



T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

FEN EDEBİYAT FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

ÇOK DEĞİŞKENLİ İSTATİSTİK I DERSİ

PROF. DR. YÜKSEL ÖNER

15. Hafta

özenilen üniversite

4.6 Varyans Kovaryans Matrisleri ile İlgili Testler

4.6.1 Tek Kitle İçin Bartlett Testi

$\underline{X} \sim N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$ dağılımı verilsin ve varyans kovaryans matrisi (Σ) bilinmiyor olsun. $\Sigma_0: p \times p$ simetrik, pozitif tanımlı ve bilinen bir matris olmak üzere test edilecek hipotezler:

$$H_0: \Sigma = \Sigma_0$$

$$H_1: \Sigma \neq \Sigma_0 \quad (4.71)$$

şeklinde oluşturulur. H_0 hipotezini test etmek için gerekli olan test istatistiğini elde etmek için verilen kitleden rastgele çekilen n birimlik bir örnek $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_n$ olsun. Bu durumda kitle parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri $\bar{\underline{X}}$ ve S istatistikleridir. Olabilirlik oran testi yaklaşımı uygulandığında test istatistiği olan olabilirlik oran istatistiği (Λ);

$$\Lambda = \left[\left(\frac{n-1}{n} \right)^p \frac{|S|}{|\Sigma_0|} \right]^{n/2} \exp \left\{ -\frac{n-1}{2} [\text{Iz}(S\Sigma_0^{-1}) - np] \right\} \quad (4.72)$$

olarak elde edilir. Test istatistiği örnek hacmine bağlı olarak Λ istatistiğinin örneklem dağılımı olarak ifade edilen Ki-Kare istatistiği olacaktır. Buna göre test istatistiği $n \geq 50$ iken;

$$L = (n-1) [\ln|\Sigma_0| - \ln|S| + \text{Iz}(S\Sigma_0^{-1}) - p] \sim \chi_{\frac{p(p+1)}{2}}^2 \quad (4.73)$$

şeklinde, $n < 50$ iken;

$$L' = \left[1 - \frac{1}{6(n-1)} \left(2p + 1 - \frac{2}{p+1} \right) \right] L \sim \chi_{\frac{p(p+1)}{2}}^2 \quad (4.74)$$

şeklindedir.

Karar: α önem seviyesi ve $\chi_{\frac{p(p+1)}{2}; \alpha}^2$ kritik değer olmak üzere, eğer $L > \chi_{\frac{p(p+1)}{2}; \alpha}^2$ (veya $L' > \chi_{\frac{p(p+1)}{2}; \alpha}^2$) ise H_0 hipotezi ret edilir. Aksi takdirde ret edilemez.

Yorum: H_0 hipotezi ret edilirse n birimlik örneklemin çekildiği çok değişkenli kitlenin varyans kovaryans matrisi Σ_0 matrisi olamaz.

H_0 hipotezi ret edilemezse n birimlik örneklemin çekildiği çok değişkenli normal kitlenin varyans kovaryans matrisi Σ_0 matrisidir.

4.6.2 İki Ve Daha Fazla Kitle İçin Box M Testi

Kabul edelim ki g : kitle sayısı ($g \geq 2$) olsun. $k = 1, 2, \dots, g$ olmak üzere, k -ncı kitle ve dağılımı $\underline{X}_k \sim N_p(\underline{\mu}_k, \Sigma_k)$ ile verilsin. Bu kitlelerin birbirinden bağımsız gruplar olduğunu kabul edelim. Bu durumda bu grupların varyans kovaryans matrislerinin aynı olup olmadığı, diğer bir ifadeyle g - tane birbirinden bağımsız çok değişkenli normal dağılıma sahip grupların dağılımlarının homojenlik gösterip göstermediği incelenebilir. Bu amaçla kullanılan test

Bartlett testinin ikiden fazla gruba genelleştirilmesi olan Box M testidir. Box M testinde test edilecek hipotezler varyans kovaryans matrislerinin eşitliği üzerine kurulur.

$$H_0: \Sigma_1 = \Sigma_2 = \dots = \Sigma_g = \Sigma$$

$$H_1: \exists \Sigma_k \text{ diğerlerinden farklı} \quad (4.75)$$

Test istatistiğini elde etmek için her bir gruptan n_k birimlik örnekler çekilir. k -ncı grup için örnek birimleri $\underline{X}_{k1}, \underline{X}_{k2}, \dots, \underline{X}_{kn_k}$, ($k = \overline{1, g}$) olmak üzere, $\underline{\mu}_k$ ve Σ_k parametrelerinin yansız tahmin edicileri sırasıyla; $\bar{X}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \underline{X}_{ki}$ ve $S_k = \frac{1}{n_k-1} \sum_{i=1}^{n_k} (\underline{X}_{ki} - \bar{X}_k) (\underline{X}_{ki} - \bar{X}_k)'$ istatistikleridir.

H_0 doğru iken gruplar ortak kitle varyans kovaryans matrisine (Σ) sahip olacağından, bir parametre olan bu matrisin yansız bir tahmin edicisi örnek için ortak varyans kovaryans matrisi olarak bilinen;

$$S = \frac{\sum_{k=1}^g (n_k-1) S_k}{\sum_{k=1}^g (n_k-1)} = \frac{\sum_{k=1}^g W_k}{N-g} \quad (4.76)$$

istatistiğidir. Böylece test istatistiği;

$$\chi^2 = MC^{-1} \sim \chi_{\frac{p(p+1)(g-1)}{2}}^2 \quad (4.77)$$

olup, burada;

$$M = \sum_{k=1}^g (n_k - 1) \ln |S| - \sum_{k=1}^g (n_k - 1) \ln |S_k| \quad (4.78)$$

$$C^{-1} = \begin{cases} 1 - \frac{2p^2+3p-1}{6(p+1)(g-1)} \left[\sum_{k=1}^g \frac{1}{n_k-1} - \frac{1}{N-g} \right] , & n'_k \text{ lar farklı ise} \\ 1 - \frac{(2p^2+3p-1)(g+1)}{6(p+1)g(n-1)} , & n_1 = n_2 = \dots = n_g = n \text{ ise} \end{cases} \quad (4.79)$$

eşitlikleri ile bulunur.

Karar: α önem seviyesi ve $\chi_t^2 = \chi_{\frac{p(p+1)(g-1)}{2}, \alpha}^2$ kritik değer olmak üzere, eğer $\chi^2 > \chi_t^2$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Aksi takdirde ret edilemez.

Yorum: H_0 hipotezi ret edilirse grupların varyans kovaryans matrislerinin eşit olmadığı, bir diğer ifade ile kovaryans matrisleri yönünden gruplarının dağılımının homojen olmadığı söylenir.

H_0 hipotezi ret edilemezse grupların varyans kovaryans matrislerinin eşit olduğu, bir diğer ifade ile kovaryans matrisleri yönünden gruplarının dağılımının homojen olduğu söylenir.

Örnek 4.7 $\underline{X} \sim N_3(\underline{\mu}, \Sigma)$ dağılımı verilsin. Bu dağılımdan rastgele çekilen 20 birimlik bir örneklem için örnek varyans kovaryans matrisi;

$S = \begin{bmatrix} 3,42 & 2,6 & 1,89 \\ 2,6 & 8,0 & 6,5 \\ 1,89 & 6,5 & 9,62 \end{bmatrix}$ bulunmuştur. Bu örneklemin çekildiği kitle varyans kovaryans matrisinin;

$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 10 \end{bmatrix}$ olup olamayacağına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

Çözüm: Hipotezler:

$$H_0: \Sigma = \Sigma_0$$

$$H_1: \Sigma \neq \Sigma_0$$

Test istatistiği $n = 20 (< 50)$ olduğundan; $L' = \left[1 - \frac{1}{6(n-1)} \left(2p + 1 - \frac{2}{p+1} \right) \right] L \sim \chi_{\frac{p(p+1)}{2}}^2$ olup, burada $L = (n-1)[\ln|\Sigma_0| - \ln|S| + \text{İz}(S\Sigma_0^{-1}) - p]$ dir.

$$p = 3, |\Sigma_0| = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 10 \end{vmatrix} = 4(35) - 3(20) + 2(3) = 86, \Sigma_0^{-1} = \frac{1}{86} \begin{bmatrix} 35 & -20 & 3 \\ -20 & 36 & -14 \\ 3 & -14 & 15 \end{bmatrix}$$

$$|S| = \begin{vmatrix} 3,42 & 2,6 & 1,89 \\ 2,6 & 8,0 & 6,5 \\ 1,89 & 6,5 & 9,62 \end{vmatrix} = 88,9822; S\Sigma_0^{-1} = \frac{1}{86} \begin{bmatrix} 73,37 & -1,26 & -73,39 \\ -49,5 & 145 & -6,7 \\ -34,99 & 61,52 & 58,97 \end{bmatrix};$$

$$\text{İz}(S\Sigma_0^{-1}) = \frac{1}{86} (73,37 + 145 + 58,97) = 3,2249$$

Bu sonuçlar yerlerine yazılırsa $L = 19[\ln(86) - \ln(88,9822) + 3,2249 - 3] = 3,625$ ve böylece;

$$L' = \left[1 - \frac{1}{6 \times 19} \left(2 \times 3 + 1 - \frac{2}{3+1} \right) \right] (3,625) = 3,418$$

bulunur.

Karar: $\alpha = 0,05$ önem seviyesi ve $\chi_{\frac{p(p+1)}{2}, \alpha}^2 = \chi_{6,0,05}^2 = 12,6$ kritik değer olmak üzere, ise $L' = 3,418 < 12,6$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre %95 güvenle mevcut örneklemin çekildiği kitlenin varyans kovaryans matrisi verilen Σ_0 matrisidir.

Örnek 4.8 $\underline{X}_1 \sim N_2(\underline{\mu}_1, \Sigma_1)$ ve $\underline{X}_2 \sim N_2(\underline{\mu}_2, \Sigma_2)$ dağılımlarından 32'şer birimlik örnekler çekilmiş ve örnek varyans kovaryans matrisleri sırası ile $S_1 = \begin{bmatrix} 4,32 & 1,88 \\ 1,88 & 9,18 \end{bmatrix}$ ve $S_2 = \begin{bmatrix} 2,52 & 1,90 \\ 1,90 & 10,06 \end{bmatrix}$ olarak hesaplanmıştır. Bu örneklere göre %5 önem seviyesinde verilen dağılımların homojen kovaryans matrisli olup olmadığına karar veriniz?

Çözüm: Hipotezler

$$H_0: \Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$$

$$H_1: \exists \Sigma_k \text{ diğerlerinden farklı}$$

Test istatistiği;

$$\chi^2 = MC^{-1} \sim \chi^2_{\frac{p(p+1)(g-1)}{2}} \text{ dir. Burada}$$

$$p = 2, g = 2, n_1 = n_2 = n = 32, N = n_1 + n_2 = 64$$

$$M = \sum_{k=1}^g (n_k - 1) \ln |S| - \sum_{k=1}^g (n_k - 1) \ln |S_k| ;$$

$$|S_1| = \begin{vmatrix} 4,32 & 1,88 \\ 1,88 & 9,18 \end{vmatrix} = 36,1232 ; |S_2| = \begin{vmatrix} 2,52 & 1,90 \\ 1,90 & 10,06 \end{vmatrix} = 21,7412 \text{ ve}$$

$$S = \frac{\sum_{k=1}^g (n_k - 1) S_k}{\sum_{k=1}^g (n_k - 1)} = \frac{1}{2} (S_1 + S_2) = \begin{bmatrix} 3,42 & 1,89 \\ 1,89 & 9,62 \end{bmatrix} \text{ olup, } |S| = \begin{vmatrix} 3,42 & 1,89 \\ 1,89 & 9,62 \end{vmatrix} = 29,3283 \text{ bulunur. Bu sonuçlar yerlerine konursa;}$$

$$M = 62 \times \ln(29,3283) - [31 \ln(36,1232) + 31 \ln(21,7412)] = 2,8198 \quad \text{ve} \quad n_1 = n_2$$

olduğundan $C^{-1} = 1 - \frac{(2p^2 + 3p - 1)(g + 1)}{6(p + 1)g(n - 1)} = 1 - \frac{(8 + 6 - 1)(3)}{6 \times 3 \times 2 \times 31} = 0,965$ bulunur. Böylece test istatistiğinin alabileceği değer;

$$\chi^2 = (2,8198)(0,965) = 2,721 \text{ olarak elde edilir.}$$

Karar: $\alpha = 0,05$ önem seviyesi ve $\chi^2_t = \chi^2_{\frac{p(p+1)(g-1)}{2}; \alpha} = \chi^2_{3; 0,05} = 7,815$ kritik değer olmak üzere; $\chi^2 = 2,721 < 7,815$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre verilen dağılımlar %95 güvenle homojen varyans kovaryans matrislidir.

4.7 Çok Değişkenli Tek Yönlü Varyans Analizi ve Kovaryans Matrislerinin Homojenlik Testi İçin SPSS Uygulaması

SPSS paket programı kullanılarak çok değişkenli varyans analizi ve kovaryans matrislerinin homojenlik testi uygulaması aşağıdaki algoritma kapsamında yapılabilir.

Adım.1 Variable View sayfasında değişken tanımlamaları ve özellikleri girilir. Faktör düzeyleri (bağımsız değişkenin alabileceği değerler olan bağımsız gruplar) **Values** hücrelerinde kodlanır.

Adım.2 Data View sayfasında değişkenlere ait değerler (yani bağımlı değişken değerleri ve faktör düzeyleri) kendilerine ait kolonlara girilir.

Adım.3 Analyze > GLM > Multivariate yolu izlenerek açılacak olan ekrandan değişkenler listesinde yer alan bağımlı değişkenler **Dependent Variables** işlem kutusuna ve faktör **Fixed Factor(s)** işlem kutusuna aktarılır.

Adım.4 Grup kovaryans matrislerinin homojenliğinin testi için **Options** seçeneği tıklanarak açılan pencerede yer alan **Factor(s) and Factor Interactions** işlem kutusundaki **Grup(Hastalık Türü)** değişkeni **Display Means for** işlem kutusuna aktarılır. Bu ekranda aktif konuma gelen **Compare main effects** kutusu işaretlenir ve **Confidence interval adjustment** işlem seçeneklerinden **Bonferroni** seçeneği seçilir. Daha sonra **Display** bölümünden uygun olan seçenekler **Descriptive statistics, Estimates of effect size, Parameter estimates, SSCP matrices** ve **Homogeneity tests** işaretlenir. **Continue** tıklanır ve önceki ekrana dönülür.

Adım.5 Dönülen ekrandaki işlem seçeneklerinden çoklu karşılaştırmalar için **Post_Hoc...** seçeneği tıklanarak açılacak olan ekranın **Factor(s)** kutusunda yer alan **Grup(Hastalık Türü)** değişkeni **Post Hoc Tests for:** kutusuna aktarılır ve uygulanacak olan teknik seçilir. Varyansların eşitliği halinde **Bonferroni** veya **Duncan** varyansların eşit olmaması halinde **Tamhane's T2** testleri seçilebilir. **Continue** tıklanır ve önceki ekrana dönülür ve **OK** Tıklanarak işlem bitirilir.

Örnek 4.9 Örnek 4.6'daki verinin SPSS analizini yapınız ve sonuçları değerlendiriniz?

HASTALIK TÜRLERİ (GRUPLAR)						
Kronik Hepatit		Siroz		Malignite		
$X_1(\beta - fonk)$	$X_2(\text{Albümin})$	$X_1(\beta - fonk)$	$X_2(\text{Albümin})$	$X_1(\beta - fonk)$	$X_2(\text{Albümin})$	
21	5,0	11	3,0	17	0,8	
16	5,1	13	4,3	15	1,3	
15	4,5	14	3,4	17	2,2	
19	4,7	10	1,8	18	2,7	
18	2,8	9	2,2	17	1,9	
13	5,3	12	2,7	16	1,4	
16	4,7	10	2,5	14	2,6	
14	4,5	8	3,1	16	1,0	
17	3,6	12	2,8	17	1,5	
16	3,8	11	2,2	15	0,7	
19	2,7	14	1,5	19	0,4	
15	3,8	9	1,6	19	1,4	
17	3,5	13	1,7	14	1,5	
17	5,0	11	1,4	16	1,7	
16	3,1	10	1,9	13	1,0	

Çözüm: 1. Tablo:1'de değişkenlerin hastalık türlerine göre bireysel ortalamalarını, standart sapmalarını ve gruplara ait gözlem sayılarını görüyoruz. Bu tablodan yararlanarak gruplara (hastalık türlerine) ait örnek ortalama vektörleri yazılabilir.

Bağımlı değişkenler:

X_1 : Beta fonksiyon değeri

X_2 : Albümin değeri olmak üzere değişkenler vektörü: $\underline{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$ dir.

Faktör ve faktör düzeyleri: Hastalık türü ve hasta grupları (bağımsız gruplar)

Birinci Grup: Kronik Hepatit hasta grubu

İkinci Grup: Siroz hasta grubu

Üçüncü Grup: Malignite hasta grubu

Kronik Hepatit grubu: $\bar{X}_{1.} = \begin{bmatrix} 16,6 \\ 4,14 \end{bmatrix}$; Siroz grubu: $\bar{X}_{2.} = \begin{bmatrix} 11,1333 \\ 2,4067 \end{bmatrix}$;

Malignite grubu: $\bar{X}_{3.} = \begin{bmatrix} 16,20 \\ 1,4733 \end{bmatrix}$ ve Genel örnek ortalama vektörü: $\bar{X}_{..} = \begin{bmatrix} 14,6444 \\ 2,6733 \end{bmatrix}$

Tablo:1 Descriptive Statistics

	hastaliktürü	Mean	Std. Deviation	N
betafonk	Kronik Hepatit	16,6000	2,06328	15
	Siroz	11,1333	1,84649	15
	Malignite	16,2000	1,78085	15
	Total	14,6444	3,12727	45
albümin	Kronik Hepatit	4,1400	,86668	15
	Siroz	2,4067	,81720	15
	Malignite	1,4733	,66705	15
	Total	2,6733	1,35704	45

2.Tablo:2'de Gruplara (Hastalık türlerine) göre kovaryans matrislerinin eşitlik (homojenlik) testi (Box M testi) sonucu verilir.

Hipotezler

$$H_0: \Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma_3 = \Sigma$$

$$H_1: \exists \Sigma_k \text{ diğerlerinden farklı}$$

$$p = 0,875 \text{ önemlilik olasılığı, yani } Pr(F \geq 0,406) = 0,875$$

$$\alpha = 0,05 \text{ anlamlılık (önemlilik) düzeyi, yani } Pr(F \geq F_t) = 0,05$$

Karar kuralı: $p \geq \alpha$ ise H_0 ret edilemez, $p < \alpha$ ise H_0 ret edilir. Buna göre $p = 0,875 > 0,05$ olduğundan H_0 ret edilemez, yani hastalık türlerine göre kovaryans matrisleri homojendir.

Tablo:2 Box's Test of Equality of Covariance Matrices^a

Box's M	2,618
F	,406
df1	6
df2	43964,308
Sig.(p)	,875

3.Tablo:3'de Gruplara (Hastalık türlerine) göre kitle ortalama vektörlerinin eşitliği veya hastalık türlerinin bağımlı değişkenler üzerine etkisinin önemlilik testi sonuçları dört farklı test için verilir.

Test edilecek hipotezler

$$H_0 : \underline{\tau}_1 = \underline{\tau}_2 = \underline{\tau}_3 = \underline{0} \quad (\text{veya } \underline{\mu}_{1.} = \underline{\mu}_{2.} = \underline{\mu}_{3.} = \underline{\mu}_{.})$$

$$H_1 : \exists \underline{\tau}_k \neq \underline{0} \quad (\text{veya } \exists \underline{\mu}_{k.} \text{ diğerlerinden farklı})$$

Tablo:3 Multivariate Tests^a

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig. (p)	Partial Eta Squared
Intercept	Pillai's Trace	,987	1588,553 ^b	2,000	41,000	,000	,987
	Wilks' Lambda	,013	1588,553 ^b	2,000	41,000	,000	,987
	Hotelling's Trace	77,490	1588,553 ^b	2,000	41,000	,000	,987
	Roy's Largest Root	77,490	1588,553 ^b	2,000	41,000	,000	,987
hastalıklı türü	Pillai's Trace	1,308 1,308	39,677	4,000	84,000	,000	,654
	Wilks' Lambda	,116 0,116	39,699 ^b	4,000	82,000	,000	,659
	Hotelling's Trace	3,969 3,967	39,689	4,000	80,000	,000	,665
	Roy's Largest Root	2,517 2,512	52,858 ^c	2,000	42,000	,000	,716

a. Design: Intercept + hastalıklı türü (Sarı renk SPSS çözümü, kırmızı renk elle çözüm)

b. Exact statistic **Karar Kuralı: $p < \alpha$ H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde ret edilemez.**

Tablo:3'e göre bütün yöntemler için $p = 0.00 < \alpha = 0,05$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir ve böylece hastalık türlerinin bağımlı değişkenler üzerine etkisinin önemli olduğuna, diğer bir ifade ile hastalık türlerine göre ilgili değişkenle bakımından genel anlamda bir farklılık olduğu söylenir.

Partial Eta Squared: Faktörün (hastalık türü) etki düzeyini belirler. Bu değer 1'e yaklaştıkça etkinin arttığı söylenebilir.

4.Tablo:4'de bağımlı değişkenlere göre gruplara ait hata varyanslarının gruplara göre homojen olup olmadığı Levene testi ile test ediliyor.

Test edilecek hipotezler;

Beta Fonksiyonu (X_1) için: $H_0: \sigma_{11}^2 = \sigma_{12}^2 = \sigma_{13}^2 = \sigma_{\epsilon}^2$; $H_1: \exists \sigma_{1k}^2$ diğerlerinden farklı ($k = 1,2,3$)

Albümin (X_2) için: $H_0: \sigma_{21}^2 = \sigma_{22}^2 = \sigma_{23}^2 = \sigma_{\epsilon}^2$; $H_1: \exists \sigma_{2k}^2$ diğerlerinden farklı ($k = 1,2,3$)

Karar: $p \geq \alpha$ ise H_0 ret edilemez, $p < \alpha$ ise H_0 ret edilir.

Tablo:4 Levene's Test of Equality of Error Variances^a

	F	df1	df2	Sig. (p)
Betafonk	,079	2	42	,924
Albümin	1,434	2	42	,250

Hem beta fonksiyon değeri hem de albümin değeri için $p > \alpha$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre her bir değişken için hastalık türlerine göre hata varyansları eşittir. “Çoklu karşılaştırmalarda dikkate alınır.”

5.Tablo:5'de her bir bağımlı değişken için ayrı ayrı tek yönlü varyans analizi (ANOVA testi) yapılarak hastalık türlerinin bağımlı değişkenler üzerine etkileri ayrı ayrı değerlendirilmiştir.

Tests of Between-Subjects Effects							
Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.(p)	Partial Eta Squared
Corrected Model	betafonk	278,578 ^a	2	139,289	38,555	,000	,647
	albümin	54,933 ^b	2	27,467	44,208	,000	,678
Intercept	betafonk	9650,689	1	9650,689	2671,324	,000	,985
	albümin	321,602	1	321,602	517,626	,000	,925
hastalıktür	betafonk	278,578	2	139,289	38,555	,000	,647
ü	albümin	54,933	2	27,467	44,208	,000	,678
Error	betafonk	151,733	42	3,613			
	albümin	26,095	42	,621			
Total	betafonk	10081,000	45				
	albümin	402,630	45				
Corrected Total	betafonk	430,311	44				
	albümin	81,028	44				

a. R Squared = ,647 (Adjusted R Squared = ,631)

b. R Squared = ,678 (Adjusted R Squared = ,663)

Test edilecek hipotezler: Beta Fonksiyon değeri için;

$$H_0: \mu_{11} = \mu_{12} = \mu_{13} ; H_1: \exists \mu_{1k} \text{ diğerlerinden farklı } (k = 1,2,3)$$

Albümin değeri için;

$$H_0: \mu_{21} = \mu_{22} = \mu_{23} ; H_1: \exists \mu_{2k} \text{ diğerlerinden farklı } (k = 1,2,3)$$

Tablo:5'e göre her iki değişkende de $p = 0,00 < \alpha = 0,05$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir.

Bu durumda tek yönlü varyans analizi sonuçlarına göre hem beta fonksiyon değerleri hem de Albümin değerleri hastalık türlerine göre farklılık göstermektedir.

6.Tablo:6'da Kareler ve çarpımlar toplamı matrisleri veriliyor. Bu tabloda gruplar arası kareler ve çarpımlar toplamı matrisi (B) ile hata kareler ve çarpımlar toplamı matrisi (W) verilir. Genel harelere ve çarpımlar toplamı matrisi (T) ise bu iki matrisin toplamı alınarak bulunabilir.

Tablo:6 Between-Subjects SSCP Matrix

			betafonk	albümin	
Hypothesis	Intercept	betafonk	9650,689	1761,727	
		albümin	1761,727	321,602	
	hastaliktürü	betafonk	278,578	29,067	= B
		albümin	29,067	54,933	
Error	betafonk	151,733	-1,693	=W	
	albümin	-1,693	26,095		

7.Tablo:7'de Bonferroni çoklu karşılaştırma testi sonuçları sunulmaktadır. Her bir bağımlı değişken için gruplara ait hata varyansları homojen varyanslı olduğundan (Tablo:4) çoklu karşılaştırmalarda Bonferroni ve Duncan testleri uygulanmıştır. Burada test edilecek hipotezler: X_j değişkeni için $k - nci$ ve $l - nci$ gruplar karşılaştırılmak istenirse;

$H_0: \mu_{jk} - \mu_{jl} = 0$ iken $H_1: \mu_{jk} - \mu_{jl} \neq 0$ ($j = 1,2; k \neq l = 1,2,3$) şeklindedir.

Bu tabloya göre: **X_1 : Beta Fonksiyon değerleri değişkeni için;**

➤ Kronik Hepatit hasta grubu ile Siroz hasta grubu arasında fark vardır ve üstelik Kronik Hepatit hasta grubuna ait beta fonksiyon değerleri ortalaması Siroz hasta grubu ortalamasından daha büyüktür.

➤ Kronik Hepatit hasta grubu ile Malignite hasta grubu arasında fark yoktur.

➤ Siroz hasta grubu ile Malignite hasta grubu arasında fark vardır ve üstelik Malignite hasta grubuna ait beta fonksiyon değerleri ortalaması Siroz hasta grubu ortalamasından daha büyüktür.

X_2 : Albumin değerleri değişkeni için;

➤ Kronik Hepatit hasta grubu ile Siroz hasta grubu arasında fark vardır ve üstelik Kronik Hepatit hasta grubuna ait Albumin değerleri ortalaması Siroz hasta grubu ortalamasından daha büyüktür.

➤ Kronik Hepatit hasta grubu ile Malignite hasta grubu arasında fark vardır ve üstelik Kronik Hepatit hasta grubuna ait Albumin değerleri ortalaması Malignite hasta grubu ortalamasından daha büyüktür.

➤ Siroz hasta grubu ile Malignite hasta grubu arasında fark vardır ve üstelik Siroz hasta grubuna ait Albumin değerleri ortalaması Siroz hasta grubu ortalamasından daha büyüktür.

Tablo:7 Bonferroni Multiple Comparisons

Dependent Variable	(I) hastalıktürü	(J) hastalıktürü	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
betafonk	Bonferro ni	Kronik	5,4667*	,69404	,000	3,7360	7,1974
		Hepatit	,4000	,69404	1,000	-1,3307	2,1307
		Siroz	-5,4667*	,69404	,000	-7,1974	-3,7360
		Malignite	-5,0667*	,69404	,000	-6,7974	-3,3360
	Malignite	Kronik	-,4000	,69404	1,000	-2,1307	1,3307
		Hepatit	5,0667*	,69404	,000	3,3360	6,7974
		Siroz	1,7333*	,28782	,000	1,0156	2,4511
		Hepatit	2,6667*	,28782	,000	1,9489	3,3844
albümi n	Bonferro ni	Kronik	1,7333*	,28782	,000	1,0156	2,4511
		Hepatit	2,6667*	,28782	,000	1,9489	3,3844
		Siroz	-1,7333*	,28782	,000	-2,4511	-1,0156
		Malignite	,9333*	,28782	,007	,2156	1,6511
	Malignite	Kronik	-2,6667*	,28782	,000	-3,3844	-1,9489
		Hepatit	-,9333*	,28782	,007	-1,6511	-,2156
		Siroz	1,7333*	,28782	,000	1,0156	2,4511
		Hepatit	2,6667*	,28782	,000	1,9489	3,3844

8. Tablo:8(a) ve Tablo:8(b)'de Duncan çoklu karşılaştırma testi sonuçları verilmektedir. Tablo:8(a)'dan beta fonksiyon değerleri bakımından Kronik Hepatit grubu ile Malignite grubu ortalamaları arasında fark olmadığı, ancak Kronik Hepatit ile Siroz ve Siroz ile Malignite grupları arasında ortalamalar bakımından fark olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo:8(a) Duncan Çoklu Karşılaştırma Testi (betafonk)

	hastalıktürü	N	Subset	
			1	2
Duncan ^{a,b}	Siroz	15	11,1333	
	Malignite	15		16,2000
	Kronik Hepatit	15		16,6000
	Sig.		1,000	,567

Tablo:8(b)'den Albümin değerleri bakımından Kronik Hepatit ile Siroz, Kronik Hepatit ile Malignite grubu ve Siroz ile Malignite grupları arasında ortalamalar bakımından fark olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo:8(b) Duncan Çoklu Karşılaştırma Testi (albümin)

	hastalıktürü	N	Subset		
			1	2	3

Duncan ^{a,b}	Malignite	15	1,4733		
	Siroz	15		2,4067	
	Kronik Hepatit	15			4,1400
	Sig.		1,000	1,000	1,000