

2. YERSEL KOORDİNAT SİSTEMLERİ

Yeryüzünde yapılan çalışmaların anlamlı olabilmesi için yeryüzünün şeklinin belirlenebilmesi gereklidir. Bu amaçla birçok çalışma yapılmıştır ve yeryüzünün şeklinin tanımlanmasında en uygun şeklin jeoid olduğuna karar verilmiştir. Jeoid, dalgalanmayan ortalama deniz yüzeyi ile çakışık eşpotansiyelli (nivo) yüzey olarak tanımlanabilir. Jeoid'in matematiksel tanımının tam olarak yapılamaması jeodezik ölçülerde ve hesaplamalarda kullanılan koordinat sistemleri farkını ortaya çıkarmıştır. Buna göre; jeodezik gözlemlerin veya ölçmelerin yapılmasında, birçok ölçme probleminin açıklanmasında temel dayanak olarak alınan doğal koordinat sistemleri, jeodezik hesaplamaların yapılmasında, depolanmasında ve sergilenmesinde esas alınan referans ya da elipsoid koordinat sistemleri ayrımını gündeme getirmiştir.

1. Doğal Koordinat Sistemleri

2. Referans Koordinat Sistemleri

1. Doğal Koordinat Sistemleri

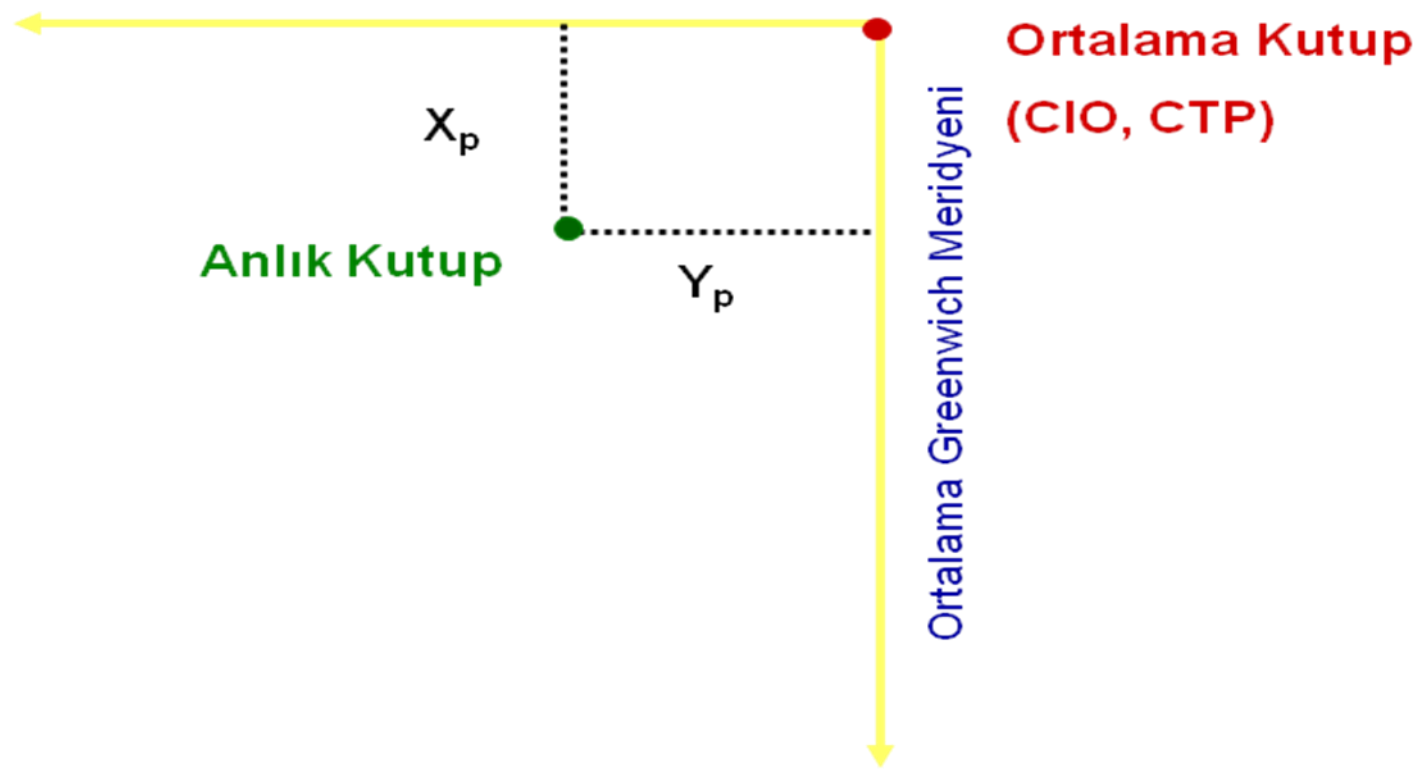
Dünya yüzeyinde yapılan çalışmaların referans sistemi olacak koordinat sisteminin orijininin de dünyanın ağırlık ya da gravite merkezi ile çakışık olacağından tanımlanan koordinat sistemlerine yersel ya da yer merkezli koordinat sistemleri denilir. Ortogonal çatılı yersel koordinat sistemlerinin eksenleri birbirini dik açıyla keser ve paylaştıkları yüzeyin düzlem veya eğri olması durumunda da düzlem ve eğri koordinat sistemi olarak adlandırılırlar. Yersel koordinat sistemleri, orijinlerinin konumuna ve bunların tanımlı kılınmasında kullanılan parametrelerin özelliğine bağlı olarak şu dört gruba ayrılırlar.

- Doğal Dik Koordinat Sistemi (X, Y, Z) ,
- Doğal Eğri Koordinat Sistemi (Φ, Λ, H^*) , (Φ, Λ, W) ,
- Doğal Yerel Dik Koordinat Sistemi (m^*, e^*, n^*) ,
- Doğal Yerel Kutupsal Koordinat Sistemi (α^*, β^*, l^*) .

Doğal yersel koordinat sistemleri yeryüzündeki noktaların konumlarını belirlerken zamandan bağımsız varsayırlar. Bunun nedeni fiziksel olarak dünya yüzeyinde var oldukları ve her türlü hareketten aynı şekilde etkilendikleri kabul edilir. Uygulama alanının yeryüzünü aşması durumu için doğal ortak yersel koordinat sistemi tanımlanmıştır. Bu koordinat sisteminin özelliği zamandan bağımsız olması ya da zamanın değişmesine karşı tek değer almasıdır [1].

Kutup Gezinmesi;

- Yerin dönme eksenini ve maksimum çekim kuvvetinin çakışmaması nedeniyle, yukarıda tanımlanan birincil kutup noktası zamana bağlı bir hareket yapar; bu hareket kutup hareketi (gezinmesi) olarak adlandırılır.
- Kutup hareketinden kaynaklanan koordinat değişimlerini gidermek için, bir konvansiyonel yersel kutup (CTP) tanımlamasına ihtiyaç vardır.
- Bu kutup 1900-1905 yılları arasında kutup hareketinin şekil merkezi olarak belirlenmiştir.
- Yeryuvarının anlık dönme eksenini, kutup hareketi parametreleri (x_p, y_p) kullanılarak koordinat sistemlerinde referanslanabilir.



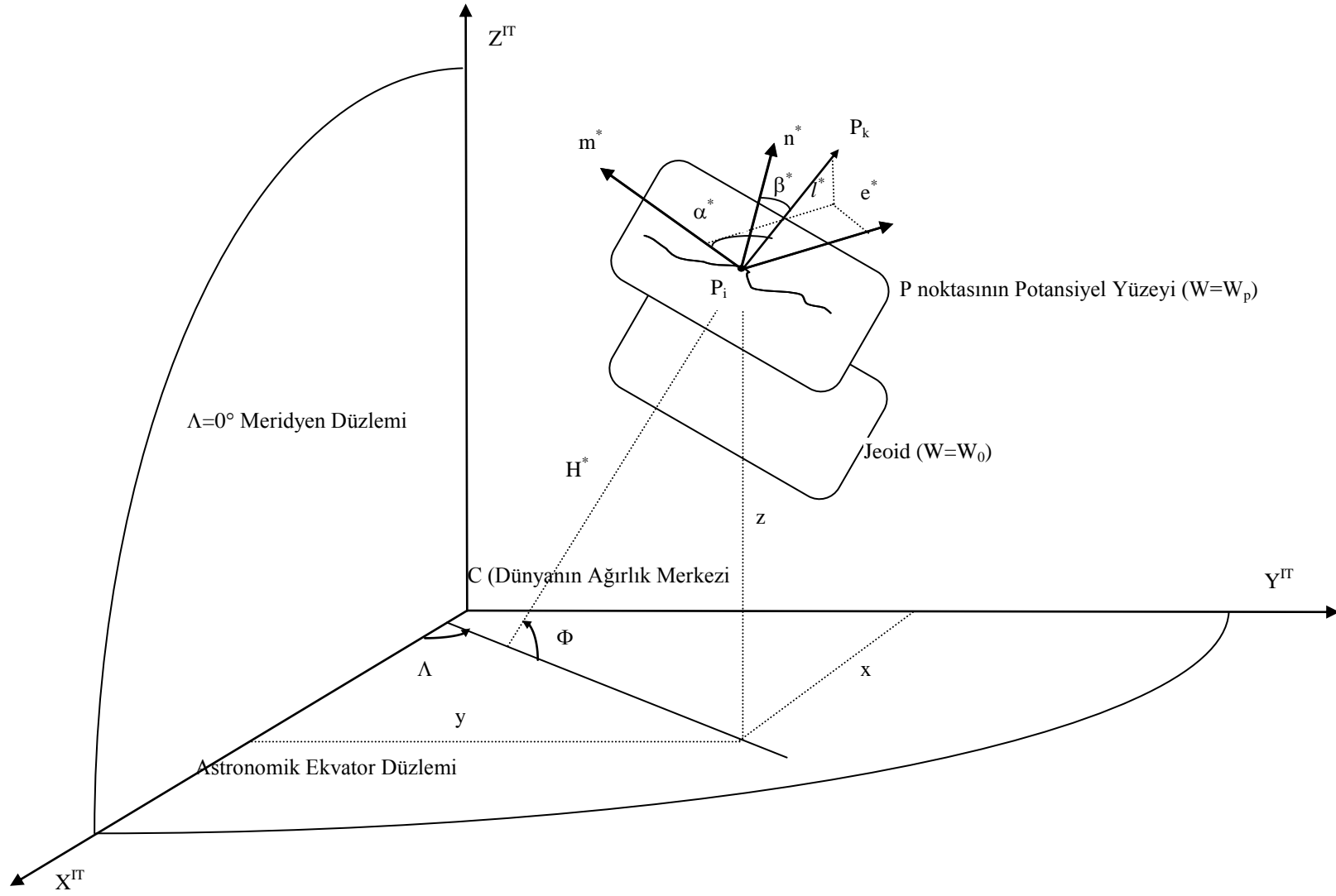
Anlık ve Ortalama Kutup

•Doğal Dik Koordinat Sistemi (X,Y,Z)

Doğal dik koordinat sisteminin orijini dñnyanın ağırlık ya da gravite merkezidir. Z eksenı dñnyanın dñnme eksenine, X eksenı astronomik başlangıç meridyeni ile ekvator dñzleminin ara kesit doğrultusuna ve Y eksenı X ve Z eksenlerinin keşişme noktasına dik olan ve sağ el kuralına gñre uzanan doğrultuya çakışıktır.

Doğal dik koordinat sistemi dñnyanın hareketleri sonucu zamana bağımlı bir sistemdir ve sadece bir t_1 anı için tanımlanabilir. Zamana bağımlı olan bir koordinat sisteminde noktaların konumlarını belirlemek ve diğer sistemlere koordinat dñnüşümü yapmak oldukça karmaşık ve zor bir işlemdir. Bu nedenle anlık doğal dik koordinat sistemlerinin özelliklerini yansıtan bunların yerine kullanılmak üzere; 1900-1905 yıllarında yapılan astronomik gözlemlerden faydalanılarak tanımlanan ve otoriter çevrelerce de kabul edilen Conventional International Orijin (CIO) esas alınarak belli varsayımlarla dayalı dñřünsel tek anlamlı bir koordinat sistemi tanımlanmıştır. Bu koordinat sistemi $(X,Y,Z)^{AT}$ Doğal ortak dik koordinat sistemi ya da konversiyonel (klasik) doğal dik koordinat sistemi olarak bilinir.

Doğal ortak dik koordinat sisteminde Z^{AT} eksenini dñnyanın ortalama kutup noktası CIO'dan geçen yerin ortalama dñnme eksenine çakışıktır. X^{AT} eksenini ortalama kutup noktasından geçen başlangıç meridyeni ile ortalama ekvator dñzleminin ara kesit doğrultusuna ve Y^{AT} eksenini X^{AT} ve Z^{AT} eksenlerinin keşişme noktası olan yerin ortalama ağırlık ya da gravite merkezine dik olan ve sağ el kuralına gñre uzanan doğrultuya çakışıktır. Bu koordinat sistemi zamandan bağımsızdır ve değişmemektedir. Anlık doğal dik koordinat sistemi ile bu sistem arasındaki fark kutup gezinmesi miktarı kadardır, aralarında bir kayıklık olmadığı kabul edilmektedir.



•Doğal Eğri Koordinat Sistemi (Φ, Λ, H^*) , (Φ, Λ, W)

Bu koordinat sisteminde kartezyen koordinatlar yerine sistemin birinci temel (esas) düzlemi olarak ekvator düzlemi, ikinci temel düşey düzlemi olarak da $\Lambda = 0^\circ$ başlangıç meridyen düzlemi kullanılmaktadır. Bu sistemde bir noktanın koordinatı Λ astronomik boylam ve Φ astronomik enlem ile tanımlanır. Doğal eğri koordinat sistemleri için; $0^\circ \leq \Lambda \leq 360^\circ$ ve $-90^\circ \leq \Phi \leq 90^\circ$ değerleri arasında kalmaktadır. Yeryüzü noktalarının bu koordinat sistemindeki üçüncü bileşeni ise, noktanın W jeopotansiyel yüzeyi ya da H^* ortometrik yükseklik değeridir. Bu koordinat sistemleri yeryüzünde bulunan birden çok noktaya rastlayabildikleri için tek anlamlı olmayabilirler. Bu durum, sistemin uygulamada kullanımını olumsuz olarak etkiler [5].

Doğal eğri koordinat sistemleri de doğal dik koordinat sistemleri gibi zamana bağımlı sistemlerdir ve dünyanın dönme eksen ve kutbundaki değişimlerden etkilenmektedir. Doğal eğri koordinat sistemleri için değişken olmayan koordinat sistemi, zamandan bağımsız olan CIO kutbuna göre tanımlanan doğal ortak dik koordinat sistemi eksenleri yardımıyla belirlenen birinci ve ikinci temel düzlemlerin esas alındığı $(\Phi, \Lambda, H^*)^{AT}$, $(\Phi, \Lambda, W)^{AT}$ doğal ortak eğri koordinat sistemidir. Bu

sistemin koordinatları doğal eğri koordinat sisteminin koordinatlarından elde edilebilir. Bir noktanın ortalama kutup noktasına göre koordinatları x_p, y_p olmak üzere doğal ortak eğri koordinat sistemi koordinatları,

$$\begin{bmatrix} \Phi \\ \Lambda \end{bmatrix}_{AT} = \begin{bmatrix} \Phi \\ \Lambda \end{bmatrix}_{IT} - \begin{bmatrix} \cos\Lambda & -\sin\Lambda \\ \sin\Lambda \tan\Phi & \cos\Lambda \tan\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{H}^* = \mathbf{N} + \mathbf{h} \quad (6)$$

şeklinde belirlenebilir. Böyle bir dönüşüm sonucunda, zamanla değişken olmayan sabit ve statik yapıda bir $(\Phi, \Lambda, \mathbf{H}^*)^{AT}$, $(\Phi, \Lambda, \mathbf{W})^{AT}$ doğal ortak eğri koordinat sistemi tanımlanabilir.

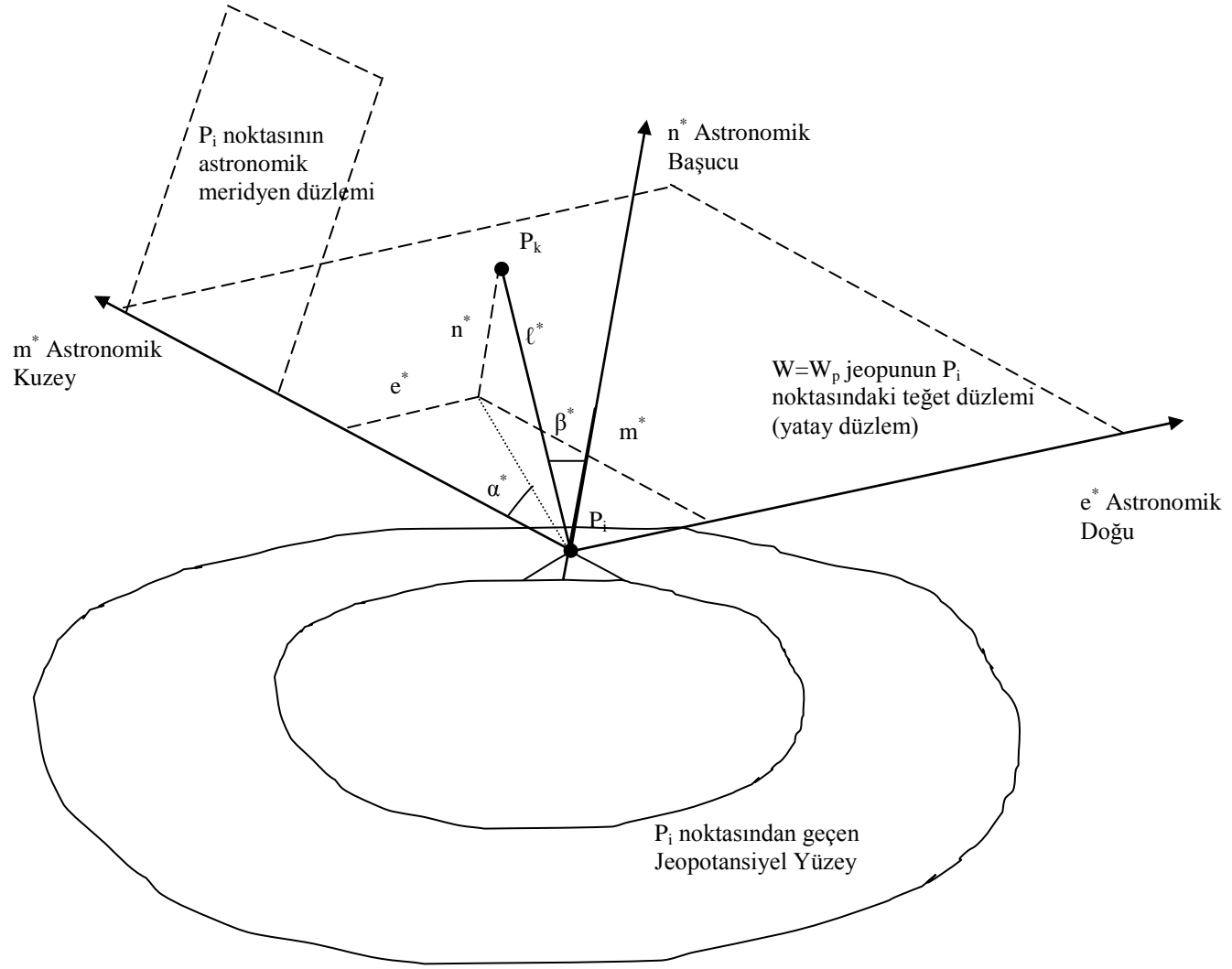
•Doğal Yerel Dik Koordinat Sistemi (m^*, e^*, n^*)

Orijinleri yerin ağırlık ya da gravite merkezinde olan doğal koordinat sistemlerinin yanında orijini ölçü noktası olarak alınan yerel koordinat sistemleri de vardır.

Bu koordinat sisteminin üçüncü boyutu gösteren n^* eksenini, P_i ölçü noktasının başucu yönünü pozitif kabul eden bir doğru veya o noktadan geçen eşpotansiyelli (nivo) yüzeyin yüzey normali alınmaktadır.

m^* eksenini olarak istasyon noktasının gravite vektörünü ve dünyanın kutup noktasını içinde bulunduran düşey düzlemin içinde bulunan n^* eksenine dik ve pozitif yönü kuzey kutup noktasına yönelik alınan bir yönlü doğru parçası olmaktadır.

e^* eksenini olarak da P_i noktasından geçen ve bu iki eksene dik olan sol el sistemine uyan eksen olarak alınmaktadır.



•Doğal Yerel Kutupsal Koordinat Sistemi (α^*, β^*, l^*)

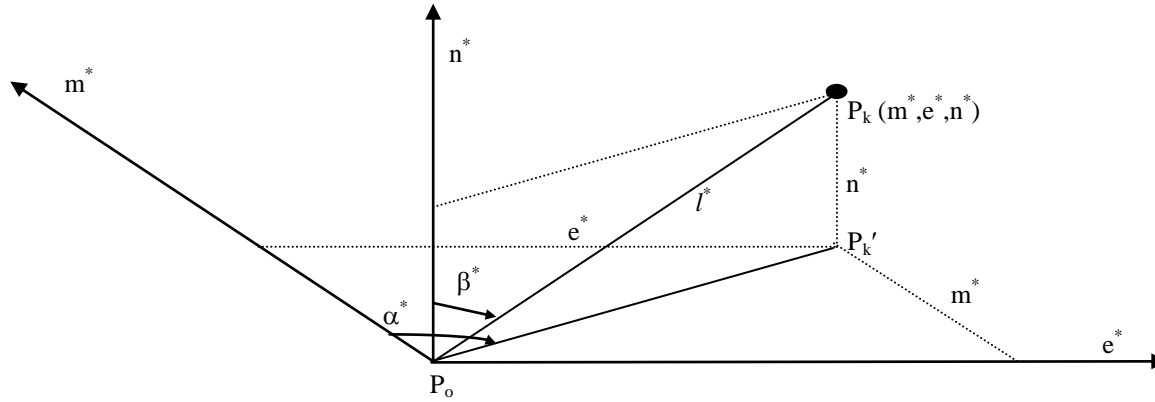
(m^*, e^*, n^*) Dik koordinat sistemi ile hemen hemen aynı özellikteki (α^*, β^*, l^*) doğal yerel kutupsal koordinat sisteminin de orijin noktası P_i ölçü noktasıdır ve sol el kuralına uyan bir sistemdir. Doğal yerel kutupsal koordinat sisteminin konum bileşenleri α^* , β^* açılarının pozitif yönü jeodezik doğrultu gözlemlerine uygun olarak saat ibresi yönündedir. Üçüncü bileşen l^* , P_i istasyon ve P_k hedef noktalarının belirlediği eğik uzunluktur ve P_i ve P_k noktalarının konumundan bağımsızdır.

Doğal büyüklüklere göre tanımlanan (α^*, β^*, l^*) doğal yerel kutupsal koordinat bileşenleri doğrudan ölçülebilmektedir ve jeodezik faaliyetlerde kullanılabilirler. Bu sistemle doğal yerel dik koordinat sistemi arasındaki ilişki şu şekilde tanımlanabilir.

$$\begin{bmatrix} m^* \\ e^* \\ n^* \end{bmatrix} = l^* \begin{bmatrix} \text{Cos}\alpha^* \text{Sin}\beta^* \\ \text{Sin}\alpha^* \text{Sin}\beta^* \\ \text{Cos}\beta^* \end{bmatrix} \quad (7)$$

Doğal yerel dik koordinatlardan doğal yerel kutupsal koordinatların hesabı ise şu şekildedir.

$$\begin{aligned}
l^* &= \sqrt{m^{*2} + e^{*2} + n^{*2}} \\
\alpha^* &= \tan^{-1}\left(\frac{e^*}{m^*}\right) \\
\beta^* &= \text{Cos}^{-1}\left(\frac{\sqrt{m^{*2} + e^{*2}}}{n^*}\right)
\end{aligned}
\tag{8}$$



Şekil 6. Doğal yerel kutupsal koordinat sistemi

2. Referans Koordinat Sistemleri

Dünyanın şeklini tanımlayan jeoidin kitle dağılımının homojen olmaması nedeniyle geometrik şeklini matematiksel olarak doğal koordinat sistemleriyle ifade etmek oldukça zordur. Bu nedenle matematiksel ifadelerde jeoid yerine homojen ve daha basit ifade edilebilen yüzeyler kullanılır.

Dünya yüzeyinin temsil edilmesi için en uygun yüzey küçük eksenini etrafında 180° döndürülmüş bir dönel elipsoiddir. Böyle bir dönel elipsoidin boyutları yeryüzeyinin boyutuna uygun hale getirilmişse ve yeryuvarına göre konumu (datumu) belirlenmişse referans elipsoidi olarak adlandırılır. Referans elipsoidi düşünsel bir yüzeydir ve tüm hesaplamalarda referans yüzeyi olarak kullanılır. Bu nedenle referans elipsoidi ile tanımlanan koordinat sistemleri doğal değil düşünsel sistemlerdir. Referans Koordinat sistemleri doğal koordinat sistemlerine benzer şekilde ele alınabilirler.

- Referans Dik Koordinat Sistemi (U,V,W)
- Referans Eğri Koordinat Sistemi (φ, λ, h)
- Referans Yerel Dik Koordinat Sistemi (m,e,n)
- Referans Yerel Kutupsal Koordinat Sistemi (α, β, l)

•Referans Dik Koordinat Sistemi (U,V,W)

Referans ya da jeodezik dik koordinat sistemi doğal ortak dik koordinat sistemine karşılık olarak tanımlanmaktadır. Ancak bu sistemin orijini referans elipsoidinin merkezidir. W eksen elipsoidin küçük yarıekseni yani dönme eksen, U eksen referans elipsoidinin $\lambda=0^\circ$ meridyen düzlemi ile $\varphi=0^\circ$ ekvator düzleminin arakesit doğrultusu, V eksen de benzer şekilde orijin noktasında diğer iki eksene dik olan ve sağ el kuralına uyan doğrultu olarak alınır.

•Referans Eğri Koordinat Sistemi (φ, λ, h)

Jeodezik koordinat sistemi olarak adlandırılan bu sistemde koordinatlar referans elipsoidinde tanımlanır ve bu sistem aynı zamanda doğal eğri koordinat sistemine karşılık gelir. Bu sistemin koordinat bileşenleri; λ (jeodezik boylam) bir P_i noktasının elipsoidal meridyen düzlemi ile başlangıç jeodezik meridyeni arasındaki açı, φ (jeodezik enlem) P_i noktasından geçen elipsoid yüzey normalinin jeodezik ekvator düzlemi ile yaptığı açı ve h ise P_i noktasından geçen elipsoid normalinin boyu ya da elipsoid yüksekliği şeklinde tanımlanırlar. Sistemin orijini elipsoidin merkez noktasıdır ve sağ el kuralına uyan bir sistemdir.

Referans dik ve eğri koordinat sistemleri arasındaki dönüşüm,

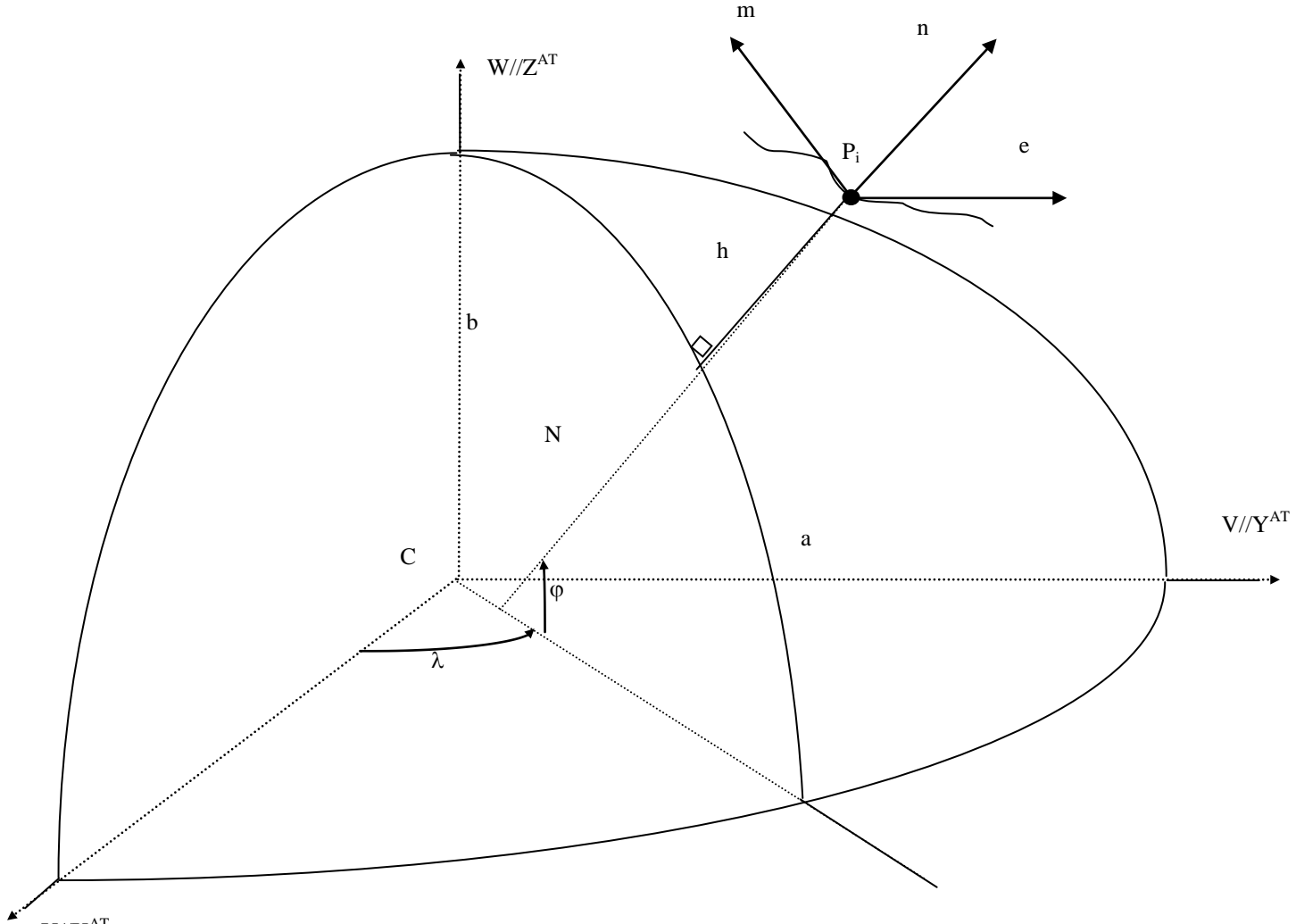
$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\varphi\sin\lambda \\ [N(1-e^2)+h]\sin\varphi \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}} \quad (10)$$

eşitlikleriyle yapılır. Burada N elipsoidin meridyene dik doğrultudaki normal kesit eğrilik yarıçapı, a ve b elipsoidin yarıçapları, e ise 1. eksentrisite (dış merkezlik)tir. Referans dik koordinatlardan eğri koordinatlara geçiş ise,

$$\begin{aligned}\lambda &= \arctan\left(\frac{U}{V}\right) \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{W(N+h)}{\sqrt{U^2 + V^2}(N+h - e^2N)}\right) \\ h &= \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{\cos\varphi} - N\end{aligned}\tag{11}$$

şeklindedir. Bu çözümde aranan parametreler formüllerde kullanıldığı için çözüm iteratif olarak elde edilir. İlk iterasyonda $h = 0$ ve $\varphi = 0$ alınarak (10) ve (11) eşitliğinden φ değeri bulunur. Bu değerlerle h değeri hesaplanır ve bu işlemler h ve φ değerlerinde kabul edilebilir değişimler olmayıncaya kadar tekrarlanır [6].



Şekil 7. Referans ortak eğri (coğrafi) ve jeodezik yerel dik koordinat sistemleri

Bu koordinat sisteminin üçüncü bileşeni olan h 'ın yerine P_i noktasının W gerçek potansiyeline karşılık gelen sferopotansiyelin U standart potansiyel değeri alınabilir. Böyle bir sistemi için (φ, λ, U) gösterimi kullanılır. Ayrıca üçüncü koordinat bileşeni $h=0$ alınırsa ölçü noktasının elipsoidin yüzeyinde olduğu düşünülür. Bu durumda $(\varphi, \lambda, 0)$ jeodezik eğri koordinat sistemi veya diğer adıyla coğrafi koordinat sistemi elipsoidle ilgili geometrik ya da matematik jeodezinin temelini oluşturur.

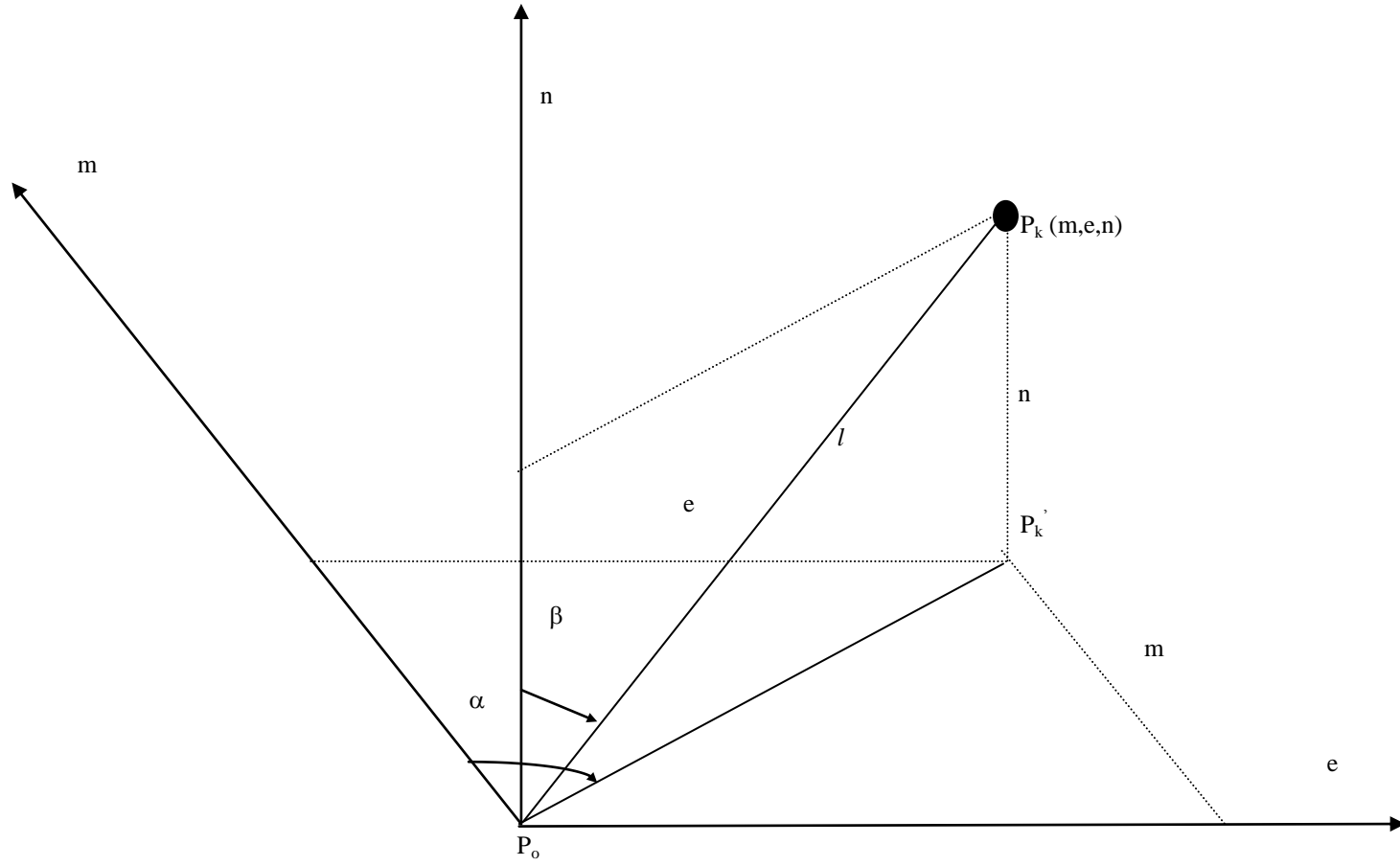
•Referans Yerel Dik Koordinat Sistemi (m,e,n)

Referans yerel dik koordinat sisteminin orijini P_i yeryüzü noktasıdır. P_i noktasından geçen elipsoidin yüzey normalini n eksenini ve başucu yönü pozitif yön olarak, P_i noktasındaki referans elipsoidinin yüzey normalini ve kutup noktasını da içinde bulunduran meridyen düzlemi ile o noktada yatay olan teğet ufuk düzleminin arakesit doğrultusu m eksenini ve kuzey yönü pozitif yön olarak alır. Üçüncü bileşen e eksenini ise, bu iki eksene dik olan ve sol el kuralına uyan bir eksendir. Bu şekilde

tarif edilen bir sistemde n ekseninin doğrultusu P_i yeryüzü noktasına ait φ jeodezik enlem ve λ jeodezik boylam ile tanımlanmaktadır. Bu nedenle referans yerel dik koordinat sistemi referans eğri koordinat sistemine bağımlıdır.

- **Referans Yerel Kutupsal Koordinat Sistemi (α, β, l)**

Bu sistem referans yerel dik koordinat sistemi eksenleri (m, e, n) esas alınarak tanımlanır. Eğer sistem referans ortak yerel dik koordinat sistemine göre tanımlanırlarsa statik ve zamandan bağımsız olur. Bu sisteme jeodezik yerel kutupsal koordinat sistemi de denilir.



Şekil 8. Jeodezik yerel kutupsal koo

Böyle bir sistemde koordinat belirlemek için kullanılan (α, β, l) bileşenleri doğrudan ölçülemezler. Çünkü bu değerler düşünel hesap yüzeyi olan referans elipsoidiyle tanımlanırlar. Bu değerler doğal yerel kutupsal koordinat bileşenlerinin indirgenmesi sonucu elde edilebilirler. Referans yerel dik koordinat sistemi ile referans yerel kutupsal koordinat sistemi bileşenleri arasındaki ilişki (7) ve (8) eşitliği şeklindedir.

