III. BÖLÜM

3. ORTALAMALAR

Sık Kullanılan Bazı Matematiksel İfadeler :

$\{X_i: X_1 + X_2 + \ldots + X_n\}$ ifadesi X değişken kümesini göstermektedir.

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + \ldots + X_n \quad ,$$

$$\sum_{i=1}^{n} c\,X_i = c(X_1 + X_2 + \ldots + X_n) = c\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i + Y_i) = (X_1 + Y_1) + (X_2 + Y_2) + \ldots + (X_n + Y_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} c = c + c + \ldots + c = nc$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i = (X_1 Y_1) + (X_2 Y_2) + \ldots + (X_n Y_n)$$

3. 1. Giriş

İstatistikte birçok terimden oluşan bir sayıyı temsil ve ifadeye yeterli olan tek bir rakama ortalama denir. Ortalama aynı zamanda serinin özelliklerini de belirler. Gözlemlerin hangi nokta etrafında toplanmış olduğunu göstermesi gerektiğinden ortalama adı verilmektedir.

Bir mahalledeki ortalama gelir düzeyi bir araştırmaya göre yılda 15000€, diğerine göre ise 5000€ çıkmıştır. İki sonuçta aynı kişi ve yerden bulunmuştur. Burada ki hile "ortalama" kelimesidir. Çünkü hangi ortalama olduğu belirtilmemiştir. Eğer büyük bir sayıya ulaşmak istiyorsanız *kareli ortalama*, küçük bir sayıya ulaşmak için *harmonik ortalama* kullanılabilir. Bunun için hangi ortalamanın kullanıldığı ve araştırmanın kimleri kapsadığı sorulmalıdır.

Sayı yığınlarının kolayca anlaşılması için sayı yığınlarının en fazla yığıldığı bölgeyi tarif eden tipik değerlerin verilmesi gerekir. Bu değerler dağılışın merkezini gösterdikleri için merkezi eğilim ölçüleri olarak da bilinir. İstatistikte bir seriyi temsil etmeye yarayan tek bir rakama **ortalama** denir.

Ortalamalar, duyarlı (analitik) ortalamalar ve duyarlı olmayan (analitik olmayan) ortalamalar şeklinde iki gruba ayrılmaktadır.

3.2. Duyarlı Ortalamalar

Duyarlı ortalamalar, serinin bütün terimlerinin hesaba katıldığı ortalamadır. Duyarlı ortalamalar, aritmetik ortalama, geometrik ortalama, harmonik ve kareli ortalamaları içerir.

Tablo 3.1. Duyarlı ortalamalara ilişkin genel formüller

	Basit Serilerde	$O_r = \sqrt[r]{\frac{\sum X_i^r}{n}}$
Duyarlı Ortalamalar	Sınıflanmış Serilerde	$Or = \sqrt[r]{\frac{f_i X_i^r}{f_i}}$
	Gruplanmış Serilerde	$Or = \sqrt[r]{\frac{f_i m_i^r}{f_i}}$

Burada r'ye -∞ ile +∞ arasında değerler verilerek sonsuz ortalama bulunabilir. r=-∞ olması durumunda ortalamanın X_{min} olmasına, r=+∞ olması durumunda ise X_{max} olacağı ispatlanabilir. Yani r arttıkça ortalama büyümekte, r azaldıkça ise küçülmektedir.

3.2.1. Aritmetik Ortalama(Mean)

Aritmetik ortalama deneklerin aldıkları değerlerin toplanıp denek sayısına bölünmesiyle elde edilen değerdir. Tablo 3.1.'de r=1 alındığında aritmetik ortalama formülleri elde edilir.

Basit serilerin aritmetik ortalaması, terimlerin toplamının terim sayısına bölünmesine eşittir.

Biri gözlem değerleri, diğeri frekansları gösteren iki sütundan oluşan sınıflanmış serilerin aritmetik ortalaması hesaplanırken gözlem değerleri ile frekanslar çarpımlarının toplamı frekanslar toplamına bölünmektedir.

Gruplanmış serilerde aritmetik ortalama hesabının yapılabilmesi için öncelikle sınıf orta noktalarının (m) bulunması gerekmektedir. Sınıf orta noktalarının hesaba katılmasında gruba dahil birimlerin tamamının sınıf orta noktasında toplanmış olduğu varsayımından hareket edilmektedir.

Tablo 3.2. Aritmetik Ortalama Formülleri

Aritmetik Ortalama	**Basit Serilerde**	$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$
	Sınıflanmış Serilerde	$\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{f_i}$
	Gruplanmış Serilerde	$\bar{X} = \frac{\sum f_i m_i}{f_i}$

Örnek 3.1. 20 pnömoni (zatürre) hastası için hastalık süreleri (gün) aşağıdaki şekilde bulunmuştur.

Xi: { 6,7,8,8,10,11,11,11,8,10,10,10,12,12,14,14,12,7,10,11}

N=20

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{n} = \frac{202}{20} = 10{,}1$$

Örnek 3.2. Aşağıdaki sınıflanmış serinin aritmetik ortalamasını bulunuz?

Notlar (X_i)	:	40	60	70	80	100
Frekans(f_i)	:	5	4	5	4	2

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{f_i} = \frac{1310}{20} = 65{,}5$$

Örnek 3.3. Aşağıda gruplanmış olarak verilen serinin aritmetik ortalamasını bulunuz?

Sınıf sınırları	Sıklık (frekans= fi)	Sınıf Değeri (mi)	fi*mi
1.45 - 1.95	2	1.7	3,4
1.95 - 2,45	18	2,2	39,6
2,45 – 2,95	24	2,7	64,8
2,95 – 3,45	19	3,2	60,8
3,45 – 3,95	18	3,7	66,6
3,95 – 4,45	9	4,2	37,8
4,45 – 4,95	6	4,7	28,2
4,95 – 5,45	4	5,2	20,8
	100	TOPLAM	322

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i m_i}{f_i} = \frac{322}{100} = 3{,}22$$

Soru. Aşağıda hastaların hastanede kalış süreleri verilmiştir. Buna göre ortalama hastanede kalış süresini bulunuz?

Kalış Süresi (Gün)	Frekans (f_i)	Sınıf Orta Noktası (m_i)	f_i m_i
1-5	4	3	12
6-10	10	8	80
11-15	17	13	221
16-20	8	18	144
21-25	10	23	230
26-30	4	28	112
31-35	3	33	99
Toplam	56		898

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i m_i}{f_i} = \frac{898}{56} = 16\ gün$$

Aritmetik Ortalamanın Özellikleri

i) Aritmetik ortalamanın terim sayısı ile çarpımı seri toplamına eşittir.

Terimlerin aritm $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{n} \Rightarrow \overline{X}n = \sum_{i=1}^{N} X_i$ nalarının toplamı sıfırdır.

$$\sum(\mathrm{X_i} - \overline{\mathrm{X}}) = \sum \mathrm{X_i} - \mathrm{n}\overline{\mathrm{X}} = \sum \mathrm{X_i} - \mathrm{n}\frac{\sum \mathrm{X_i}}{\mathrm{n}} = 0$$

ii) Terimlerin aritmetik ortalamadan sapmalarının kareleri toplamı minimumdur.

$$\sum(X_i - a)^2 = \sum[(X_i - \overline{X}) + (\overline{X} - a)]^2$$

$$= \sum(X_i - \overline{X})^2 + 2(\overline{X} - a)\underbrace{\sum(X_i - \overline{X})}_{0} + N(\overline{X} - a)^2 = \sum(X_i - \overline{X})^2 + n(\overline{X} - a)^2$$

Son eşitlikte $n(\overline{X} - a)^2 > 0$ olacağından aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\sum(X_i - a)^2 > \sum(X_i - \bar{X})^2$$

iii) Bir serinin bütün terimlerine aynı sayıyı eklersek (çıkarırsak) aritmetik ortalama eklenen (çıkarılan) sayı kadar arta (azalır).

$$\frac{\sum(X_i + k)}{n} = \frac{\sum X_i + nk}{n} = \overline{X} + k \quad , \quad \frac{\sum(X_i - k)}{n} = \frac{\sum X_i - nk}{n} = \overline{X} - k$$

iv) Bir serinin bütün terimlerinin aynı sayıyla çarptığımızda (böldüğümüzde) aritmetik ortalama çarptığımız (böldüğümüz) sayıyla orantılı olarak büyür (küçülür).

$$\frac{\sum kX_i}{n} = \frac{k\sum X_i}{n} = k\overline{X} \quad , \quad \frac{\sum X_i / k}{n} = \frac{1/k\sum X_i}{n} = \frac{\overline{X}}{k}$$

v) Aritmetik ortalama çok duyarlı bir ortalamadır. Çünkü serinin bütün terimleri aritmetik ortalamayı etkiler. Özellikle de **aşırı uç değerlerden** çok etkilenir ve dolayısıyla temsili olma özelliğini kaybeder.

vi) İki serinin bütün terimleri karşılıklı olarak toplanarak (çıkartılarak) elde edilen serinin aritmetik ortalaması bu serilerin aritmetik ortalamalarının toplamına (farkına) eşittir.

$$\frac{\sum(X_i + Y_i)}{n} = \frac{\sum X_i + \sum Y_i}{n} = \frac{\sum X_i}{n} + \frac{\sum Y_i}{n} = \overline{X} + \overline{Y}$$

$$\frac{\sum(X_i - Y_i)}{n} = \frac{\sum X_i - \sum Y_i}{n} = \frac{\sum X_i}{n} - \frac{\sum Y_i}{n} = \overline{X} - \overline{Y}$$

Aritmetik Ortalamanın Fayda ve Sakıncaları

Aritmetik ortalama kavram olarak basittir, hesaplanılması kolay olduğu gibi cebirsel işlemlere de elverişlidir. Bu bakımdan en çok kullanılan ortalamadır.

Aritmetik ortalama dağılımdaki terimlerden herhangi birinde meydana gelen kıymet değişikliğinden etkilenir; bu özellik aritmetik ortalama için bir üstünlük olduğu kadar, sakıncalıdır aynı zamanda. Dağılımda terim sayısının az olması durumunda olağanüstü küçük veya büyük terimler aritmetik ortalamanın değerini etkiler ve simgeleyici olmasını engeller.

Diğer taraftan dağılımın alt ve/veya üst sınırının belirsiz olması durumunda aritmetik ortalamayı hesaplamak olanaksızdır; belirsiz olan sınırlar için yapılacak kestirimler, ortalamanın kesin değerinin hesaplanılmasına olanak vermeyecektir. Bu bakımdan sözü edilen iki durumda dağılım terimlerini normal büyüklüğünün belirlenmesinde aritmetik ortalama kullanılmamalıdır.

3.2.2. Geometrik Ortalama

X_i: $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ pozitif sayılar kümesinin geometrik ortalaması, sayıların çarpımlarının n nci dereceden köküdür.

$$GO = \sqrt[n]{X_1 X_2 \ldots X_n}$$

Tablo 3.1.'de r=0 yada r→0 için limit alınarak geometrik ortalama formülleri bulunabilir.

Tablo 3.3. Geometrik Ortalama Formülleri

Geometrik Ortalama	Basit Serilerde	$logGO = \frac{\sum X_i}{n}$
	Sınıflanmış Serilerde	$logGO = \frac{\sum f_i logX_i}{\sum f_i}$
	Gruplanmış Serilerde	$logGO = \frac{\sum f_i logm_i}{\sum f_i}$

Geometrik ortalama, terimlerinin logaritmalarının aritmetik ortalamasının antilogaritmasına eşittir. Geometrik ortalama, terimlerin logaritmalarının aritmetik ortalamasının antilogaritmasına eşittir. Geometrik ortalama özellikle aynı oranda artma veya azalma eğilimi gösteren olaylarla ilgili serilere uygulanır (Örneğin, nüfus).

Örnek 3.4. X_i: { 8, 12, 25, 6 }

$GO = \sqrt[4]{8.12.15.6}$=10,95

log X_i : 0,903089 1,079181 1,397940 0,778151

$logGO = \frac{\sum x_i}{n} = 1{,}03959$ GO=10,95

Örnek 3.5. Aşağıdaki sınıflanmış serinin geometrik ortalamasını bulunuz?

X_i	f_i	log X_i	f_i log X_i
2	3	0,301030	0,903090
3	2	0,477121	0,954242
4	1	0,602060	0,602060
5	4	0,698970	2,795880
Toplam	10		5,255272

$$logGO = \frac{\sum f_i logX_i}{\sum f_i} = 0{,}525527$$ GO=3,35

Örnek 3.6. Aşağıda verilen gruplanmış serinin geometrik ortalamasını bulunuz?

Sınıflar	m_i	f_i	log m_i	f_i log m_i
1-3 den az	2	3	0.301030	0.903090
3-5 den az	4	3	0.602060	1.806180
5-7 den az	6	4	0.778151	03.112604
		Σ=10		□=5.821874

$logGO = \frac{\sum f_i logm_i}{\sum f_i}$=0,582187   GO=3,82

Geometrik Ortalamanın Özellikleri

- **I.** Geometrik ortalama özellikle aynı oranda artma yada azalma eğilimi gösteren olaylara ilişkin serilere uygulanır. Örneğin nüfus çoğalması, bakteri üremesi gibi geometrik dizilerde birim zamandaki artışı bulmak için GO kullanılır.
- **II.** Simetrik olmayan ancak logaritmaları alındığında simetrik hale dönüşen serilere geometrik uygulama uygulanabilir.
- **III.** Serideki terimler arasında bazı değerler sıfır veya negatifse GO hesaplanamaz.
- **IV.** Geometrik uygulama aşırı uç değerlerden aritmetik ortalamaya göre daha az etkilenir.
- **V.** GO ≤ AO ilişkisi vardır. Bütün X_i ler eşitse GO=AO olur.

Geometrik ortalama özellikle aynı oranda artma veya azalma eğilimi gösteren olaylara ilişkin serilere uygulanır. Bu olaylar arasında öncelikle nüfus belirtilebilir. Öte yandan, aslında simetrik olmadığı halde logaritmaları alındığında simetrik hale dönüşen serilere de geometrik ortalamayı uygulamak gerekir.

Not:

Başlangıçta A kadar birey varsa, bu bireyler birim zamanda r kadar bir hızla artıyorsa, n birim zaman sonra sayıları B kadar olmuş ise **$B= A(1+r)^n$** olur. Bu formül ***bileşik faiz formülü*** olarak adlandırılır.

Ortalama artış (r) buradan hesaplanır.

$$r = \sqrt[n]{\frac{B}{A}} - 1$$

Örnek 3.7. Bir bakteri kültürü 3 günde 1000 den 4000 e çıkmış ise ortalama günlük artış hızı(r) nedir?

$$r = \sqrt[3]{\frac{4000}{1000}} - 1 = \sqrt[3]{4} - 1 = 0.587$$

Yani ortalama artış hızı= %58,7 dir.

Örnek 3.8. Bir bölgenin nüfusu 2000 yılında 500000 ölçülmüştür. Bu bölgenin yıllık nüfus artışı binde 15 ise ise 2005 yılında bu bölgenin nüfusu kaç olur.

$$B = A(1+r)^n = 500000(1+0,015)^5 = 538642$$

3.2.3. Harmonik Ortalama

X_i:{ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ } değerlerinin harmonik ortalaması:

$$\text{Harmonik Ortalama} = \frac{1}{\frac{1}{\text{n}} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}}$$

Harmonik ortalama terimlerin terslerinin aritmetik ortalamasının tersidir. Tablo 3.1.'de r=-1 alınırsa harmonik ortalama formülleri elde edilir.

Tablo 3.4. Harmonik Ortalama Formülleri

Harmonik Ortalama	Basit Serilerde	$HO = \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}}$
	Sınıflanmış Serilerde	$HO = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{X_i}}$
	Gruplanmış Serilerde	$HO = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{m_i}}$

Örnek 3.9. Bir fabrikada üretim 4 makineyle yapılmaktadır. Bu makinelerin bir mamul için harcadıkları süreden (dk.) yararlanarak bir mamulün bu fabrikada ortalama kaç dk. üretildiğini bulunuz?

Makineler	**X=Üretim Süresi (dk./parça)**	**1/X**
I	2,5	0,4
II	2	0,5
III	1,6	0,625
IV	4	0,25
		1,775

$$\text{HO} = \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}} = \frac{4}{1.775} = 2,254\, dk / parca$$

<u>Tartılı aritmetik ortalama ile çözüm:</u>

X=Üretim Süresi (Dk./Parça)	**Saatte üretilen parça (t_i)**	**$t_i.X_i$**
2,5	60/2,5=24	60
2	60/2=30	60
1,6	60/1,6=37,5	60
4	60/4=15=15	60
	106,5	240

$$\text{TAO} = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i} = \frac{240}{106.5} = 2,254\, dk.$$

Soru. X_i: { 6,8,3,5,4 } veri setinin harmonik ortalaması:

$$HO = \frac{1}{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)} = 4{,}65$$

Örnek 3.10. 6 öğrenci 100 TL ile farklı eczanelerden aspirin alıyorlar. Birinci öğrenci 9 adet, ikincisi 6 adet, üçüncüsü 7 adet, 4 cüsü 8 adet, 5 cisi 6 adet ve 6 cısı 8 adet aspirin alıyor. 100 Tl ile alınabilecek ortalama aspirin sayısı ne kadardır?

Fiyat=para/mal olduğundan ve para sabit ise harmonik ortalama alınır.

$$HO = \frac{6}{\frac{1}{9}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}$$ = 7,166 yani 100 TL ile ortalama 7

Örnek 3.11. Bir otobüs firması iki şehir arasında (600 km.) 37 otobüsle seferler düzenlemektedir. Bu otobüslerin hızlarına göre dağılımı aşağıdaki gibidir. Otobüslerin ortalama hızını bulunuz?

Hız (km/saat)	Otobüs sayısı (f_i)	f_i/X_i
60	3	3/60=0,05
75	6	6/75=0,08
80	10	10/80=0,125
90	18	18/90=0,200
	37	0,455

$$HO = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{X_i}} = \frac{37}{0.455} = 81{,}32\ km/saat$$

Soru. Aşağıda verilen sınıflanmış serinin harmonik ortalamasını bulunuz?

Xi	: 2	3	4	5
f_i	: 3	2	1	4
f_i/X_i	: 1,5	0,67	0,25	0,80

$$HO = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{10}{3{,}22} = 3{,}11$$

Örnek 3.12. Aşağıda verilen gruplanmış serinin harmonik ortalamasını bulunuz?

Sınıf	: 1-3 den az	3-5 den az	5-7 den az
m_i	: 2	4	6
f_i	: 3	3	4
f_i/m_i	: 1,5	0,75	0,67

$$HO = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{m_i}} = \frac{10}{2{,}92} = 3{,}42$$

Harmonik Ortalamanın Özellikleri

I. Serideki terimlerden biri sıfır ise harmonik ortalama sıfır çıkar.

II. Seri terimleri farklı işaretli olursa harmonik ortalamanın sonucu anlam taşımaz. Mesela verilerimiz -4, -2, 1,2,5 olsun. Buna göre HO=5,05 çıkar. Bu sonuç, bir ortalama maksimum değerden daha büyük bir değere sahip olamayacağı için, ortalama olarak kabul edilmez.

$$HO = \frac{1}{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{-4} + \frac{1}{-2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)} = 5{,}05$$

III. HO **≤** GO ≤ AO ilişkisi vardır.

IV. HO sınırlı hallerde kullanılır. Tersine çevrildiğinde taşıyacağı anlama önem verilen oran türündeki niceliklerin ortalamasını bulmak için kullanılır. Bu niceliklere örnek olarak fiyat=para/mal, prodüktivite=iş/emek, verim=ürün/ekim alanı, hız=uzaklık/zaman verilebilir.

3.2.4. Kareli Ortalama

Kareli ortalama fiziksel uygulamalarda çok sık kullanılır. Tablo 3.1.'de r=2 alınırsa terimlerin karelerinin aritmetik ortalamasının kareköküne eşit olan kareli ortalama formülleri bulunur. Kareli ortalama, negatif değerleri de dikkate almaktadır. Kareli ortalama bazı istatistiksel işlemlerin kolaylıkla yapılmasına olanak tanır. Örneğin standart sapmanın hesabında kareli ortalamadan yararlanırlar.

Tablo 3.5. Kareli Ortalama Formülleri

Kareli Ortalama	**Basit Serilerde**	$KO = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}}$
	Sınıflanmış Serilerde	$KO = \sqrt{\frac{\sum f_i X_i^2}{\sum f_i}}$
	Gruplanmış Serilerde	$KO = \sqrt{\frac{\sum f_i m_i^2}{\sum f_i}}$

Örnek 3.13. Aşağıdaki serinin kareli ortalamasını bulunuz?

X_i : 4 5 7 8 16

$$KO = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = 9{,}06$$

Örnek 3.14. Aşağıdaki sınıflanmış serinin kareli ortalamasını bulunuz?

X_i :	2	3	4	5
f_i :	3	2	1	4

$$KO = \sqrt{\frac{\sum f_i X_i^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{146}{10}} = 3{,}82$$

Örnek 3.15. Aşağıdaki sınıflanmış serinin kareli ortalamasını bulunuz?

Sınıf	:	1-3 den az	3-5 den az	5-7 den az
m_i	:	2	4	6
f_i	:	3	3	4

$$KO = \sqrt{\frac{\sum f_i X_i^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{204}{10}} = 4{,}52$$

Kareli Ortalamanın Özellikleri

I. Kareli ortalama negatif işaretleri de dikkate alabileceğinden HO ve GO'ya göre daha üstündür.
II. KO bazı istatistiksel işlemlerin kolaylıkla uygulanmasını mümkün kılar. Örneğin bir değişkenlik ölçüsü olan standart sapmanın hesabında kareli ortalamadan yararlanılır.
III. HO ≤ GO ≤ AO ≤ KO ilişkisi vardır.

3.2.5. Tartılı (Ağırlıklı) Ortalama

Seri terimleri veya sınıfları arasında önem farkını dikkate almak için her terime veya sınıfa önemi ile orantılı bir tartı verilerek tartılı ortalama hesaplanır.

Tablo 3.1.'de r=-1 de tartılı harmonik ortalama, r=0 için tartılı geometrik ortalama, r=1 için tartılı aritmetik ortalama ve r=2 de ise tartılı kareli ortalama formülleri bulunur.

Tablo 3.6. AO, GO, HO ve KO'nın tartılı ortalama formülleri

Basit Serilerde Tartılı Ortalamalar	$\bar{X}_t = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i}$	$\log GO_t = \frac{\sum t_i \log X_i}{\sum t_i}$
	$HO_t = \frac{\sum t_i}{\sum (t_i / X_i)}$	$KO_t = \sqrt{\frac{\sum t_i X_i^2}{\sum t_i}}$
Frekans Serilerde Tartılı Ortalamalar	$\bar{X}_t = \frac{\sum t_i f_i X_i}{\sum t_i f_i}$	$\log GO_t = \frac{\sum t_i f_i \log X_i}{\sum t_i f_i}$
	$HO_t = \frac{\sum t_i f_i}{\sum (t_i f_i / X_i)}$	$KO_t = \sqrt{\frac{\sum t_i f_i X_i^2}{\sum t_i f_i}}$
Gruplanmış Serilerde Tartılı Ortalamalar	$\bar{X}_t = \frac{\sum t_i f_i m_i}{\sum t_i f_i}$	$\log GO_t = \frac{\sum t_i f_i \log m_i}{\sum t_i f_i}$
	$HO_t = \frac{\sum t_i f_i}{\sum (t_i f_i / m_i)}$	$KO_t = \sqrt{\frac{\sum t_i f_i m_i^2}{\sum t_i f_i}}$

Örnek 3.16. Bir ildeki 5 hastanede acile gelen hastaların ortalama yaşları aşağıdaki şekilde bulunmuştur.

Hastane	Hasta (ti)	Ortalama Yaş(Xi)
1	10	25
2	15	30
3	20	40
4	5	20
5	30	15

Bu ilde acile gelen hastaların ortalama yaşı nedir? Bunun için tartılı ortalama bulunur.

T_i= i nci grubun tartısı X_i= i nci grubun değeri

$$TO = \frac{\sum_{i=1}^{k} t_i X_i}{\sum_{i=1}^{k} t_i} = \frac{2050}{80} = 25,625$$

Örnek 3.17. Aşağıdaki serinin tartılı ortalamalarını bulunuz?

X_i :	2	4	5	6
t_i :	3	1	4	2

t_i	$t_i X_i$	log X_i	t_i log X_i	t_i/X_i	X_i^2	$t_iX_i^2$
3	6	0,301030	0,903090	1.50	4	12
1	4	0,602060	0,602060	0.25	16	16
4	20	0,698970	2,795880	0.80	25	100
2	12	0,778151	1,556302	0.33	36	72
∑ 10	42		5,857332	2.88		200

$$\bar{X}_t = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i} = \frac{42}{10} = 4,2 \qquad HO_t = \frac{\sum t_i}{\sum t_i / X_i} = \frac{10}{2,88} = 3,47$$

$$logGO_t = \frac{\sum t_i log X_i}{\sum t_i} = \frac{5,857332}{10} = 0,585733 \quad GO_t = 3,85$$

$$KO_t = \sqrt{\frac{\sum t_i X_i^2}{\sum t_i}} = \sqrt{\frac{200}{10}} = 4,47$$

$HO_t \leq GO_t \leq AO_t \leq KO_t$

Örnek 3.18. 5 farklı klinikte kullanılan ortalama serum miktarları aşağıdaki gibidir.

Klinikler	t_i=Hasta sayısı	X_i=Serum (lt)	t_i X_i
1	3	1.5	4.5
2	8	2	16
3	5	3	15
4	4	2.5	10
5	6	4	24
Toplam	26		74

Kliniklerin genel ortalaması nedir?

$$AO_t = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i} = \frac{74}{26} = 2,8\ lt.$$

Soru : Bir dersin final sınavı ara sınavına göre 3 kez fazla ağırlıklandırılmış ise, final sınavından 85 ve ara sınavlardan 70 ve 90 almış bir öğrencinin ortalama notunu bulunuz?

$$\bar{X}_t = \frac{(1\times7)+(1\times90)+(3\times85)}{1+1+3} = \frac{415}{5} = 83$$

3.3. Duyarlı Olmayan Ortalamalar

Duyarlı ortalamalarda bütün terimler veya sınıflar dikkate alınır. Hesaplamalarda bazen serinin bütün terimleri veya sınıfları dikkate alınmayabilir. Bu durumda duyarlı olmayan ortalamalar ortaya çıkar.

3.3.1. Medyan (Ortanca=Median)

Terimlerin küçükten büyüğe doğru (yada büyükten küçüğe doğru) sıralanmış bir seride tam ortaya düşen ve seriyi iki eşit kısma bölen değere medyan (ortanca) denir. Medyanın hesabı basit, sınıflandırılmış ve gruplanmış serilerde farklıdır.

Basit serilerde, terimlerin sayısı tek ise tam ortadaki değer, çift ise ortadaki iki terimin aritmetik ortalaması medyanı verir. (N+1)/2terime karşılık gelen terim medyandır.

Örnek 3.19. X_i : { 3,1,13,27,6,8,6 } gözlem değerlerinin ortancası nedir?

Sayılar büyüklük sırasına dizilirse, { <u>1, 3, 6,</u> 6, <u>8, 13, 27</u> } olur.

Ortada kalan sayı 6 olduğundan

Ortanca=6 olur.

Örnek 3.20. X_i : { 21, 9, 8, 3, 7, 9} olsun. Gözlemler büyüklük sırasına dizilirse,

X_i : { <u>3, 7</u>, 8, 9, <u>9, 21</u> }

olur. Ortada kalan iki değerin ortalaması ortancadır:

Ortanca= (8+9)/2= 8,5

Diğer bir ifade ile (N+1)/2 nci değer ortanca değerdir. Gözlem değeri çift ise sonuç şöyle bulunur. (N+1)/2 = (6+1)/2 = 3,5 yani 3 ncü ve 4 ncü gözlemlerin ortalaması ortancadır.

Sınıflandırılmış verilerden ortanca hesaplamak için önce medyan sınıfının bulunması gerekir. Bunun için ....den az eklemeli frekans (... den az Fi) bulunur ve bu kullanılarak (N+1)/2 nci gözlemin düştüğü sınıf ortanca sınıfı olarak tanımlanır.

Örnek 3.21. Aşağıda sınıflanmış olan serilerin meydanlarını bulunuz?

A Serisi			B Serisi		
X_i	f_i	$\sum f_i$	X_i	f_i	$\sum f_i$
11	2	2	13	3	3
22	3	5	24	6	9
34	4	9	37	4	13
45	2	11	48	5	18

A serisinde frekans toplamı 11 olup (N+1)/2=(11+1)/2=6. terim medyandır. Kümülatif frekans toplamlarında 6. terim (9. terim dahil) 34 değerine sahiptir. O halde A serisi için medyan 34 olur.

B serisinde frekans toplamı 18 olup (N+1)/2=(18+1)/2=9,5 terim medyandır. Ancak seride 9.5 terimi olmadığından 9 ve 10. terimlerin ortalaması medyanı verecektir. Seride 9. terim 24 ve 10. terim 37 değerine sahiptir. Dolayısıyla medyan=(24+37)/2=30,5 olur.

Gruplanmış Verilerden Ortanca Hesabı

$$\text{Medyan} = L + \frac{\frac{n}{2} - F_{(i-1)}}{f_i} \times C$$

L: Medyan sınıfının alt sınır değeri

n= Toplam gözlem sayısı

Fi-1 = Medyan sınıfından önceki sınıfların frekans toplamı

fi= Medyan sınıfının kendi sınıf frekansı

C= sınıf genişliği

Kümülatif frekanslarda N/2'nci terimi içeren sınıf medyan sınıfı kabul edilir. Medyan değeri, medyan sınıfının alt sınırından küçük ve üst sınırından büyük olamaz.

Örnek 3.22. Aşağıda verilen gruplanmış serinin meydanını bulunuz?

Sınıf sınırları	Sıklık (frekans= fi)	....den Az (Fi)
1.45 - 1.95	2	2
1.95 - 2,45	18	20
2,45 – 2,95	24	44
2,95 – 3,45	**19**	63
3,45 – 3,95	18	81
3,95 – 4,45	9	90
4,45 – 4,95	6	96
4,95 – 5,45	4	100
	100	

Sınıf Sınırı	2,95	....	....	3,45
Fi	45...........	50	51...........	63

Örnekte N/2=100/2=50 ‘nci terim medyandır. Dolayısıyla medyan sınıfı 2,95-3,45 sınıfıdır. Bu sınıfın alt sınırı L=2,95 medyan sınıfından önceki sınıfların frekans toplamı F_{i-1}=44, toplam frekans N=100, medyan sınıfının kendi frekansı f_i=19 ve sınıf genişliği C=0.5 olur.

$$Medyan = L + \frac{\frac{n}{2} - F_{(i-1)}}{f_i} \times C = 2,95 + \frac{\frac{100}{2} - 44}{19} \times 0,5 = 3,108$$

Örnek 3.23. Aşağıda gruplanmış serinin meydanını hesaplayınız?

Sınıflar	:	4-7 den az	7-10 dan az	10-13 den az
f_i	:	8	5	2
Toplam f_i	:	8	13	15

Toplam frekans N/2=15/2=7.5 terim medyandır. Medyan sınıfı 4-7 den az sınıfıdır. Bu sınıfın alt sınırı L=4, genişliği C=3, medya sınıfının frekansı N=8 dir. Medyan sınıfından önceki sınıf seride bulunmadığından bunun kümülatif frekansı F_{i-1}=0 kabul edilir. Buna göre medyan aşağıdaki gibi bulunur.

$$Medyan = 4 + \frac{7,5-0}{8} \times 3 = 6,81$$

Medyanın Özellikleri

I. Terimlerin medyandan mutlak sapmalarının toplamı minimumdur.

$$\sum |X_i - Medyan| = min$$

II. Basit bir sıralama ile bulunması mümkün olduğundan, medyan bir çok durumda pratiktir. Örneğin bir grup öğrencinin boy uzunluğunu teker teker ölçmeye gerek yoktur. Öğrenciler küçükten büyüğe doğru sıralanıp ortadaki öğrenci (ler) ölçülerek ortanca boy uzunluğu bulunabilir.

III. Seride açık (alt sınırı veya üst sınırı belli olmayan) sınıfların varlığı halinde medyan hesabı önem kazanır. Medyan sınıfı serinin ilk sınıfı olduğunda, sınıfın alt sınırı tahminsel olarak ele alınır.

IV. Diğer ortalamaların aksine, gruplanmış serinin medyan hesabında sınıf genişliklerinin tamamının eşit olması gerekmez.

V. Medyan serdeki anormal terimlerden etkilenmez.

Medyanı Kullanmanın Sakıncaları

I. Ortancanın standart hatası aritmetik ortalamadan daha büyüktür.

II. Ortanca üzerinde cebirsel işlemler yapılamaz.

III. Farklı alt grupların ortancaları biliniyorsa bu gruplar birleştiğinde ortanca nedir sorusu hesaplama ile bulunamaz.

Örnek 3. 24. I.maddenin doğru olduğunu bir örnekle gösteriniz?

Xi : 3 5 6 8 13

Bu serinin AO=13 ve Medyan=6 dır.

Aritmetik ortalama ve medyandan mutlak sapmalar ise aşağıdaki gibi bulunur.

$\left\| X_i - \overline{X} \right\|$	:4	2	1	1	6	Toplam=14
$\left\| X_i - Med \right\|$	:3	1	0	2	7	Toplam=13

Görüldüğü gibi medyandan mutlak sapmaların toplamı, aritmetik ortalamadan mutlak saplamaların toplamından küçüktür. Bu diğer ortalamalar için de geçerlidir.

3.3.2. Mod (Tepe Değeri)

Bir seride en çok tekrarlanan terime mod denir. En yüksek frekansa karşılık gelen X değeri Modu verir. Basit serilerde mod hesabı yapılmaz. Çünkü basit serilerde X'e karşılık gelen tüm frekanslar 1 olduğu için frekans sütunu bulunmaz.

Sınıflanmış serilerde modun belirlenmesi için frekans sütununda en yüksek frekans değerini veren X değeri bulunur.

Bir sayı kümesi içinde en fazla tekrarlanan değer o kümenin tepe değerini oluşturur.

Örnek 3.25. X_i: { 1,2, 6, 3, 7, 3,5, 6,6, 8,9 } serisinin modu nedir?

Burada en fazla tekrarlanan değer 6 olduğu için Mod= 6 olur.

Örnek 3.26. Aşağıdaki sınıflandırılmış serinin modu nedir?

X_i :	2	3	6	7
f_i :	3	6	4	5

Seride en yüksek frekans 6 olduğuna göre, buna karşı gelen değer yani 3 moddur.

Gruplanmış seride mod hesabı için aşağıdaki formül kullanılır.

$$Mod = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times C$$

d_1= Mod sınıfı frekansı – bir önceki sınıf frekansı,

d_2= Mod sınıfı frekansı – bir sonraki sınıf frekansı,

C= Mod sınıfının genişliği

L= Mod sınıfının alt sınırı

Buradan bulunacak mod yaklaşık bir değere sahip olur. Gruplanmış serilerde mod sınıfının belirlemek için, frekans sütunundaki en yüksek frekansa bakılır. En yüksek frekansa sahip sınıf mod sınıfı kabul edilir. Mod değeri, mod sınıfının alt sınırından küçük ve üst sınırından büyük olamaz.

Örnek 3.27. Bir taramada 50 kadının kanındaki (gr/lt) serum albümin değerleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

41 41 42 44 44 36 38 41 42 44 42 39 49 40 45 **32** 34 43 37 39

41 39 48 42 43 33 43 35 32 34 39 35 43 44 47 40 39 42 41 46

37 49 41 39 43 42 47 48 51 **52**

Bu verilere ait sıklık tablosu 6 sınıf olacak şekilde yapılsın. EnK.=32, EnB.= 52, sınıf aralığı= 4 olsun.

N=50, C=4, d_1=(17-14)=**3**, d_2=(17-7)=**10,** L=**41.5**

Sınıf Sınırları	**Frekans (fi)**	
29.5-33.5	3	
33.5-37.5	7	
37.5-41.5	14	
41.5-45.5	**17**	**Mod Sınıfı**
45.5-49.5	7	
49.5-53.5	2	
Toplam	50	

Mod=41.5+(17 - 14)*4/[(17-14)+(17-7)] =42.42

Tepe değerinin (mod) kullanışlı olabilmesi için gözlem sayısının çok fazla olması gerekir. Bazı durumlarda dağılışın birden fazla modu olabilir, çok modlu dağılışlar olabilir. Modların aynı yükseklikte olması da gerekmez. Ancak bu modların sınıf aralarının küçük değişikliği ile kaybolmayacak ayrıklıkta olması gerekir. Bu durumlarda örneğin farklı gruplardan oluştuğu anlamı çıkar.

Bazen serinin iki maksimum değeri olabilir. Bunun nedeni incelenen kütlenin homojen olmamasından ileri gelir. Örneğin kadın ve erkeklerin boy uzunluklarını gösteren seride iki maksimum nokta vardır. Biri kadınların boy uzunluğu, diğeri de erkeklerin boy uzunluğudur. Burada yapılması gereken kütleyi homojen gruplara ayırmak ve her grup için ayrı mod hesaplamaktır.

Örnek 3.28. Aşağıdaki gruplanmış serinin modunu hesaplayınız?

Sınıflar:	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	11-14
f_i :	2	7	18	12	18	5

Serinin en yüksek frekansı olan 18 hem 5-7 den az hem de 9-11 den az sınıfına aittir. Bu yüzden çift tepeli serinin sınıfları birleştirilir.

Sınıflar	:1-5 den az	5-9 dan az	9-13 den az
f_i	:9	30	23

C=4 d_1=30-9=21 d_2=30-23=7 L=5

$$Mod = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times C = 5 + \frac{21}{21 + 7} \times 4 = 8$$

Modun Özellikleri

I. Ortalamalar arasında mod en temsili olanıdır. Çünkü kütledeki birimleri önemli bir kısmına uyar.
II. Sınıflanmış serilerde modun tamsayı olması gerçeğin daha iyi yansıtılmasını sağlar. Örneğin bir bölgedeki ailelerin ortalama çocuk sayıları hesaplandığında kesirli bir rakam elde edilebilir. Oysa ortalama olarak mod alınırsa bu değer tam sayı çıkacaktır.
III. Mod anormal terimlerin etkisi altında kalmaz. Örneğin çok zengin bir kişinin köye taşındığını varsayalım. Bu kişinin gelir düzeyi tek ve serinin sonunda olacağından modu etkilemez.
IV. Mod uygulamada farkına varılmadan en çok başvurulan ortalamalardan biridir. Örneğin kundura ve hazır giyim eşyası üretiminde en çok satılan numaralar ve bedenler dikkate alınır. Buda mod demektir.
V. Adlandırma (nominal) ölçekli değişkenlerde mod kullanımı uygundur.

Modun Sakıncaları

I. Modun güvenirliliği azdır. Yani örnekten elde edilen mod popülasyon modundan çok farklı olabilir.
II. Ortancada olduğu gibi mod üzerinde de cebirsel işlemler yapılamaz.
III. Bazen verilerin ortalaması, ortancası olduğu halde modu olmayabilir. Bütün değerler farklı ise mod yoktur.

Soru. Hastalık nedeniyle işe gelmeyen işçilerin gelmedikleri gün sayısını gösteren frekans tablosu aşağıdaki şekilde olsun.

Sınıf Sayısı	**Gün(X_i)**	**İşçi Sayısı (f_i)**	**f_i*X_i**	**f_i**
1	0	5	0	5
2	1	8	8	13
Mod Snf.	2	10	20	23
Ortanca Snf.	3	9	27	32
5	4	6	24	38
6	5	5	25	43
7	6	4	24	47
8	7	2	14	49
9	8	1	8	50
		50	150	

Aritmetik Ortalama=150/50= 3 Ortanca= 3

Ortanca sınıfının X_i değeri doğrudan ortanca olarak alınır.

Mod=2, En yüksek sıklığa sahip sınıf mod sınıfı olduğundan bu sınıfa ait değer doğrudan mod değeri olarak alınır.

3.3.3. Kartiller (Quartiles)

Küçükten büyüğe doğru sıralanmış bir seriyi 4, 10, 100 eşit kısma bölen terimler vardır. Genel olarak **kantil** adı verilen bu değerlerden dörde bölenler **kartil (çeyreklikler),** ona bölenler **desil (ondabirlikler)** ve yüze bölenler **santil** (yüzdebirlikler) olarak adlandırılır. Kartillerin sayısı 3, desillerin 9 ve santillerin sayısı 99 dur. Medyan 2. kartile, 5. desile ve 50. santile eşittir.

Kümeye dört eşit parçaya bölen değerleri Q_1, Q_2, Q_3 ile gösterelim. Bunlar birinci, ikinci ve üçüncü yüzdelik olarak adlandırılır. Burada Q_2 medyandır.

Basit seride 1. kartil yani 1. yüzdelik (n+1)/4'üncü terimdir. 3. kartil ise 3(n+1)/4'üncü terimdir. Eğer Q_1 ve Q_3 tam veya buçukla bitiyorsa medyandaki gibi davranılır. Buna karşılık tam veya buçukla bitmeyen sayılar için buçuktan küçük küsurlar atılır, buçuktan büyük sayılar ise tam sayıya dönüştürülür.

Örnek 3.29. aşağıdaki serilerin kartillerini hesaplayınız?

X_i :11 22 34 46 57

Y_i :12 23 36 49

X serisi 1. kartil : (n+1)/4=(5+1)/4=1,5 terim yani Q_1=(11+22)/2=16,5

veya (22-11)*0,5=5,5 1.terim 11, Q_1=11+5,5=16,5

3. kartil :3(n+1)/4=3(5+1)/4=4.5 terim yani Q_3=(46+57)/2=51,5

veya (57-46)*.05=5,5 4. Terim 46 , Q_3=46+5,5=51,5

Y serisi 1. kartil : (n+1)/4=(4+1)/4=1,25 terim (23-12)*0,25=2,75
Q_1=12+2,75=14,75

3. kartil : 3(n+1)/4 =3(4+1)/4=3,75 terim (49-36)*0,75=9,75

Q_3=36+9,75=45,75

Örnek 3.30. Aşağıdaki sınıflanmış serilerin kartillerini bulunuz?

A Serisi			B Serisi		
X_i	f_i	$\sum f_i$	X_i	f_i	$\sum f_i$
11	2	2	13	3	3
22	3	5	24	6	9
34	4	9	37	4	13
45	2	11	48	5	18

A serisi : (n+1)/4=(11+1)/4=3. terim birinci kartildir. $Q_1=22$

3(n+1)/4=3(11+1)/4=9. terim üçüncü kartildir. $Q_3=34$

B serisi : (n+1)/4=(18+1)/4=4,75 terim birinci kartildir. $Q_1=24$

3(n+1)/4=3(18+1)/4=14,25 terim üçüncü kartildir. $Q_3=48$

Gruplanmış Serilerde Kartillerin Hesabı

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - F_{(i-1)}}{f_i} \times C \qquad Q_3 = L + \frac{\frac{3n}{4} - F_{(i-1)}}{f_i} \times C$$

.

L: Medyan sınıfının alt sınır değeri

n= Toplam gözlem sayısı

$F_{(i-1)}$ = Medyan sınıfından önceki sınıfların frekans toplamı

f_i= Medyan sınıfının kendi sınıf frekansı

C= sınıf genişliği

Kartil sınıfının belirlenmesinde yine kümülatif frekanslardan ayarlanılır. n/4'üncü terimi içeren sınıf 1. kartil sınıfı, 3N/4'üncü terimim içeren sınıf ise 3. kartil sınıfı kabul edilir.

n/4 ve 3n/4 tam sayı olmasa da formüller yine aynen kullanılır ve bu durumda kartiller yaklaşık bir değere sahip olur.

Örnek 3.31. Aşağıdaki gruplanmış serinin katillerini bulunuz?

Sınıflar	:0-2 den az	2-4 den az	4-6 dan az	6-8 den az
f_i	:4	3	1	2
Toplam f_i	:4	7	8	10

N/4=10/4=2,5'inci terim 1. kartildir. Böylece 1. kartil sınıfı 0-2 den az sınıfıdır.

L=Medyan sınıfının alt sınır değeri=0

n= Toplam gözlem sayısı=10

F_{i-1} = Medyan sınıfından önceki sınıfların frekans toplamı=0

f_i= Medyan sınıfının kendi sınıf frekansı=4

C= sınıf genişliği=2

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - F_{(i-1)}}{f_i} \times C = 0 + \frac{2,5-0}{4} \times 2 = 1,25$$

3N/4=30/4=7.5'inci terim 3. kartildir. Böylece 3. kartil sınıfı 4-6 dan az sınıfıdır.

L=Medyan sınıfının alt sınır değeri=4

N= Toplam gözlem sayısı=10

Fi-1 = Medyan sınıfından önceki sınıfların frekans toplamı=7

fi= Medyan sınıfının kendi sınıf frekansı=1

C= sınıf genişliği=2

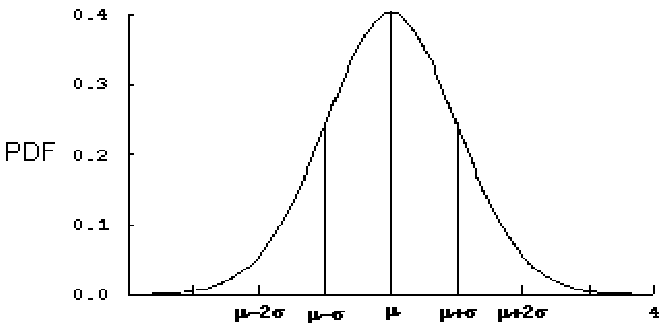
$$Q_3 = L + \frac{\frac{3n}{4} - F_{(i-1)}}{f_i} \times C = 4 + \frac{7,5-7}{1} \times 2 = 5$$

3.4. Ortalama Türünün Seçimi

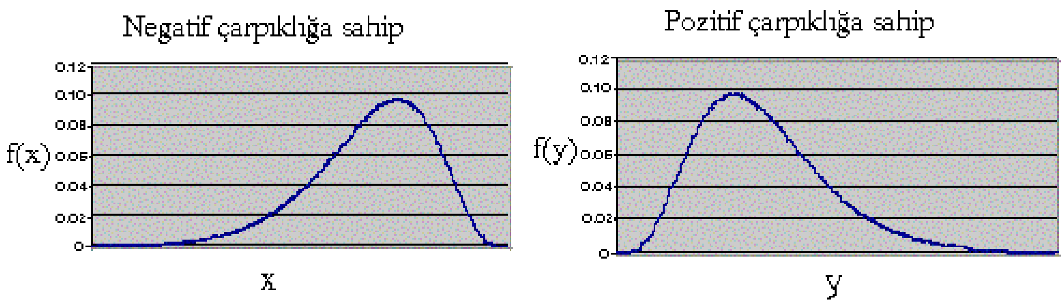
- ✓ Ortalama kıyaslama amacıyla hesaplandığında *Aritmetik Ortalama* tercih edilir. Çünkü Aritmetik Ortalama bütün terimler yada sınıflar üzerinden hesaplanan en duyarlı ortalamadır.
- ✓ Araştırmanın amacı seriyi kıyaslamayıp, seriyi temsil etmek ise yerine göre *Mod* yada *Medyan* tercih edilir.
- ✓ Terimlerin kendileri yerine oranları bizi ilgilendiriyorsa *Geometrik Ortalama* tercih edilir.
- ✓ Terimlerin tersleri ile ilgileniliyorsa *Harmonik ortalama* kullanılır.
- ✓ Sıfır veya negatif işaretli değerlere sahip serilerde *Harmonik ve Geometrik Ortalama* hesaplanamaz.
- ✓ Sınıf genişlikleri eşit olamayan gruplanmış serilerde *Medyanın* hesaplanması uygundur.
- ✓ Seri terimleri arasında önem farkı bulunduğunda *Tartılı Ortalama* uygulanır.
- ✓ Ortalama, ortanca ve mod arasında aşağıdaki genel ilişki vardır.

  Ortalama – Mod= 3* (Ortalama – Ortanca)

- ✓ Sıralamalı ölçümlü özelliklerde veya bütün değerlerin elde edilmesinin uzun zaman aldığı bazı durumlarda *Medyanın* kullanılması uygundur. Örneğin öğrenme davranışının incelendiği bir araştırmada bazı bireyler çok geç öğrenebilir, ortalama için bunu beklemek gerekir, *Medyan* için bunu beklemeye gerek kalmaz.



25. yüzdelik(1. çeyrek)



Simetrik eğri :

Mod=Medyan=A.O.

Uç nokta olmayan

en küçük değer

3.5. EXCEL VE SPSS'TE ORTALAMA HESABI

Örnek 3.32. Bir bölgedeki binaların yaşları aşağıdaki gibi bulunmuştur. Bu binaların ortalama yaşını duyarlı ve duyarlı olmayan ortalamalara göre Excel ve SPSS'te bulunuz.

	A
1	Bina Yaşı
2	1
3	3
4	5
5	8
6	10
7	10
8	10
9	15
10	18
11	20
12	20
13	25
14	32
15	35
16	40

Aritmetik Ortalama	=ORTALAMA(A2:A16)	16,8
Birinci Kartil	=DÖRTTEBİRLİK(A2:A16;1)	9
Üçüncü Kartil	=DÖRTTEBİRLİK(A2:A16;3)	22,5
Geometrik Ortalama	=GEOORT(A2:A16)	11,95
Harmonik Ortalama	=HARORT(A2:A16)	6,51
Ortanca	=ORTANCA(A2:A16)	15
Mod	=ENÇOK_OLAN(A2:A16)	10

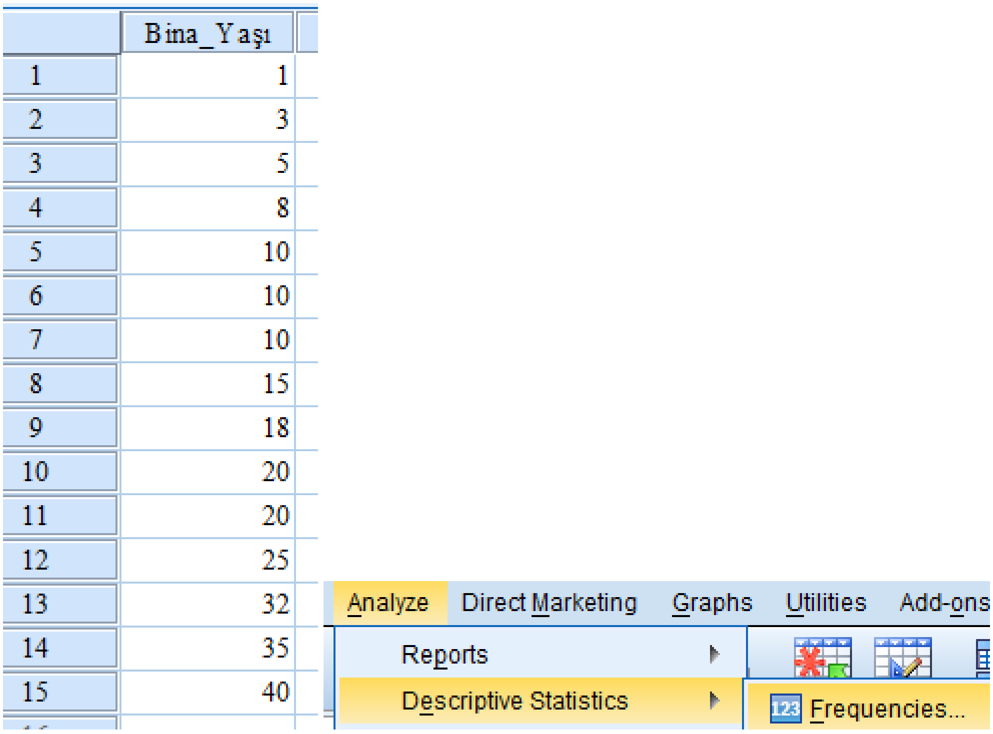
Excel'de dörttebirlik komutunun işlevi aşağıdaki gibidir:

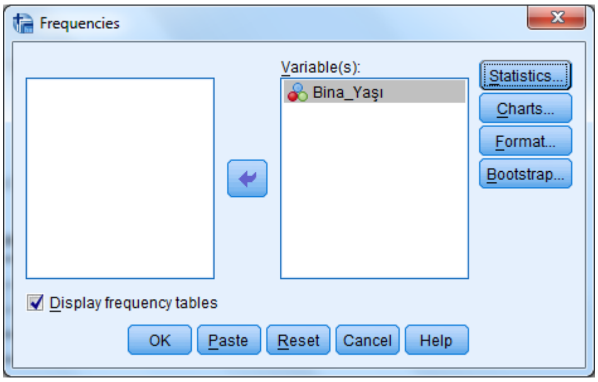
=DÖRTTEBİRLİK(A2:A16;?)

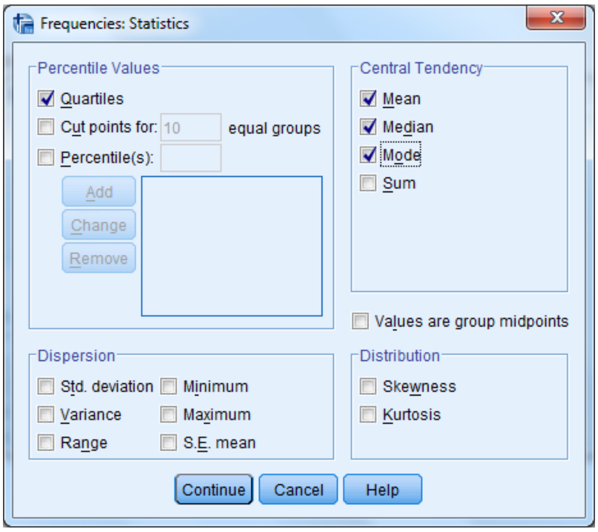
? işareti yerine aşağıdaki değerler girilerek istenen ifade bulunur.

DÖRTTEBIR DEĞERI	DÖRTTEBİRLİK SONUCU
0	En küçük değer
1	İlk dörttebirlik (25. yüzdebirlik)
2	Ortanca değer (50. yüzdebirlik)
3	Üçüncü dörttebirlik (75. yüzdebirlik)
4	En büyük değer

SPSS ÇÖZÜMÜ:



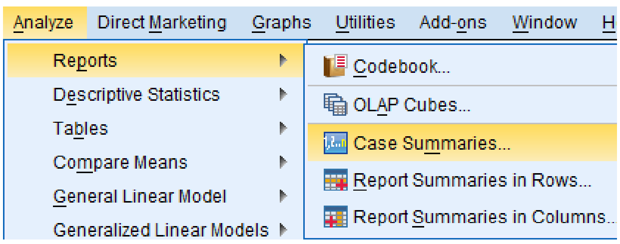


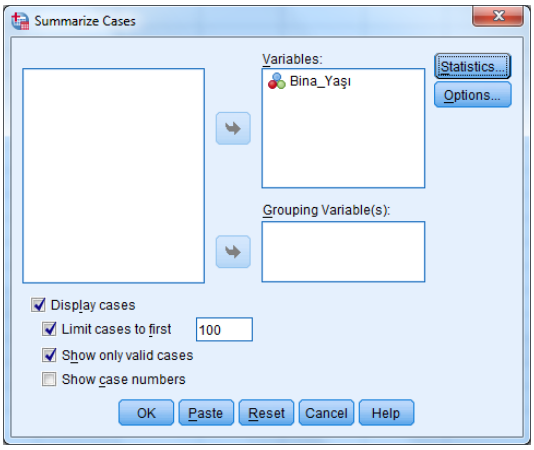


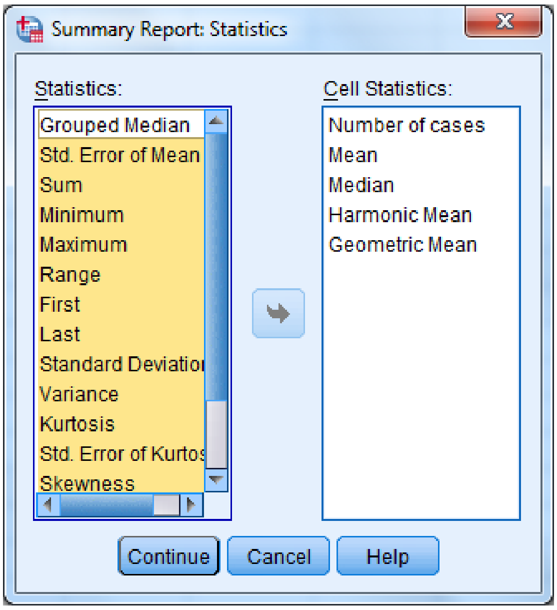
Statistics

Bina_Yaşı

N	Valid	15
	Missing	0
Mean		16,80
Median		15,00
Mode		10
Percentiles	25	8,00
	50	15,00
	75	25,00







Case Summaries[a]

		Bina_Yaşı
1		1
2		3
3		5
4		8
5		10
6		10
7		10
8		15
9		18
10		20
11		20
12		25
13		32
14		35
15		40
Total	N	15
	Mean	16,80
	Median	15,00
	Harmonic Mean	6,51
	Geometric Mean	11,95

a. Limited to first 100 cases.

3.6. ÖRNEK PROBLEMLER

1. Beş iş gününde bir banka şubesinde toplam 120 hesap açtırılmış ise günlük hesap açılma ortalaması kaçtır?

a)5 b) 12 c) 24 d) 60 e) 700

2. Bir öğrencinin istatistik dersinden I. arasınav notu 50, II. arasınav notu 60 ve final notu ise 60 dır. Dersin geçme notu için vizelerin %20 si, finalin ise %60 I alınacaktır. Buna göre bu öğrencinin başarı notu kaçtır?

a)58 b) 60 c) 64 d) 66 e) 70

3. Sınıflar	:0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
f	: 2	5	6	10	5	2	4

Serisinin medyanı kaçtır?

a)15 b) 16 c) 17 d) 18 e) 20

4.20, 32, 25, 28, 45, 50 veri serisinin medyanı kaçtır?

a)25 b) 30 c) 32 d) 26,5 e) 28

5.2, 3, 4, 3, 2, 3, 5, 6, 7 veri serisinin modu kaçtır?

a)3 b) 2 c) 4 d) 4,5 e) 5

6.Bir işyerinde çalışan 100 işçinin almış oldukları ücretlerin aralıkları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

İşçi Ücretleri	İşçi sayısı
500	5
750	5
1000	35
1250	25
1500	30
TOPLAM	100

İşçilerin aldıkları ücret ortalamasının mod'u nedir?

a)1250 b) 1500 c) 1000 d) 25 e) 35

Cevaplar:
1-c, 2-a, 3-c, 4-b, 5-a, 6-c