T.C.

ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

FEN EDEBİYAT FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

İST.482 PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL YÖNTEMLER

PROF. DR. YÜKSEL ÖNER

13. Hafta

özenilen üniversite

ÖRNEK 6.5 Rastgele seçilen 25 parsel yine rastgele olarak dört gruba ayrılmıştır. Her gruba farklı ayçiçeği tohumu ekilmiş ve hasat mevsimi sonunda alınan verim (kg) aşağıda verilmiştir. Buna göre :

a) ayçiçeği tohum türünün verim üzerinde etkisinin farklı olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

b) ayçiçeği tohum türünün etkisi farklı ise hangi tohum türleri arasında farklılık olduğunu belirleyiniz?

AYÇİÇEĞİ TOHUM TÜRÜ				
A	**B**	**C**	**D**	
200 (14) 160 (5) 140 (1) 145 (3) 180 (10)	182 (11) 174 (9) 142 (2) 150 (4) 166 (6) 168 (7) 171 (8)	210 (17) 195 (13) 220 (21) 215 (18) 204 (16) 193 (12)	219 (20) 217 (19) 230 (22) 250 (25) 202 (15) 240 (23) 245 (24)	
$n_1 = 5$	$n_2 = 7$	$n_3 = 6$	$n_4 = 7$	$n = 25$
$R_{.1}$=33	$R_{.2}$= 47	$R_{.3}$= 97	$R_{.4}$= 148	$R_{..}$= 325

Çözüm Bağımlı değişken (X): Ayçiçek verimi (kg)… Nicel, sürekli ve ölçme düzeyi oranlama

Faktör: Ayçiçek tohum türü… Nitel ve ölçme düzeyi sınıflama

Faktör düzeyleri $\begin{Bmatrix} A\ tohum\ türü\ (1) \\ B\ tohum\ türü\ (2) \\ C\ tohum\ türü\ (3) \\ D\ tohum\ türü\ (4) \end{Bmatrix}$ Bağımsız gruplar $(k = 4)$

a) Ayçiçek tohum türünün verim üzerinde etkisinin farklılığı ile ilgili **hipotezler:**

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$

$H_1 : \tau_j$'lerden en az biri farklıdır.

Test istatistiği: Veriler içerisinde aynı değerli gözlemler bulunmadığından H istatistiğidir. H istatistiğinin alabileceği değeri hesaplamak için dört grup birleştirilerek oluşturulan birleştirilmiş örnekte örnek birimlerine verilen sıra sayıları ve gruplara göre bu sıra sayılarının toplamları tablo üzerinde gösterilmiştir.

$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{R_{.j}^2}{n_j} - 3(n+1) \Rightarrow$ Test istatistiğinin örnekten hesaplanan değeri $H_h = \frac{12}{25*26}\left[\frac{(33)^2}{5} + \frac{(47)^2}{7} + \frac{(97)^2}{6} + \frac{(148)^2}{7}\right] - 3 * 26$ =18,57 olarak bulunur.

Karar: Karar kuralı; α önem seviyesinde kritik değer H'_α olmak üzere $H_h \geq H'_\alpha$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde ret edilemez. Veya $\Pr(H \geq H_h) = p$ olmak üzere $p \leq \alpha$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $p > \alpha$ ise H_0 hipotezi ret edilmez.

Grup sayısı $k = 4 > 3$ ve $\forall n_j \geq 5$ olduğundan H istatistiğinin örnekleme dağılımı için $H \sim \chi^2_{k-1}$ dir. Bu sebeple kritik değer $\alpha = 0{,}05;$ $k = 4$ için $H'_\alpha = \chi^2_{k-1;\alpha} = \chi^2_{3\,;0{,}05}$ =7,815 dir. 18,57 > 7,815 yani $H_h > H'_\alpha$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. ($p = Pr(H \geq H_h) = Pr(H \geq 18{,}57) =?$ Kİ-kare tablosundan $k = 4$ için $Pr(\chi^2_{k-1} \geq 12{,}838) = Pr(\chi^2_3 \geq 12{,}838) = 0{,}005$ olup, buna göre $p = Pr(H \geq 18{,}57) < 0{,}005$ ve böylece $p < \alpha = 0{,}05$ olacağından H_0 hipotezi ret edilir.)

Sonuç olarak ayçiçeği tohum türlerinden en az birisi verim üzerinde farklı etki göstermektedir.

b) Hangi Ayçiçek tohum türlerinin farklı etki yaptığını belirlemek için çoklu karşılaştırma tekniği uygulanır. Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı $\binom{k}{2} = \binom{4}{2} = 6$ tanedir.

<u>A(1) tohumu ile B(2) tohumu için</u>

Hipotezler

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 \quad \overline{R}_{.1} = \frac{R_{.1}}{n_1} = \frac{33}{5} = 6{,}6\ ;\ \overline{R}_{.2} = \frac{R_{.2}}{n_2} = \frac{47}{7} = 6{,}71\ ;$

$H_1 : \tau_1 \neq \tau_2 \quad V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2}) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) = \frac{25*26}{12}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) = 18{,}571\ ;\ H'_\alpha = 7{,}815$

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2})}} > \sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2})}} = \frac{|6{,}6 - 6{,}71|}{\sqrt{18{,}571}} = 0{,}026$ ve $\sqrt{H'_\alpha} = \sqrt{7{,}815} = 2{,}796$ olup, 0,026< 2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre A ve B ayçiçek tohum türlerinin verime etkileri aynıdır.

<u>A(1) tohumu ile C(3) tohumu için</u>

Hipotezler

$H_0 : \tau_1 = \tau_3 \quad \overline{R}_{.1} = \frac{R_{.1}}{n_1} = \frac{33}{5} = 6{,}6\ ;\ \overline{R}_{.3} = \frac{R_{.3}}{n_3} = \frac{97}{6} = 16{,}17\ ;$

$H_1 : \tau_1 \neq \tau_3 \quad V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.3}) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_3}\right) = \frac{25*26}{12}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = 19{,}861\ ;\ H'_\alpha = 7{,}815$

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.3}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.3})}} > \sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.1}-\overline{R}_{.3}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1}-\overline{R}_{.3})}}=\frac{|6,6-16,17|}{\sqrt{19,861}}=2,147$ ve $\sqrt{H'_\alpha}=\sqrt{7,815}=2,796$ olup, 2,147<2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre A ve C ayçiçek tohum türlerinin verime etkileri aynıdır.

<u>A(1) tohumu ile D(4) tohumu için</u>

Hipotezler

$H_0:\ \tau_1=\tau_4 \quad \overline{R}_{.1}=\frac{R_{.1}}{n_1}=\frac{33}{5}=6,6\ ;\ \overline{R}_{.4}=\frac{R_{.4}}{n_4}=\frac{148}{7}=21,14\ ;$

$H_1:\ \tau_1\neq\tau_4 \quad V(\overline{R}_{.1}-\overline{R}_{.4})=\frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_4}\right)=\frac{25*26}{12}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)=18,571\ ;\ H'_\alpha=7,815$

$\frac{|\overline{R}_{.1}-\overline{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1}-\overline{R}_{.4})}}>\sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.1}-\overline{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1}-\overline{R}_{.4})}}=\frac{|6,6-21,14|}{\sqrt{18,571}}=3,374$ ve $\sqrt{H'_\alpha}=\sqrt{7,815}=2,796$ olup, 3,374>2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre A ve D ayçiçek tohum türlerinin verime etkileri farklıdır. Üstelik $\overline{R}_{.4}=21,14>6,6=\overline{R}_{.1}$ olduğundan D ayçiçek tohum türüne ait verim A ayçiçek tohum türüne göre daha yüksektir.

<u>B(2) tohumu ile C(3) tohumu için</u>

Hipotezler

$H_0:\ \tau_2=\tau_3 \quad \overline{R}_{.2}=\frac{R_{.2}}{n_2}=\frac{47}{7}=6,71;\ \overline{R}_{.3}=\frac{R_{.3}}{n_3}=\frac{97}{6}=16,17$

$H_1:\ \tau_2\neq\tau_3 \quad V(\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.3})=\frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3}\right)=\frac{25*26}{12}\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\right)=16,766\ ;\ H'_\alpha=7,815$

$\frac{|\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.3}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.3})}}>\sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.3}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.3})}}=\frac{|6,71-16,17|}{\sqrt{16,766}}=2,31$ ve $\sqrt{H'_\alpha}=\sqrt{7,815}=2,796$ olup, 2,31 < 2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre B ve C ayçiçek tohum türlerinin verime etkileri aynıdır.

<u>B(2) tohumu ile D(4) tohumu için</u>

Hipotezler

$H_0:\ \tau_2=\tau_4 \quad \overline{R}_{.2}=\frac{R_{.2}}{n_2}=\frac{47}{7}=6,71;\ \overline{R}_{.4}=\frac{R_{.4}}{n_4}=\frac{148}{7}=21,14$

$H_1:\ \tau_2\neq\tau_4 \quad V(\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.4})=\frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_4}\right)=\frac{25*26}{12}\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\right)=15,476\ ;\ H'_\alpha=7,815$

$\frac{|\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.4})}} > \sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.2}-\overline{R}_{.4})}} = \frac{|6,71-21,14|}{\sqrt{15,476}} = 3,668$ ve $\sqrt{H'_\alpha} = \sqrt{7,815} = 2,796$ olup 3,668>2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre B ve D ayçiçek tohum türlerinin verime etkileri farklıdır. Üstelik $\overline{R}_{.4} = 21,14 > 6,71 = \overline{R}_{.2}$ olduğundan D ayçiçek tohum türüne ait verim B ayçiçek tohum türüne göre daha yüksektir.

C(3) tohumu ile D(4) tohumu için

Hipotezler

$H_0 : \tau_3 = \tau_4$ $\quad \overline{R}_{.3} = \frac{R_{.3}}{n_3} = \frac{97}{6} = 16,17;\ \overline{R}_{.4} = \frac{R_{.4}}{n_4} = \frac{148}{7} = 21,14$

$H_1 : \tau_3 \neq \tau_4$ $\quad V(\overline{R}_{.3} - \overline{R}_{.4}) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4}\right) = \frac{25*26}{12}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) = 16,766$; $H'_\alpha = 7,815$

$\frac{|\overline{R}_{.3}-\overline{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.3}-\overline{R}_{.4})}} > \sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.3}-\overline{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.3}-\overline{R}_{.4})}} = \frac{|16,17-21,14|}{\sqrt{16,766}} = 1,214$ ve $\sqrt{H'_\alpha} = \sqrt{7,815} = 2,796$ olup 1,214<2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre C ve D ayçiçek tohum türlerinin verime etkileri aynıdır.

Spss Çözümü

Algoritma 1'e göre:

Ranks

	tohum	N	Mean Rank
verim	A tohumu	5	6,60
	B tohumu	7	6,71
	C tohumu	6	16,17
	D tohumu	7	21,14
	Total	25	

Test Statistics[a,b]

	verim
Chi-Square	18,566
df	3
Asymp. Sig.	,000

$p = 0,001 < \alpha = 0,05$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Sonuç olarak Ayçiçek tohum türleri verim üzerinde farklı etki göstermektedir.

Algoritma 2'ye göre:

Total n	25	

Test Statistic	18,566	$2p = 0{,}000$ olup $p = \frac{0{,}000}{2} = 0{,}000$ ve böylece $p = 0{,}000 < \alpha = 0{,}05$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Sonuç olarak ayçiçek tohum türlerinden en az birisi verim üzerinde farklı etki göstermektedir.
Degrees of freedom	3	
Asymptotic Sig. (2-sided test)	0,000	

Saple 1-Sample 2	Test statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj. Sig. (p)	
A – B	-0,114	4,309	-0,027	0,979	1,000	$p > \alpha$; $H_0: \tau_1 = \tau_2$ Kabul
A – C	-9,567	4,457	-2,147	0,032	0,191	$p > \alpha$; $H_0: \tau_1 = \tau_3$ Kabul
A - D	-14,543	4,309	-3,375	0,001	0,004	$p < \alpha$; $H_0: \tau_1 = \tau_4$ Ret
B - C	-9,452	4,095	-2,308	0,021	0,126	$p > \alpha$; $H_0: \tau_2 = \tau_3$ Kabul
B – D	-14,429	3,934	-3,668	0,000	0,001	$p < \alpha$; $H_0: \tau_2 = \tau_4$ Ret
C - D	-4,976	4,095	-1,215	0,224	1,000	$p > \alpha$; $H_0: \tau_3 = \tau_4$ Kabul

ÖRNEK 6.6 Farklı eğitim düzeyindeki bireylerden rastgele seçilen 6'şar bireyin haftalık ortalama sosyal amaçlı harcamaları (TL) aşağıda verilmiştir. Buna göre :

a) eğitim düzeyinin haftalık ortalama sosyal amaçlı harcama üzerinde etkisinin farklı olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

b) eğitim düzeyinin haftalık ortalama sosyal amaçlı harcama üzerinde etkisi farklı ise hangi eğitim düzeyleri arasında farklılık olduğunu belirleyiniz?

EĞİTİM DÜZEYİ				
İLKÖĞRETİM	**LİSE**	**ÜNİVERSİTE**	**LİSANSÜSTÜ**	
80…3,5	100…7,5	120…14,5	160…22,5	
70…2	110…10,5	115…12,5	160…22,5	
60…1	115…12,5	120…14,5	140…19	
80…3,5	130…17	110…10,5	130…17	
100…7,5	96…6	130…17	150…20,5	
95…5	102…9	150…20,5	175…24	
$n_1 = 6$	$n_2 = 6$	$n_3 = 6$	$n_4 = 6$	$n = 24$
$R_{.1}$=22,5	$R_{.2}$= 62,5	$R_{.3}$= 89,5	$R_{.4}$= 125,5	$R_{..}$ = 300

Çözüm Bağımlı değişken (X): Haftalık ortalama sosyal amaçlı harcama (TL)… Nicel, sürekli ve ölçme düzeyi oranlama

Faktör: Eğitim düzeyi… Nitel ve ölçme düzeyi sıralama

$$\text{Faktör düzeyleri} \begin{Bmatrix} İlköğretim\ (1) \\ Lise\ (2) \\ Üniversite\ (3) \\ Lisansüstü\ (4) \end{Bmatrix} \text{Bağımsız gruplar } (k = 4)$$

a) Eğitim düzeyinin haftalık ortalama sosyal amaçlı harcama üzerinde etkisinin farklılığı ile ilgili **hipotezler:**

$H_0 \; : \; \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$

$H_1 \; : \; \tau_j$'lerden en az biri farklıdır.

Test istatistiği: Veriler içerisinde aynı değerli gözlemler bulunduğundan H^* istatistiğidir. H^* istatistiğinin alabileceği değeri hesaplamak için dört grup birleştirilerek oluşturulan birleştirilmiş örnekte örnek birimlerine verilen sıra sayıları ve gruplara göre bu sıra sayılarının toplamları tablo üzerinde gösterilmiştir.

$H^* = \frac{H}{D.T}$

$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{R_{.j}^2}{n_j} - 3(n+1) \Rightarrow$ Test istatistiğinin örnekten hesaplanan değeri $H_h = \frac{12}{24*25}\left[\frac{(22{,}5)^2}{6} + \frac{(62{,}5)^2}{6} + \frac{(89{,}5)^2}{6} + \frac{(125{,}5)^2}{6}\right] - 3 * 25$ =18,91 olarak bulunur.

$D.T = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{s}\left(t_i^3 - t_i\right)}{n^3 - n}$; $s = 8\ (80; 100; 110; 115; 120; 130; 150; 160)$

$t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t_5 = t_7 = t_8 = 2\ (80; 100; 110; 115; 120; 150\,; 160);\ t_6 = 3(130)$

$D.T = 1 - \frac{7*(2^3-2)+(3^3-3)}{24^3-24} = 0{,}995 \quad \Rightarrow \; H_h^* = \frac{18{,}91}{0{,}995} = 19{,}005$ olarak hesaplanır.

Karar: Karar kuralı; α önem seviyesinde kritik değer $H_\alpha^{*\prime}$ olmak üzere $H_h^* \geq H_\alpha^{*\prime}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde ret edilemez. Veya $\Pr(H^* \geq H_h^*) = p$ olmak üzere $p \leq \alpha$ ise H_0 hipotezi ret edilir, $p > \alpha$ ise H_0 hipotezi ret edilmez.

Grup sayısı $k = 4 > 3$ ve $\forall n_j > 5$ olduğundan H^* istatistiğinin örnekleme dağılımı için $H^* \sim \chi_{k-1}^2$ dir. Bu sebeple kritik değer $\alpha = 0{,}05$; $k = 4$ için $H_\alpha^{*\prime} = \chi_{k-1;\alpha}^2 = \chi_{3\,;0{,}05}^2$ =7,815 dir. 19,005 > 7,815 yani $H_h^* > H_\alpha^{*\prime}$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. ($p = Pr(H^* \geq H_h^*) = Pr(H^* \geq 19{,}005) =?$ Kİ-kare tablosundan $k = 4$ için $Pr(\chi_{k-1}^2 \geq 12{,}838) = Pr(\chi_3^2 \geq 12{,}838) = 0{,}005$ olup, buna göre $p = Pr(H \geq 19{,}005) < 0{,}005$ ve böylece $p < \alpha = 0{,}05$ olacağından H_0 hipotezi ret edilir.)

Sonuç olarak eğitim düzeylerinden en az birisi haftalık sosyal amaçlı harcama üzerinde farklı etki göstermektedir.

b) Hangi eğitim düzeyinin farklı etki yaptığını belirlemek için çoklu karşılaştırma tekniği uygulanır. Mümkün olan ikili karşılaştırmaların sayısı $\binom{k}{2} = \binom{4}{2} = 6$ tanedir.

İlköğretim(1) ile Lise(2) için

Hipotezler

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 \quad \overline{R}_{.1} = \frac{R_{.1}}{n_1} = \frac{22,5}{6} = 3,75$; $\overline{R}_{.2} = \frac{R_{.2}}{n_2} = \frac{62,5}{6} = 10,42$;

$H_1 : \tau_1 \neq \tau_2 \quad V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2}) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) = \frac{24*25}{12}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 16,667; H_\alpha^{*\prime} = 7,815$

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2})}} > \sqrt{H_\alpha^{*\prime}}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2})}} = \frac{|3,75 - 10,42|}{\sqrt{16,667}} = 1,634$ ve $\sqrt{H_\alpha^{*\prime}} = \sqrt{7,815} = 2,796$ olup, 1,634<2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre İlköğretim ve Lise eğitim düzeylerinin haftalık sosyal amaçlı harcamaya etkileri aynıdır.

<u>İlköğretim(1 ile Üniversite(3) için</u>

Hipotezler

$H_0 : \tau_1 = \tau_3 \quad \overline{R}_{.1} = \frac{R_{.1}}{n_1} = \frac{22,5}{6} = 3,75$; $\overline{R}_{.3} = \frac{R_{.3}}{n_3} = \frac{89,5}{6} = 14,92$;

$H_1 : \tau_1 \neq \tau_3 \quad V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.3}) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_3}\right) = \frac{24*25}{12}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 16,667; H_\alpha^{*\prime} = 7,815$

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.3}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.3})}} > \sqrt{H_\alpha'}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.3}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.3})}} = \frac{|3,75 - 14,92|}{\sqrt{16,667}} = 2,736$ ve $\sqrt{H_\alpha'} = \sqrt{7,815} = 2,796$ olup, 2,736<2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre İlköğretim ve Üniversite eğitim düzeylerinin haftalık sosyal amaçlı harcamaya etkileri aynıdır.

<u>İlköğretim(1) ile Lisanüstü(4) tohumu için</u>

Hipotezler

$H_0 : \tau_1 = \tau_4 \quad \overline{R}_{.1} = \frac{R_{.1}}{n_1} = \frac{22,5}{6} = 3,75$; $\overline{R}_{.4} = \frac{R_{.4}}{n_4} = \frac{125,5}{6} = 20,92$;

$H_1 : \tau_1 \neq \tau_4 \quad V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.4}) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_4}\right) = \frac{24*25}{12}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 16,667; H_\alpha^{*\prime} = 7,815$

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.4})}} > \sqrt{H_\alpha'}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.4})}} = \frac{|3,75 - 20,92|}{\sqrt{16,667}} = 4,206$ ve $\sqrt{H_\alpha'} = \sqrt{7,815} = 2,796$ olup, 4,206>2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre Buna göre İlköğretim ve Lisansüstü eğitim düzeylerinin haftalık sosyal amaçlı harcamaya etkileri farklıdır. Üstelik $\overline{R}_{.4} = 20,92 > 3,75 = \overline{R}_{.1}$

olduğundan Lisansüstü eğitim düzeyine ait haftalık sosyal amaçlı harcama İlköğretim eğitim düzeyine ait haftalık sosyal amaçlı harcamadan daha yüksektir.

Lise(2) ile Üniversite(3) için

Hipotezler

$H_0 : \tau_2 = \tau_3 \quad \overline{R}_{.\,2} = \frac{R_{.\,2}}{n_2} = \frac{62{,}5}{6} = 10{,}42\,;\ \overline{R}_{.\,3} = \frac{R_{.\,3}}{n_3} = \frac{89{,}5}{6} = 14{,}92$

$H_1 : \tau_2 \neq \tau_3 \quad V\left(\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,3}\right) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3}\right) = \frac{24*25}{12}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 16{,}667;\ H_\alpha^{*\prime} = 7{,}815$

$\frac{|\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,3}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,3})}} > \sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,3}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,3})}} = \frac{|10{,}42 - 14{,}92|}{\sqrt{16{,}667}} = 1{,}102$ve $\sqrt{H'_\alpha} = \sqrt{7{,}815} = 2{,}796$ olup, $1{,}102 < 2{,}796$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre Lise ve Üniversite eğitim düzeylerinin haftalık sosyal amaçlı harcamaya etkileri aynıdır.

Lise(2) ile Lisansüstü(4) için

Hipotezler

$H_0 : \tau_2 = \tau_4 \quad \overline{R}_{.\,2} = \frac{R_{.\,2}}{n_2} = \frac{62{,}5}{6} = 10{,}42\,;\ \overline{R}_{.\,4} = \frac{R_{.\,4}}{n_4} = \frac{125{,}5}{6} = 20{,}92$

$H_1 : \tau_2 \neq \tau_4 \quad V\left(\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,4}\right) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_4}\right) = \frac{24*25}{12}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 16{,}667;\ H_\alpha^{*\prime} = 7{,}815$

$\frac{|\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,4})}} > \sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.\,2} - \overline{R}_{.\,4})}} = \frac{|10{,}42 - 20{,}92|}{\sqrt{16{,}667}} = 2{,}572$ ve $\sqrt{H'_\alpha} = \sqrt{7{,}815} = 2{,}796$ olup $2{,}572 < 2{,}796$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre Lise ve Lisansüstü eğitim düzeylerinin haftalık sosyal amaçlı harcamaya etkileri aynıdır.

Üniversite(3) ile Lisansüstü(4) için

Hipotezler

$H_0 : \tau_3 = \tau_4 \quad \overline{R}_{.\,3} = \frac{R_{.\,3}}{n_3} = \frac{89{,}5}{6} = 14{,}92\,;\ \overline{R}_{.\,4} = \frac{R_{.\,4}}{n_4} = \frac{125{,}5}{6} = 20{,}92$

$H_1 : \tau_3 \neq \tau_4 \quad V\left(\overline{R}_{.\,3} - \overline{R}_{.\,4}\right) = \frac{n*(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4}\right) = \frac{24*25}{12}\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = 16{,}667;\ H_\alpha^{*\prime} = 7{,}815$

$\frac{|\overline{R}_{.\,3} - \overline{R}_{.\,4}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.\,3} - \overline{R}_{.\,4})}} > \sqrt{H'_\alpha}$ ise H_0 hipotezi ret edilir, aksi takdirde kabul edilir.

$\frac{|\bar{R}_{.3}-\bar{R}_{.4}|}{\sqrt{V(\bar{R}_{.3}-\bar{R}_{.4})}} = \frac{|14{,}92-20{,}92|}{\sqrt{16{,}667}} = 1{,}470$ ve $\sqrt{H'_\alpha} = \sqrt{7{,}815} = 2{,}796$ olup 1,47<2,796 olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre Üniversite ve Lisansüstü eğitim düzeylerinin haftalık sosyal amaçlı harcamaya etkileri aynıdır.

Spss Çözümü

Algoritma 1'e göre:

Ranks

	eğitim	N	Mean Rank
harcama	İlköğretim	6	3,75
	Lise	6	10,42
	Üniversite	6	14,92
	Lisansüstü	6	20,92
	Total	24	

Test Statistics[a,b]

	harcama
Chi-Square	19,001
df	3
Asymp. Sig.	,000

$p = 0{,}000 < \alpha = 0{,}05$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Sonuç olarak eğitim düzeylerinden en az birisi haftalık sosyal amaçlı harcama üzerinde farklı etki göstermektedir.

Algoritma 2'ye göre:

Total n	24	$2p = 0{,}000$ olup $p = \frac{0{,}000}{2} = 0{,}000$ ve böylece $p = 0{,}000 < \alpha = 0{,}05$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Sonuç olarak eğitim düzeylerinden en az birisi haftalık sosyal amaçlı harcama üzerinde farklı etki göstermektedir.
Test Statistic	19,001	
Degrees of freedom	3	
Asymptotic Sig. (2-sided test)	0,000	

Saple 1-Sample 2	Test statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj. Sig. (p)	
1 – 2	-6,667	4,073	-1,637	0,102	0,610	$p > \alpha; H_0: \tau_1 = \tau_2$ Kabul
1 - 3	-11,167	4,073	-2,742	0,006	0,037	$p < \alpha; H_0: \tau_1 = \tau_3$ .Ret
1 - 4	-17,167	4,073	-4,215	0,000	0,000	$p < \alpha; H_0: \tau_1 = \tau_4$ Ret
2 - 3	-4,5	4,073	-1,105	0,269	1,000	$p > \alpha; H_0: \tau_2 = \tau_3$ Kabul
2 - 4	-10,5	4,073	-2,578	0,0100	0,060	$p > \alpha; H_0: \tau_2 = \tau_4$ Kabul
3 - 4	-6,0	4,073	-1,473	0,141	0,844	$p > \alpha; H_0: \tau_3 = \tau_4$ Kabul