C = 0{,}397 < 0{,}4564 = F_{5;7;0{,}05}$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani dershanelere göre öğrencilerin başarı puanları dağılımları homojen varyanslıdır.

d) Dershanelerin öğrencilerin başarı puanları üzerine etkilerinin anlamlı olup olmadığı hususunda test edilecek hipotezler;

$H_0: \mu_{1.} = \mu_{2.} = \mu_{3.} = \mu_{4.} = \mu_{5.} = \mu_{..}$ $(veya\ \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0)$

$H_1: \exists\mu_{j.}$ diğerlerinden farklı $(veya\ \exists\tau_{j.}$ diğerlerinden farklı$)$

Test işlemi sonuçları ANOVA tablosunda özetlenebilir.

Kaynak	s.d.	KT	KO	Test İstatistiği
Denemeler (Gruplar)	k-1=4	27583,0667	6895,7667	$F_{Deneme} = \frac{6895{,}7667}{6949{,}504} = 0{,}992$
Hata	N-k=25	173737,6	6949,504	
Genel	N-1=29	201320,6667		

$KT_{Genel} = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} y_{ji}{}^2 - \frac{T_{..}^2}{N} = 4803404 - \frac{(11750)^2}{30} = 201320{,}6667 =$

$KT_{Deneme} = \sum_{j=1}^{k}\frac{T_{j.}^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{N} = \left(\frac{(2352)^2}{6} + \frac{(1684)^2}{5} + \frac{(2206)^2}{5} + \frac{(3120)^2}{8} + \frac{(2388)^2}{6}\right) - \frac{(11750)^2}{30} =$ $27583{,}0667$

Karar: $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde H_1 hipotezine göre karar kuralı, kritik değer $F_{k-1;N-k;\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_{Deneme} > F_{k-1;N-k;\alpha}$ ise H_0 ret edilir. $F_{k-1;N-k;\alpha} = F_{4;25;0{,}05} = 2{,}76$ olup, $F_{Deneme} = 0{,}992 < 2{,}76 = F_{4;25;0{,}05}$ olduğundan H_0 ret edilemez. Yani Dershanelerin öğrencilerin başarı puanları üzerine etkisi istatistiksel olarak anlamlı değildir, diğer bir ifade ile dershanelere göre ortalama başarı puanları farklılık göstermemektedir.

e) $H_0: \mu_{1.} = \mu_{2.} = \mu_{3.} = \mu_{..}$ $(veya\ \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0)$ hipotezi ret edilemediğinden çoklu karşılaştırma teknikleri uygulanmasına gerek yoktur. Çünkü dershanelere göre öğrencilerin ortalama başarı puanları aynıdır.