T.C.

ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

FEN EDEBİYAT FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

ÇOK DEĞİŞKENLİ İSTATİSTİK I DERSİ

PROF. DR. YÜKSEL ÖNER

8. Hafta

BÖLÜM 4

ÇOK DEĞİŞKENLİ HİPOTEZ TESTLERİ

Çok değişkenli kitleler için parametrelere ilişkin hipotezlerin test edilmesinde kullanılan test istatistikleri iki yaklaşıma göre türetilmektedir.

i) Olabilirlik Oran Testi (O.O.T)

ii) Bileşim Kesişim Testi (BKT)

4.1 Olabilirlik Oran Testi

Bu yaklaşım kitle parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicilerine dayalı bir yöntemdir. Öncelikle H_0 ve H_1 hipotezleri altında parametrelerin en çok olabilirlik tahmin edicileri belirlenir ve bu hipotezler altında örnekleme ait olabilirlik fonksiyonu maksimize edilir. Elde edilen iki fonksiyon birbirine oranlanarak test istatistiği kurulmaya çalışılır.

$\underline{\theta}$: Kitleye ait tüm parametreleri kapsayan parametre vektörü

Ω : Parametre vektörü için parametre uzayı

$\underline{\theta}_0$: Elemanları bilinen bir vektör

Ω_0 : Parametre uzayının ve $\underline{\theta}_0$ vektörünün tanımlı olduğu alt uzay olmak üzere ($\Omega_0 \subset \Omega$) hipotezler;

$H_0: \underline{\theta} = \underline{\theta}_0$ veya $H_0: \underline{\theta} \in \Omega_0$

$$H_1: \underline{\theta} \neq \underline{\theta}_0 \quad \text{veya} \quad H_1: \underline{\theta} \notin \Omega_0 \ \left(ya\ da\ \underline{\theta} \in \Omega\right) \tag{4.1}$$

olur. Eğer boy$(\Omega) = v$ ve boy$(\Omega_0) = v_0$ ise $v_0 < v$ dir.

$L(\underline{\theta})$ örneklemin olabilirlik fonksiyonu ve $\max\limits_{\underline{\theta} \in \Omega_0} L(\underline{\theta})$: $L(\underline{\theta})$'nın H_0 hipotezi altındaki maksimum değeri ve $\max\limits_{\underline{\theta} \in \Omega} L(\underline{\theta})$: $L(\underline{\theta})$'nın H_1 hipotezi altındaki maksimum değeri olmak üzere, test istatistiği;

$$\Lambda = \frac{\max\limits_{\underline{\theta} \in \Omega_0} L(\underline{\theta})}{\max\limits_{\underline{\theta} \in \Omega} L(\underline{\theta})} \ , \ 0 \leq \Lambda \leq 1 \tag{4.2}$$

şeklinde ifade edilir ve Wilks'in Olabilirlik Oran İstatistiği olarak bilinir.

Örneğin; $\underline{X} \sim N_p\left(\underline{\mu}, \Sigma\right)$ dağılımı verilsin. Bu durumda parametre vektörü;

$\underline{\theta}' = \left[\mu_1\ \mu_2 \ldots \mu_p;\ \sigma_{11}\ \sigma_{12}\ \ldots\ \sigma_{1p}\ \ \sigma_{22}\ \ \sigma_{23} \ldots \sigma_{2p}\ \ldots \sigma_{pp}\right]$ olur. Böylece Ω-parametre uzayı için boy$(\Omega) = v = p + \frac{p(p+1)}{2}$ dir. $\underline{\mu}_0' = \left[\mu_{10}\ \ \mu_{20}\ \ \ldots\ \ \mu_{p0}\right]: p \times 1$ bilinen bir vektör olmak üzere $\underline{\theta}_0' = \left[\mu_{10}\ \mu_{20} \ldots \mu_{p0};\ \sigma_{11}\ \sigma_{12}\ \ldots\ \sigma_{1p}\ \ \sigma_{22}\ \ \sigma_{23} \ldots \sigma_{2p}\ \ldots \sigma_{pp}\right]$ olsun. Bu $\underline{\theta}_0$

vektörünün tanımlı olduğu uzay Ω_0 ise $\Omega_0 \subset \Omega$ ve boy$(\Omega_0) = v_0 = \frac{p(p+1)}{2}$, $(v > v_0)$ olur. Buna göre test edilecek hipotezler;

$$H_0: \underline{\mu} = \underline{\mu}_0$$

$$H_1: \underline{\mu} \neq \underline{\mu}_0 \tag{4.3}$$

iken, test istatistiği Eşitlik (4.2) gereğince;

$$\Lambda = \frac{\max\limits_{\underline{\mu} \in \Omega_0} L(\underline{\theta})}{\max\limits_{\underline{\mu} \in \Omega} L(\underline{\theta})} \quad , \quad 0 \leq \Lambda \leq 1 \tag{4.4}$$

şeklinde yazılabilir. $c > 0$ bir sabit olmak üzere, eğer $\Lambda < \mathrm{c}$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Karar verme kriteri olan c noktası Λ istatistiğinin örnekleme dağılımı üzerinde α önem seviyesinde belirlenecek olan kritik değer olarak alınabilir. Λ istatistiğinin örnekleme dağılımı için;

i) İstatistiğin alabileceği değerlere karşılık bu değerleri alma olasılıkları belirlenerek kesin bir olasılık dağılımı kurulabilir.

ii) Örnek hacminin yeterince büyük olması durumunda dönüşümler uygulayarak bilinen olasılık dağılımlarına dönüştürülmek suretiyle yaklaşık bir olasılık dağılımı kullanılabilir. Uygulanacak dönüşüm sonrasında;

$$-2ln\Lambda = -2\ln\left[\frac{\max\limits_{\underline{\mu} \in \Omega_0} L(\underline{\theta})}{\max\limits_{\underline{\mu} \in \Omega} L(\underline{\theta})}\right] \sim \chi^2_{v-v_0} \tag{4.5}$$

istatistiği elde edilmektedir. Buna göre $\Lambda < \mathrm{c}$ iken $-2ln\Lambda > -2\ln\mathrm{c} = \chi^2_{v-v_0:\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir.

4.2 Bileşim Kesişim Testi

Bu test için amaç çok değişkenli kitleyi uygun bir dönüşümle, çok değişkenli kitledeki değişkenlerin doğrusal fonksiyonundan oluşan tek değişkenli kitleye dönüştürmektir. Böylece Eşitlik (4.1) veya (4.3) ile verilen hipotezler yerine dönüşüm kitlesinin parametreleri üzerine kurulacak olan hipotezler test edilir. Bu yeni hipotezleri test etmek için gerekli olan test istatistikleri tek değişkenli istatistiksel analizde verilen test istatistiklerinin genelleştirilmiş şekli olacaktır. Eğer çok değişkenli kitle $\underline{X} : p \times 1$ ve parametreleri; ortalama vektörü $\underline{\mu}: p \times 1$ ve varyans kovaryans matrisi $\Sigma : p \times p$ olmak üzere test edilecek hipotezler Eşitlik (4.3)'deki gibi olsun. $\underline{a} : 1 \times p$ boyutlu bilinen bir vektör olsun. $Y = \underline{a}\,\underline{X} = a_1X_1 + a_2X_2 + \cdots + a_pX_p$ dönüşümü çok değişkenli kitleyi tek değişkenli kitleye dönüştüren doğrusal dönüşümdür. Bu dönüşüm kitlesi için parametreler; kitle ortalaması $E(Y) = \underline{a}\,\underline{\mu}$ ve kitle varyansı $\sigma_Y^2 = \underline{a}\Sigma\underline{a}'$ olur. Bu kitle parametresi ile ilgili hipotezler Eşitlik (4.3)'de verilen hipotezlerde her iki taraf $\underline{a}$ vektörü ile soldan çarpılarak oluşturulur.

$H_0: \underline{a}\,\underline{\mu} = \underline{a}\,\underline{\mu}_0$

$H_1: \underline{a}\,\underline{\mu} \neq \underline{a}\,\underline{\mu}_0$ (4.6)

Bileşim kesişim testinin amacı yeni oluşturulan bu hipotezleri test etmek için ihtiyaç duyulan test istatistiğini tek değişkenli istatistiğin kavramlarından yararlanarak türetmektir. Verilen karar çok değişkenli kitle üzerinde değerlendirilir.

4.3 Çok Değişkenli Normal Kitlede Kitle Ortalama Vektörüne Ait Hipotez Testi

$\underline{X} \sim N_p\left(\underline{\mu}, \Sigma\right)$ dağılımına sahip bir çok değişkenli kitle verilsin ve $\underline{\mu}: p \times 1$ kitle ortalama vektörü bilinmiyor olsun. Bu parametre ile ilgili hipotez testinde test istatistiğinin belirlenmesi, Σ matrisinin bilinip bilinmemesine bağlıdır.

i) Σ biliniyor kabul edelim.

$\underline{\mu}_0 \in IR^p$ bilinen bir kolon vektörü iken test edilecek hipotezler

$H_0: \underline{\mu} = \underline{\mu}_0$

$H_1: \underline{\mu} \neq \underline{\mu}_0$ (4.7)

şeklindedir. Bu hipotezleri test etmek için gerekli olan test istatistiği Bölüm 4.1 ve 4.2'de bahsedilen yöntemlerin her ikisi ile de türetilebilir.

i.a) Olabilirlik Oran Testi ile:

Verilen çok değişkenli kitleden rastgele çekilen n birimlik ir örnek $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \dots, \underline{X}_n$ olsun. $i = 1, 2, \dots, n$ için $\underline{X}_i \sim N_p\left(\underline{\mu}, \Sigma\right)$ ve $\underline{X}_i$'ler bağımsızdır. Bu durumda örneğin olabilirlik fonksiyonu;

$$L\left(\underline{\mu}, \Sigma\right) = f\left(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n\right) = \prod_{i=1}^{n} f_{\underline{X}_i}\left(\underline{x}_i\right)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{(2\pi)^{p/2}|\Sigma|^{1/2}} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\underline{x}_i - \underline{\mu}\right)' \Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i - \underline{\mu}\right)\right\}$$

$$= (2\pi)^{-np/2}|\Sigma|^{-n/2} exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i - \underline{\mu}\right)' \Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i - \underline{\mu}\right)\right\} \quad (4.8)$$

olur. Bu fonksiyonun H_0 hipotezi altında maksimum değeri;

$$\max_{\underline{\mu} \in \Omega_0} L\left(\underline{\mu}, \Sigma\right) = L\left(\underline{\mu}_0, \Sigma\right)$$

$$= (2\pi)^{-np/2}|\Sigma|^{-n/2} exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i - \underline{\mu}_0\right)' \Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i - \underline{\mu}_0\right)\right\} \quad (4.9)$$

olacaktır. Şimdi $\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i - \underline{\mu}_0\right)' \Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i - \underline{\mu}_0\right)$ ifadesini ele alalım ve bu terim içerisinde $S = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i - \underline{\overline{X}}\right)\left(\underline{x}_i - \underline{\overline{X}}\right)' \Rightarrow (n-1)S = \sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i - \underline{\overline{X}}\right)\left(\underline{x}_i - \underline{\overline{X}}\right)'$ terimini türetmeye çalışalım. Toplam altındaki ifade 1×1 tipinde bir skaler ifade olduğundan, İz'i kendisine eşit olacaktır, bu sebeple İz'i alınabilir. Bunu uygulamaktaki amaç İz operatörünün özelliklerinden yararlanarak vektör veya matris çarpımlarına yer değiştirebilme imkânı sağlamaktır. Bu durumda;

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i-\underline{\mu}_0\right)=\sum_{i=1}^{n}\text{İz}\left[\left(\underline{x}_i-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i-\underline{\mu}_0\right)\right]$$

$=\sum_{i=1}^{n}\text{İz}\left[\Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i-\underline{\mu}_0\right)\left(\underline{x}_i-\underline{\mu}_0\right)'\right]$; (İçerideki her iki parantez içerisine $\underline{\overline{X}}$ ekle çıkart)

$$=\sum_{i=1}^{n}\text{İz}\left[\Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}+\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}+\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\right]$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\text{İz}\left\{\Sigma^{-1}\left[(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}})(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}})'+2(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}})\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'+\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\right]\right\}$$

$=\text{İz}\left\{\Sigma^{-1}\sum_{i=1}^{n}(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}})(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}})'+2\Sigma^{-1}\sum_{i=1}^{n}(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}})\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'+n\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\right\}$, $\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'=\left[\sum_{i=1}^{n}\underline{x}_i-n\underline{\overline{X}}\right]\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'=\left(n\underline{\overline{X}}-n\underline{\overline{X}}\right)\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'=[0]\right.$ olduğundan son ifadenin ikinci terimi sıfırdır.$\Big]$

$$=\text{İz}\left\{\Sigma^{-1}(n-1)S+n\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\right\}$$

$$=(n-1)\text{İz}\left(\Sigma^{-1}S\right)+n\text{İz}\left[\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\right]$$

$=(n-1)\text{İz}\left(\Sigma^{-1}S\right)+n\text{İz}\left[\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\right]$, (ikinci terimdeki köşeli parantez içerisi 1×1 olduğundan bu ifadenin İz'i kendisine eşit olacaktır. Böylece;

$$=(n-1)\text{İz}(\Sigma^{-1}S)+n\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right) \tag{4.10}$$

elde edilir. Bu sonuç Eşitlik (4.9)'da yerine yazılırsa;

$$L\left(\underline{\mu}_0,\Sigma\right)=(2\pi)^{-np/2}|\Sigma|^{-n/2}exp\left\{-\frac{1}{2}\left[(n-1)\text{İz}(\Sigma^{-1}S)+n\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\right]\right\} \tag{4.11}$$

elde edilir. Olabilirlik fonksiyonunun H_1 hipotezi altında maksimum değeri;

$$\max_{\underline{\mu}\in\Omega}L\left(\underline{\mu},\Sigma\right)=L\left(\underline{\overline{X}},\Sigma\right)=(2\pi)^{-np/2}|\Sigma|^{-n/2}exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)\right\} \tag{4.12}$$

Burada da toplam altındaki ifade 1×1 tipinde bir skaler ifade olduğundan, İz'i kendisine eşit olacaktır, bu sebeple İz'i alınabilir. Bu durumda:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)=\sum_{i=1}^{n}\text{İz}\left[\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)\right]$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\text{İz}\left[\Sigma^{-1}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)'\right]=\text{İz}\left[\Sigma^{-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)\left(\underline{x}_i-\underline{\overline{X}}\right)'\right]$$

$$=(n-1)\text{İz}(\Sigma^{-1}S) \tag{4.13}$$

bulunur. Bu sonuç Eşitlik (4.12)'de yerine yazılırsa;

$$\max_{\underline{\mu}\in\Omega} L\left(\underline{\mu},\Sigma\right) = L\left(\underline{\overline{X}},\Sigma\right) = (2\pi)^{-np/2}|\Sigma|^{-n/2} exp\left\{-\frac{1}{2}[(n-1)\dot{\mathrm{I}}z(\Sigma^{-1}S)]\right\} \quad (4.14)$$

elde edilir. Böylece Eşitlik (4.4) gereğince Wilks'in olabilirlik oran istatistiği;

$$\Lambda = \frac{\max_{\underline{\mu}\in\Omega_0} L\left(\underline{\mu},\Sigma\right)}{\max_{\underline{\mu}\in\Omega} L\left(\underline{\mu},\Sigma\right)} = \frac{L\left(\underline{\mu}_0,\Sigma\right)}{L\left(\underline{\overline{X}},\Sigma\right)} = \frac{(2\pi)^{-np/2}|\Sigma|^{-n/2} exp\left\{-\frac{1}{2}\left[(n-1)\dot{\mathrm{I}}z(\Sigma^{-1}S)+n\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\right]\right\}}{(2\pi)^{-np/2}|\Sigma|^{-n/2} exp\left\{-\frac{1}{2}[(n-1)\dot{\mathrm{I}}z(\Sigma^{-1}S)]\right\}}$$

$$= exp\left\{-\frac{1}{2}(n-1)\dot{\mathrm{I}}z(\Sigma^{-1}S) - \frac{n}{2}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right) + \frac{1}{2}(n-1)\dot{\mathrm{I}}z(\Sigma^{-1}S)\right\}$$

$$= exp\left\{-\frac{1}{2}n\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)\right\} \quad (4.15)$$

olur. Örnek hacmi n yeterince büyükken Λ istatistiğinin örnekleme dağılımı için $-2ln\,\Lambda$ dönüşümü uygulanarak, Eşitlik(4.5) gereğince yaklaşık bir dağılım elde edilir.

$$-2ln\,\Lambda = n\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right) \quad (4.16)$$

olup, bu değer H_0 hipotezi doğru iken test istatistiğinin alabileceği değerdir. Bu durumda Eşitlik(4.7) ile verilen hipotezler için test istatistiği, örnek ortalamasına dayalı karesel formun dağılımı gereğince;

$$\chi^2 = n\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}\right) \sim \chi^2_{(p)} \quad (4.17)$$

olarak elde edilir.

Karar: H_0 hipotezi doğru iken test istatistiğinin alabileceği değer $\chi^2_h = n\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)'\Sigma^{-1}\left(\underline{\overline{X}}-\underline{\mu}_0\right)$ olsun. α önem seviyesinde H_0 hipotezine göre test istatistiğinin örnekleme dağılımından elde edilecek olan kritik değer; $\chi^2_t = \chi^2_{p:\alpha}$ olmak üzere; eğer $\chi^2_h \leq \chi^2_t$ ise H_0 hipotezi kabul edilir, $\chi^2_h > \chi^2_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir.

Yorum: H_0 hipotezi kabul edilsin. Bu durumda n birimlik örneklemin ortalama vektörü $\underline{\mu}_0$ olan bir çok değişkenli normal kitleden çekilmiş olma olasılığı $(1-\alpha)$'dır.

H_0 hipotezi ret edilsin. Bu durumda n birimlik örneklemin ortalama vektörü $\underline{\mu}_0$ olan bir çok değişkenli normal kitleden çekilmiş olma olasılığı α' dır, ya da örneklem ortalama vektörü $\underline{\mu}_0$ olan çok değişkenli kitleden çekilmemiştir.

H_0 hipotezi ret edildiği zaman bu kararın ortaya çıkmasında $j = 1, 2, \dots, p$ için X_j değişkenlerinden hangisinin ya da hangilerinin etkili olduğu incelenebilir. Bu inceleme olabilirlik oran testi ile yapılamazken, bileşim-kesişim testinde yapılabilmektedir. Bu inceleme yapılırken $\underline{a}$ vektörü için uygun seçimler yapılarak $\underline{a}\,\underline{\mu}$ parametresi ile ilgili oluşturulacak olan alt hipotezler test edilmelidir.

Örneğin; $\underline{a} = [0, \dots \dots \dots, 0\,, 1\,, 0, \dots, 0] : 1 \times p$ seçilsin (j-nci bileşen “1” ve diğer bileşenlerin hepsi “0” seçiliyor). Bu seçilişe göre parametre; $\underline{a}\,\underline{\mu} = \mu_j$, ($j = 1, 2, \dots , p$) olup, alt hipotezler;

$$H_0 : \mu_j = \mu_{j0} \quad , \quad \left(\mu_{j0} = \underline{a}\,\underline{\mu}_0\right)$$

$$H_1 : \mu_j \neq \mu_{j0} \quad , (j = 1, 2, \dots , p) \tag{4.29}$$

olup, p- tanedir. Bu alt hipotezler $\underline{a}\,\underline{\mu}$ parametresi ile ilgili $(1 - \alpha)$ güven katsayılı güven aralıkları (Bonferroni güven aralığı) ile test edilir. Söz konusu güven aralığı;

$$P\left[\underline{a}\,\underline{\overline{X}} - \sqrt{\chi^2_{p;\alpha}}\sqrt{\frac{\underline{a}\,\Sigma\,\underline{a}'}{n}} \leq \underline{a}\,\underline{\mu} \leq \underline{a}\,\underline{\overline{X}} + \sqrt{\chi^2_{p;\alpha}}\sqrt{\frac{\underline{a}\,\Sigma\,\underline{a}'}{n}}\right] = 1 - \alpha \tag{4.30}$$

şeklinde verilir.

Eğer güven aralığı μ_{j0} , ($j = 1, 2, \dots , p$)değerini kapsıyor ise $H_0 : \mu_j = \mu_{j0}$ hipotezi kabul edilir ve X_j, ($j = 1, 2, \dots , p$) değişkeni $H_0 : \underline{\mu} = \underline{\mu}_0$ hipotezinin ret edilmesinde etkili olmamıştır. Eğer güven aralığı μ_{j0} , ($j = 1, 2, \dots , p$)değerini kapsamıyor ise $H_0 : \mu_j = \mu_{j0}$ hipotezi retedilir ve bu durumda X_j, ($j = 1, 2, \dots , p$) değişkeni $H_0 : \underline{\mu} = \underline{\mu}_0$ hipotezinin ret edilmesinde etkili olmuştur denir.