SPSS İLE İSTATİSTİKSEL VERİ ANALİZİ

Statistical Packages for the Social Sciences

PROF.DR.YÜKSEL TERZİ

ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ
SAMSUN

2019

Kİ-KARE TESTİ

Günümüzde yapılan birçok araştırmada nicel (sayısal) değişkenlerden ziyade nitel (sayısal olmayan) değişkenlerin dikkate alındığı gözlemlenmektedir. Ayrıca bazen nicel değişkenler uygun biçimde gruplandırma ile nitel değişken durumuna getirilebilir. İşte sayısal olmayan (nitel) değişkenlere ki-kare (χ^2) testi uygulanır.

Normal dağılan bir anakütleden rasgele çekilen n hacimli örneklem için ki-kare istatistiği hesaplanır.

Kİ-KARE DAĞILIŞI

Ki - kare dağılışı birbirinden bağımsız standart normal dağılıma sahip (z~$N_z(0,1)$) X rasgele değişkenlerinin karelerinin toplamının göstermiş olduğu dağılıştır. Ya da normal dağılıma sahip X rasgele değişkenlerinden sırasıyla her biri için anakütle ortalaması çıkartılıp, standart sapmaya bölünerek elde edilen standartlaştırılmış X rasgele değişkenlerinin kareleri toplamının gösterdiği dağılış olarak tanımlanabilir (Ergün, 1995).

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ iken $z = \dfrac{(X-\mu)}{\sigma}$ dönüşümü ile standartlaştırılır ve dağılış z~$N_z(0,1)$ şekline döner. Birbirinden bağımsız k tane örnek için elde edilen bu değerlerin kareleri toplamı,

$$Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + \ldots + Z_k^2 = \sum_{i=1}^{k} Z_i^2 \text{ olup,}$$

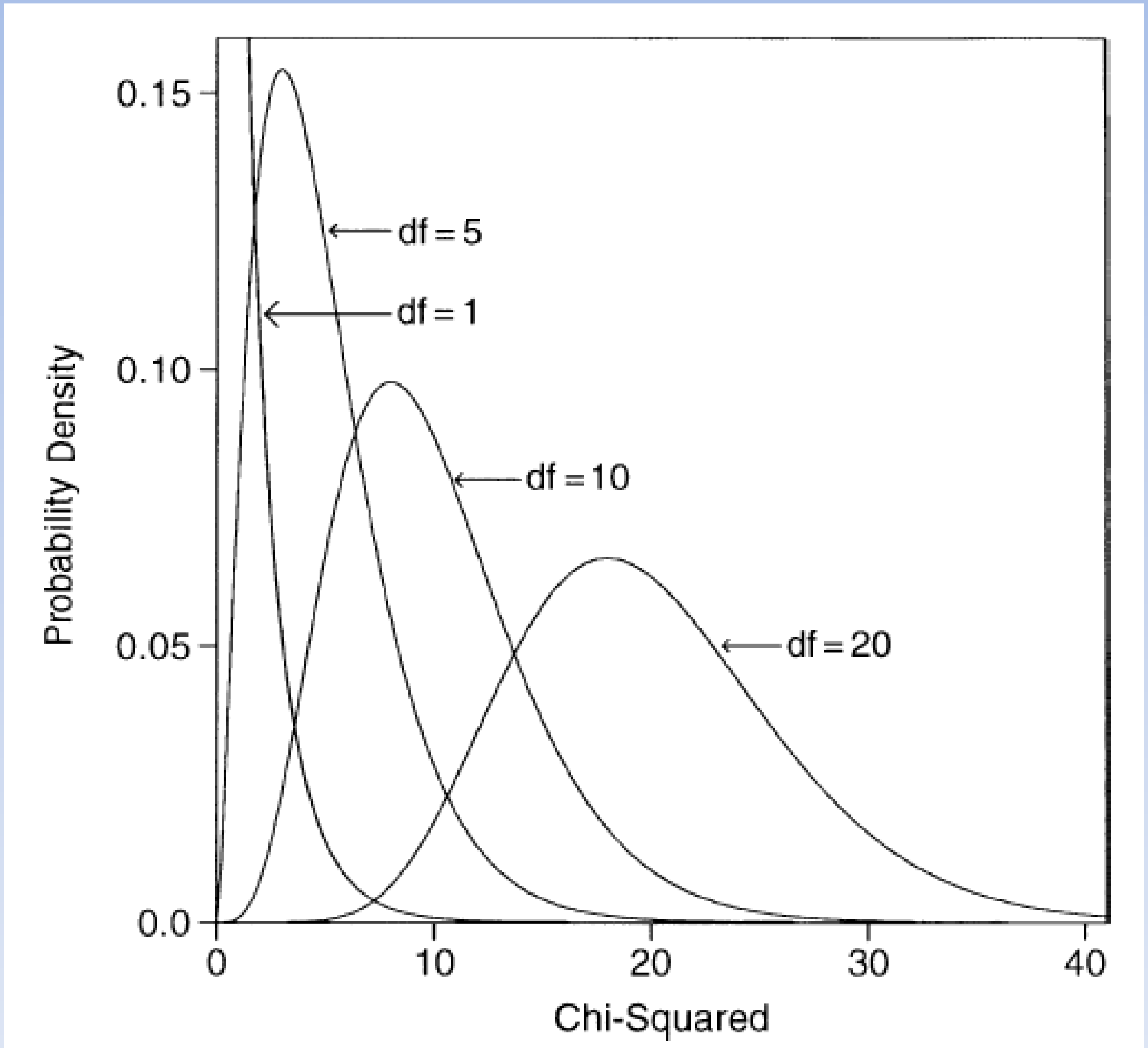
k serbestlik dereceli χ^2 dağılımı gösterir. χ^2 dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} \chi^{k/2-1} e^{-1/2} \qquad , x > 0$$

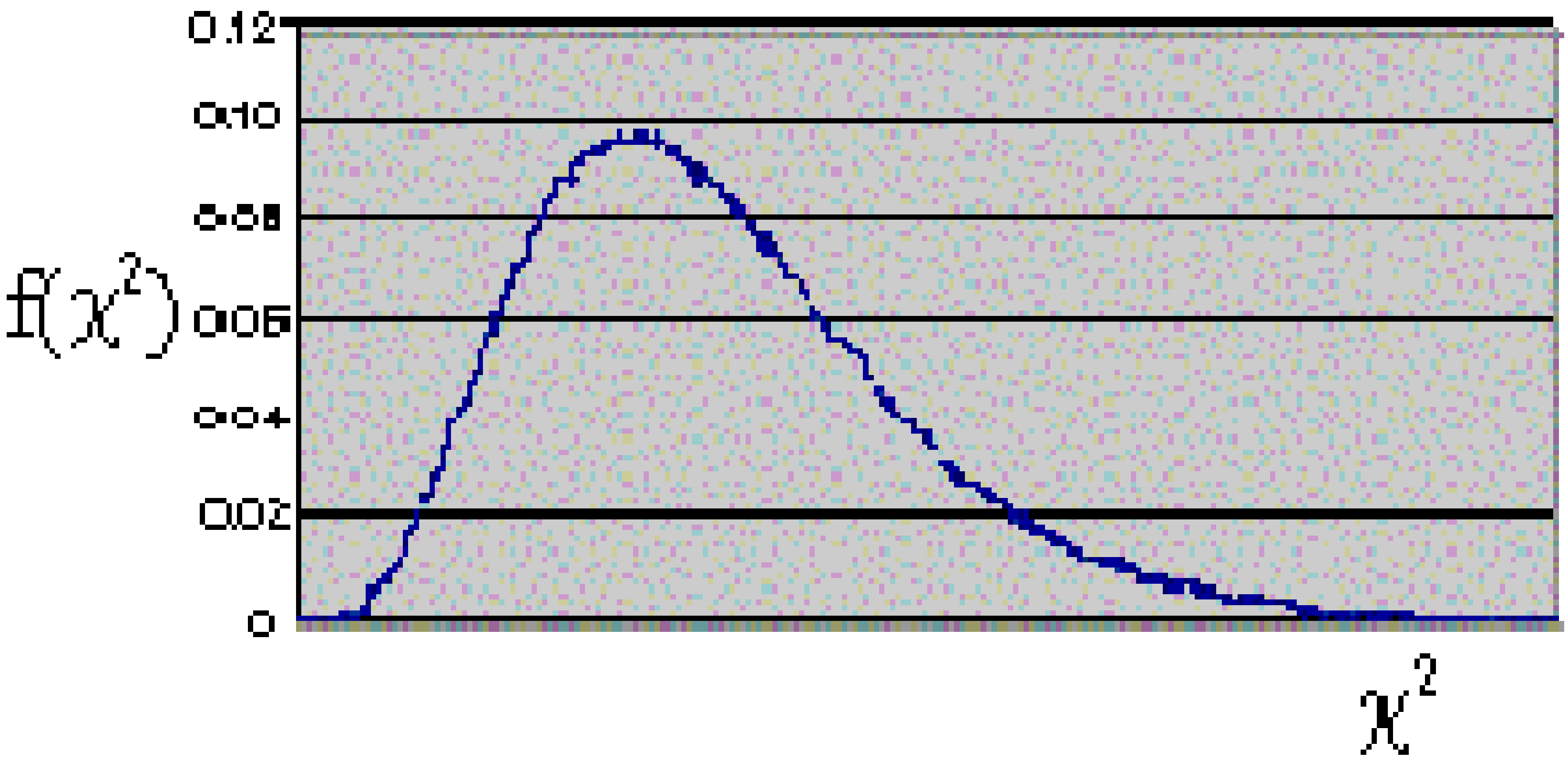
$$= 0 \qquad , x \leq 0$$

şeklindedir.

Ki-kare dağılımının tek parametresi serbestlik derecesidir (k). Ki-kare dağılışı <u>sağa çarpık</u> bir dağılıştır, serbestlik derecesi (k) arttıkça çarpıklık azalır ve dağılış normal dağılışa yaklaşır.



Ki-kare dağılımı sağa (pozitif) çarpık dağılıştır.



Ki-kare Testinin Kullanım Amaçları

1. Bir frekans dağılımının herhangi bir teorik dağılıma uyup uymadığının kontrolü için yapılan testler
2. İki veya daha fazla gruptaki oranların eşitliğinin testi için yapılan testler
3. İki özelliğin birbirinden bağımsız olup olmadığının testi
4. Örnek frekanslarının homojenlik kontrolü

Yukarıdaki durumlarda χ^2 dağılışı kullanılarak hipotez testleri yapılabilir. χ^2 dağılışı sürekli ve sağa çarpık bir dağılıştır, üst kuyruğu daha uzundur. Genelde H_1 hipotezi tek yönlü olarak kurulur. Eğer çift yönlü kurulma mecburiyeti doğarsa o zaman alt ve üst bölgedeki kritik red bölgesi ayıran tablo değerleri ayrı ayrı okunur. Süreksiz bir dağılışa yaklaşımda kullanıldığında Yates düzeltmesi zorunludur.

Kİ-KARE (χ^2)- UYGUNLUK TESTİ

n hacimli bir örneklemin anakütleyi iyi temsil edip etmediğinin veya hangi dağılıma sahip bir anakütleden geldiği ki-kare uygunluk testi ile belirlenebilir. Beklenen değerler ile elde edilen değerler (gözlem) arasındaki uygunluk araştırılır.

H_0: Örneklem anakütleyi temsil edebilir (örneklem dağılımı anakütle dağılımına uygundur).
H_1: Örneklem anakütleyi temsil edemez (örneklem dağılımı anakütle dağılımına uygun değildir).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \frac{(G_i - T_i)^2}{T_i} = \sum_{i=1}^{r} \frac{G_i^{\,2}}{T_i} - n$$

G_i: Gözlenen frekanslar **T_i: Teorik frekanslar** **S.d.=r–1**

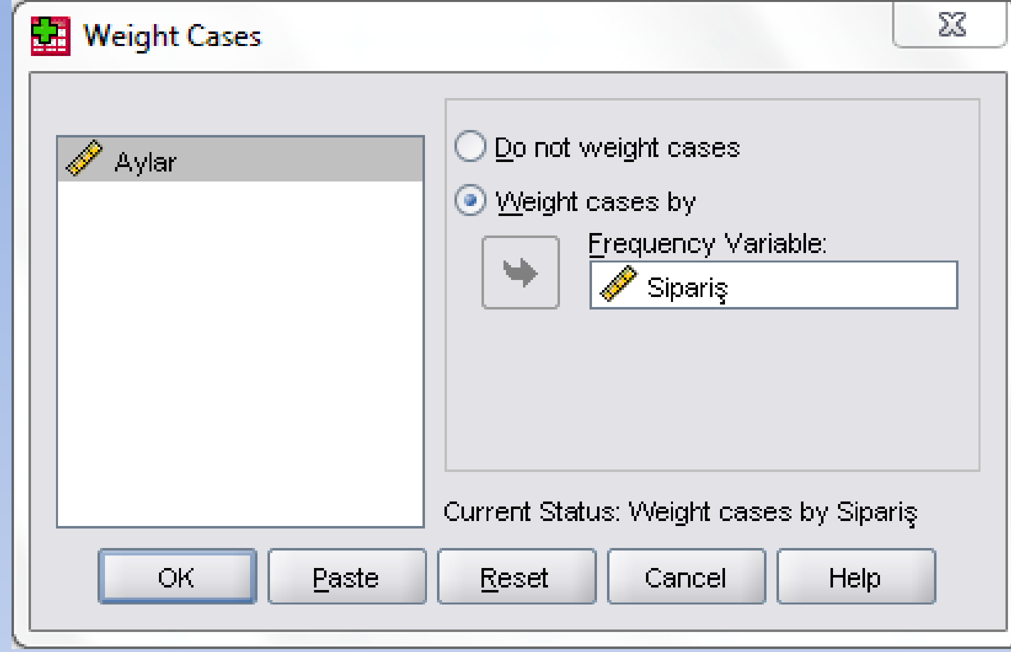
$\chi^2 \leq \chi^2_{tablo}$ **ise H_0 reddedilemez.**

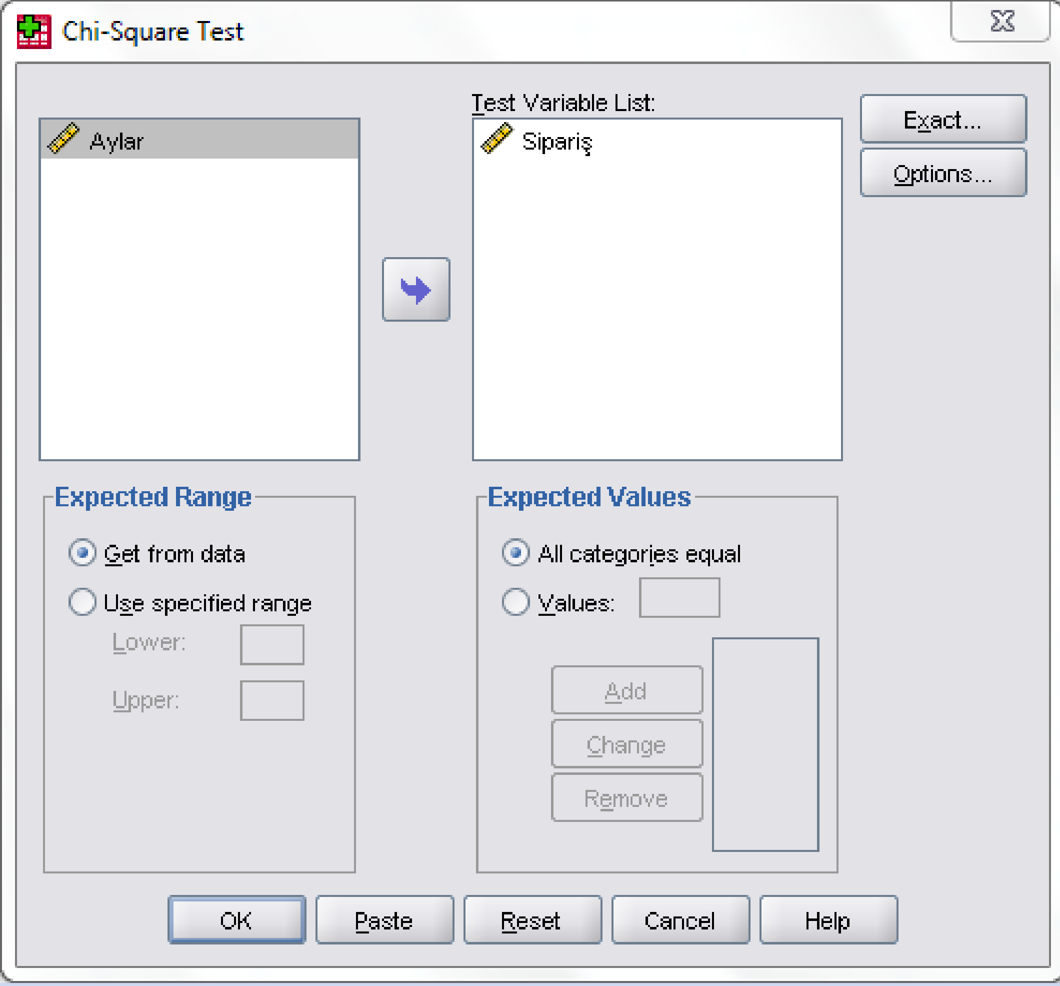
Örnek. Bir araba firması bayilerden almış olduğu sipariş miktarlarının aylara göre değişip değişmediğini öğrenmek istiyor. Bu amaçla 12 aylık sipariş miktarları aşağıdaki gibi bulunmuştur.

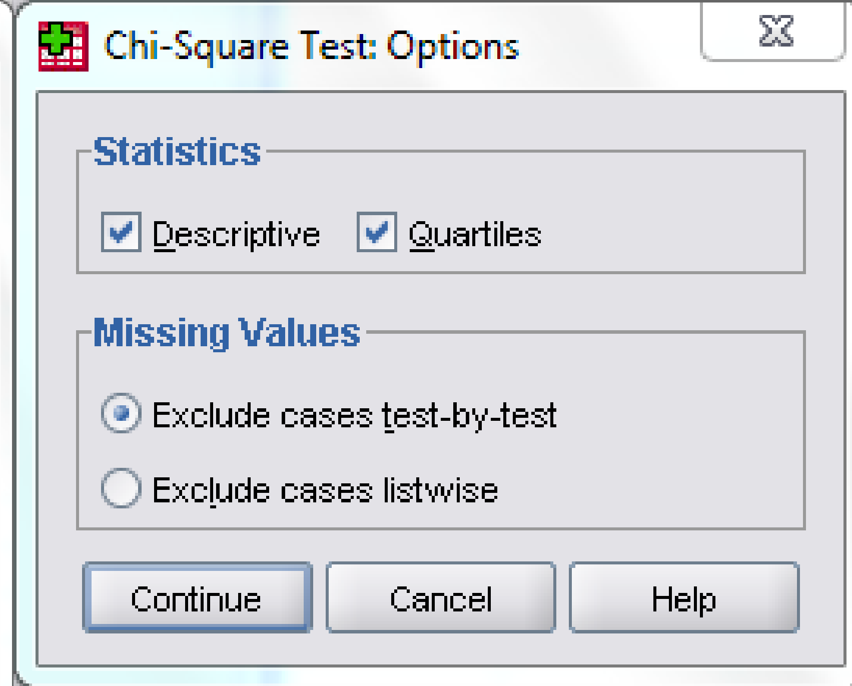
Ay	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Sip.	45	55	56	61	63	75	84	90	96	100	104	110

H_0: Aylara göre sipariş miktarları arasında fark yoktur.
H_1: Aylara göre sipariş miktarları arasında fark vardır.

Aylar	Sipariş
1	45
2	55
3	56
4	61
5	63
6	75
7	84
8	90
9	96
10	100
11	104
12	110







Descriptive Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum	Percentiles		
						25th	50th (Median)	75th
Sipariş	939	83,91	20,216	45	110	63,00	90,00	100,00

Sipariş

	Observed N	Expected N	Residual
45	45	78,3	-33,3
55	55	78,3	-23,3
56	56	78,3	-22,3
61	61	78,3	-17,3
63	63	78,3	-15,3
75	75	78,3	-3,3
84	84	78,3	5,8
90	90	78,3	11,8
96	96	78,3	17,8
100	100	78,3	21,8
104	104	78,3	25,8
110	110	78,3	31,8
Total	939		

Test Statistics

	Sipariş
Chi-Square	67,888[a]
df	11
Asymp. Sig.	,000

a. 0 cells (,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 78,3.

Tabloda her ay için gözlenen (Observed) ve beklenen (Expected) aylık sipariş miktarı ve bunların farkları (residual) verilmiştir.

Beklenen aylık sipariş miktarı: 939/12=78.3

p=0.00<0.05 olup H0 red edilir. Aylara göre sipariş miktarları arasında önemli bir farklılık vardır.

Binom Dağılımına Uygunluk

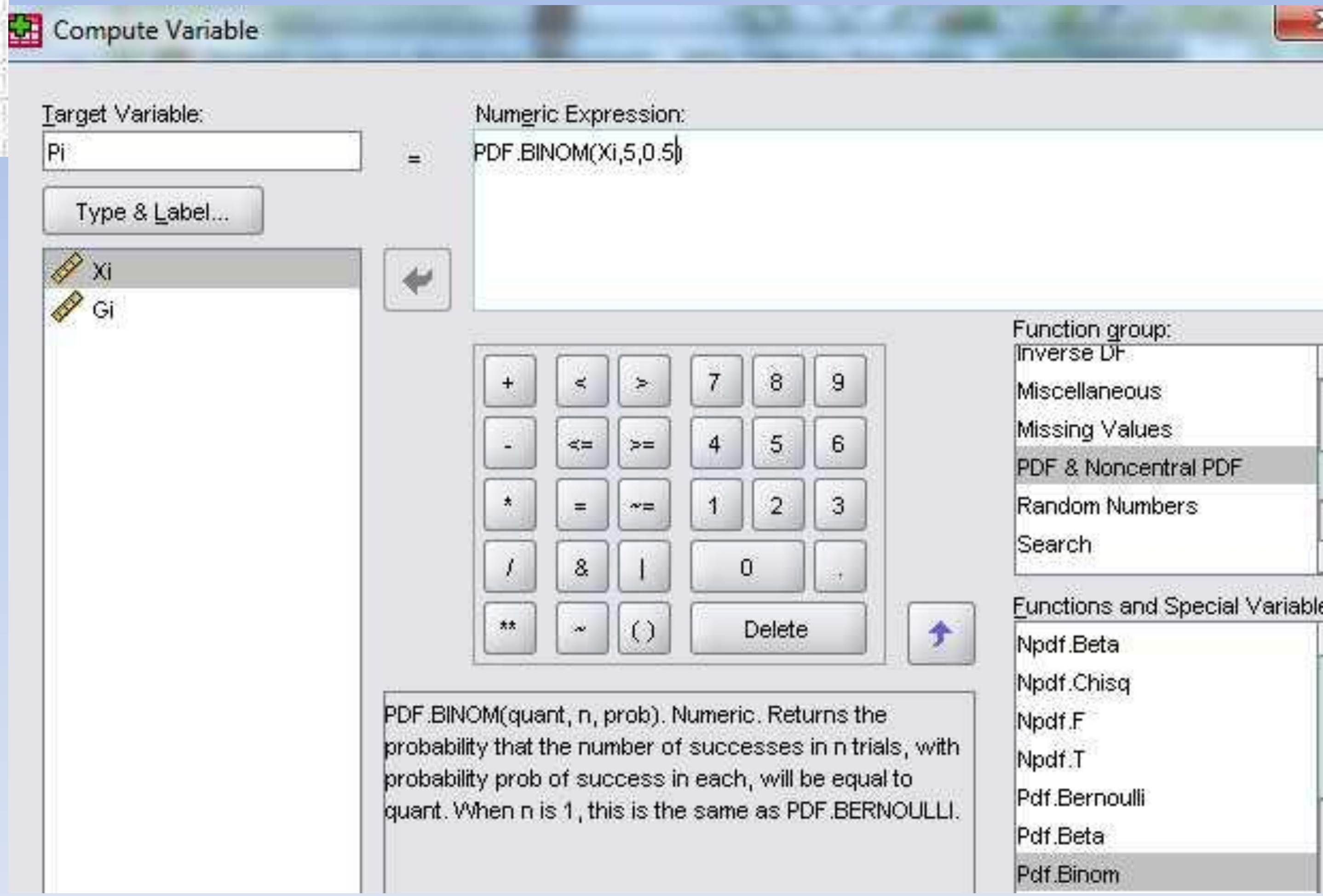
Örnek. 5 çocuklu 280 ailenin çocuklarının cinsiyete göre frekans dağılımı aşağıdaki gibidir. Toplumda erkek ve kız çocuk doğum olasılığı 0,5 ise tablodaki verilere göre erkek çocuk sayılarının Binom dağılımına uygunluğunu test ediniz?

Erkek Say. (Xi)	0	1	2	3	4	5
Aile Say. Gi(fi)	11	49	86	82	40	12

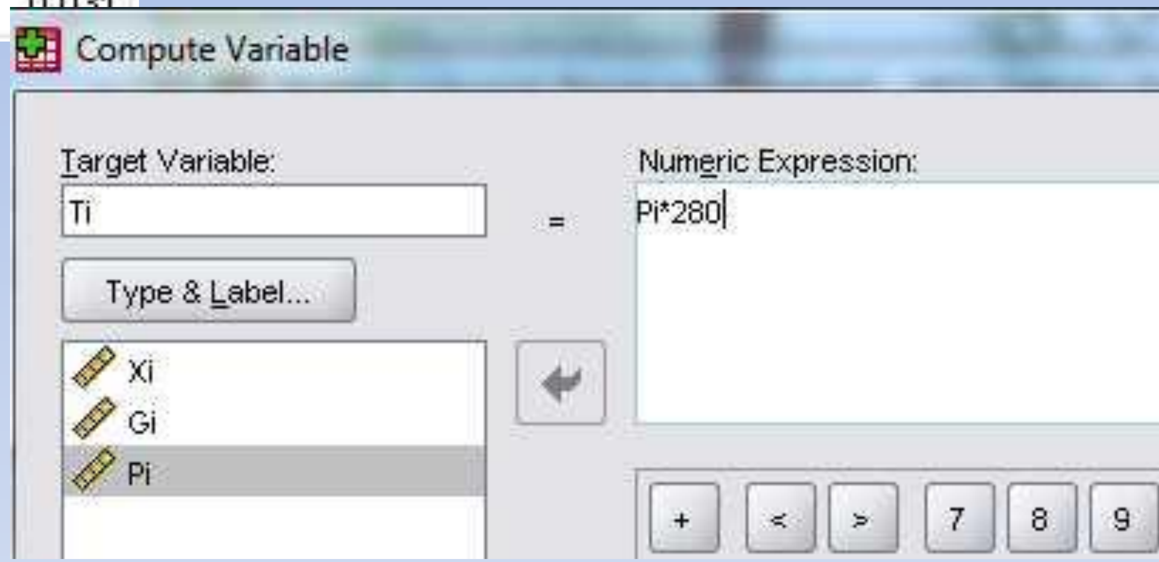
H_0: Veriler Binom dağılımına uygundur.

H_1: Veriler Binom dağılımına uygun değildir.

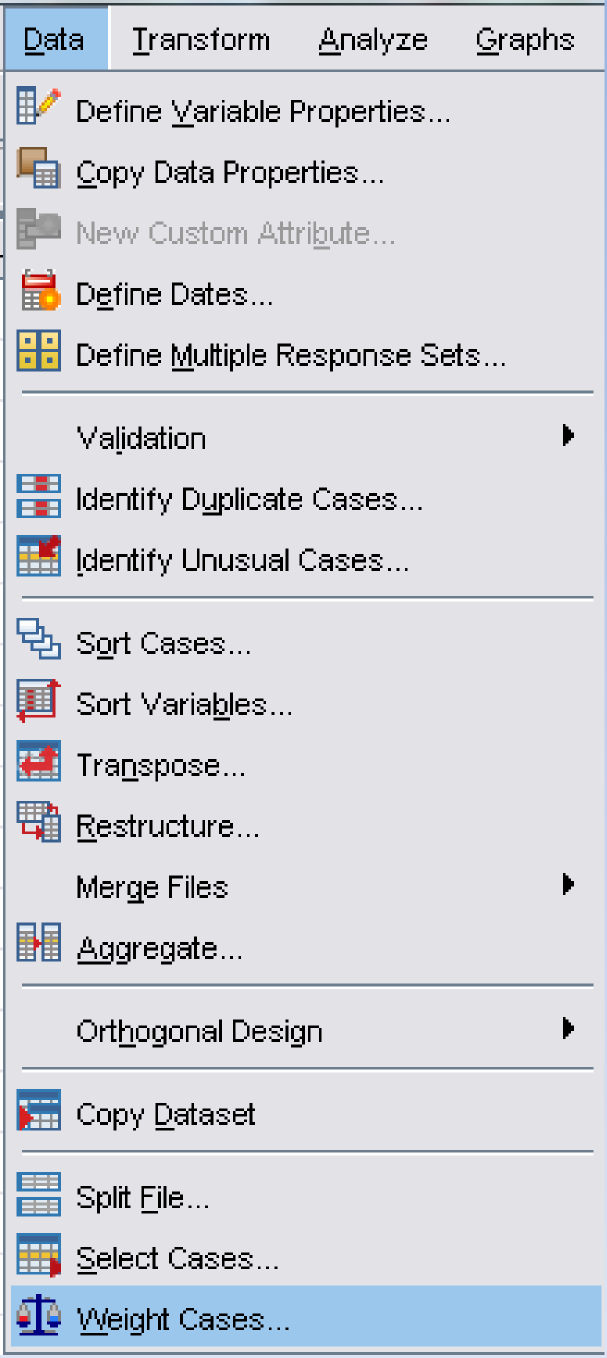
Xi	Gi
0	11
1	49
2	86
3	82
4	40
5	12

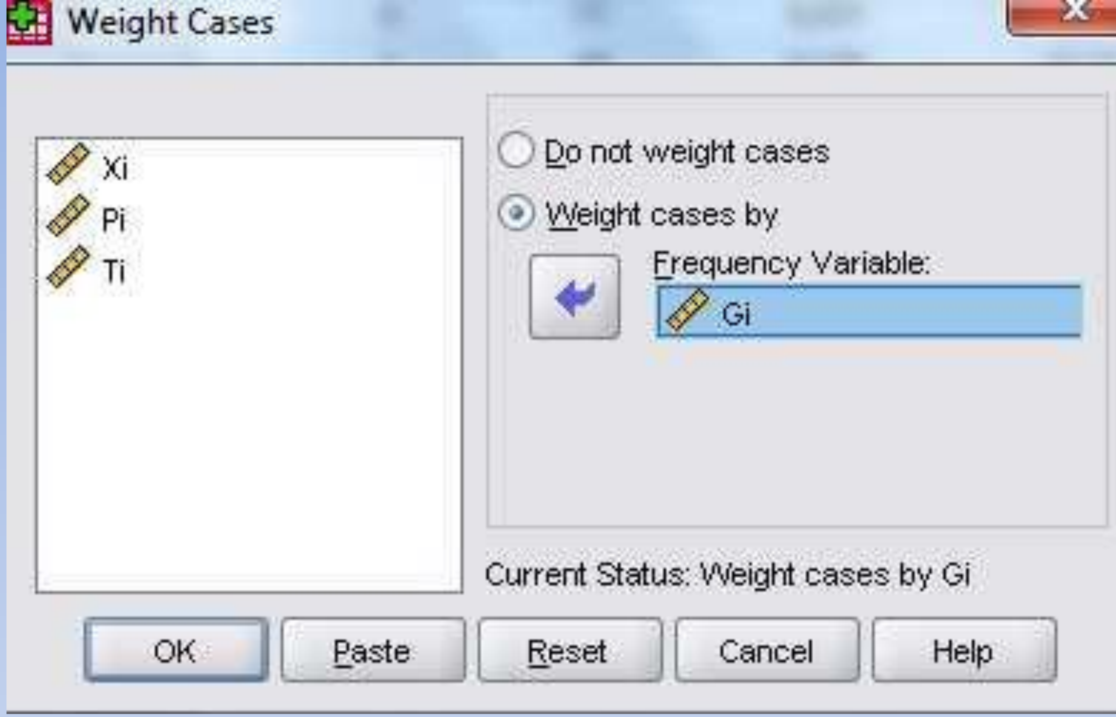


Xi	Gi	Pi
0	11	0,031
1	49	0,156
2	86	0,313
3	82	0,313
4	40	0,156
5	12	0,031

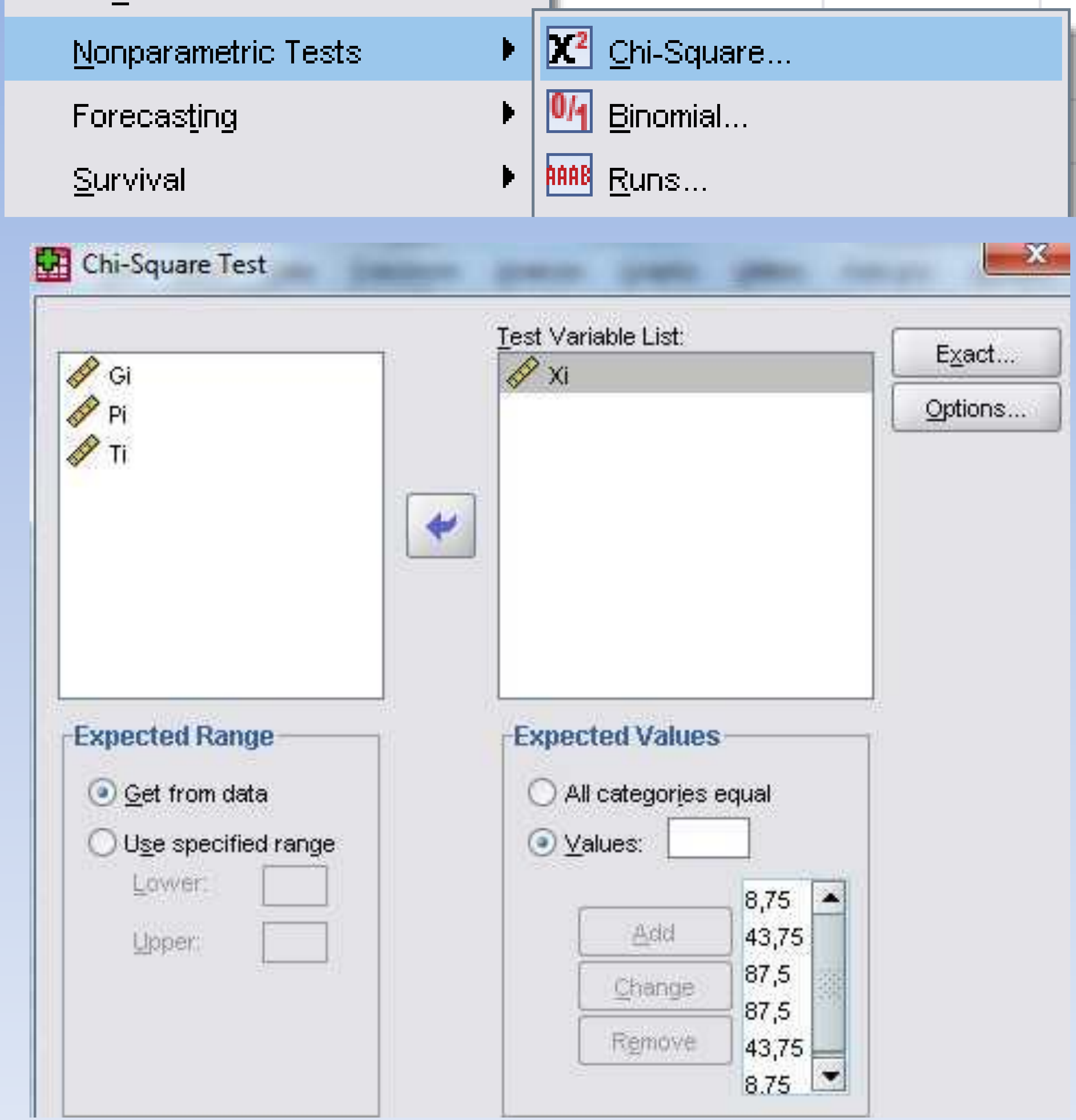


Xi	Gi	Pi	Ti
0	11	0,031	8,75
1	49	0,156	43,75
2	86	0,313	87,50
3	82	0,313	87,50
4	40	0,156	43,75
5	12	0,031	8,75





Aile sayısı ağırlandırılır (frekans değişkeni olarak tanımlanır).


Nonparametric Tests
Forecasting
Survival
Chi-Square...
Binomial...
Runs...
Chi-Square Test
Test Variable List:
Exact...
Options...
Gi
Pi
Ti
Xi
Expected Range
Get from data
Use specified range
Lower:
Upper:
Expected Values
All categories equal
Values:
Add
Change
Remove
8,75
43,75
87,5
87,5
43,75
8,75

erkek_say

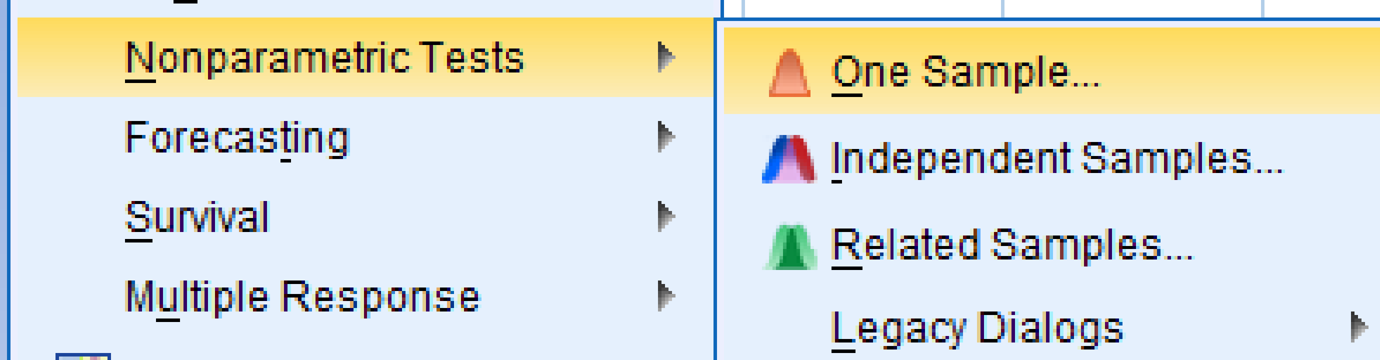
	Observed N	Expected N	Residual
0	11	8,75	2,3
1	49	43,75	5,3
2	86	87,50	-1,5
3	82	87,50	-5,5
4	40	43,75	-3,8
5	12	8,75	3,3
Total	280		

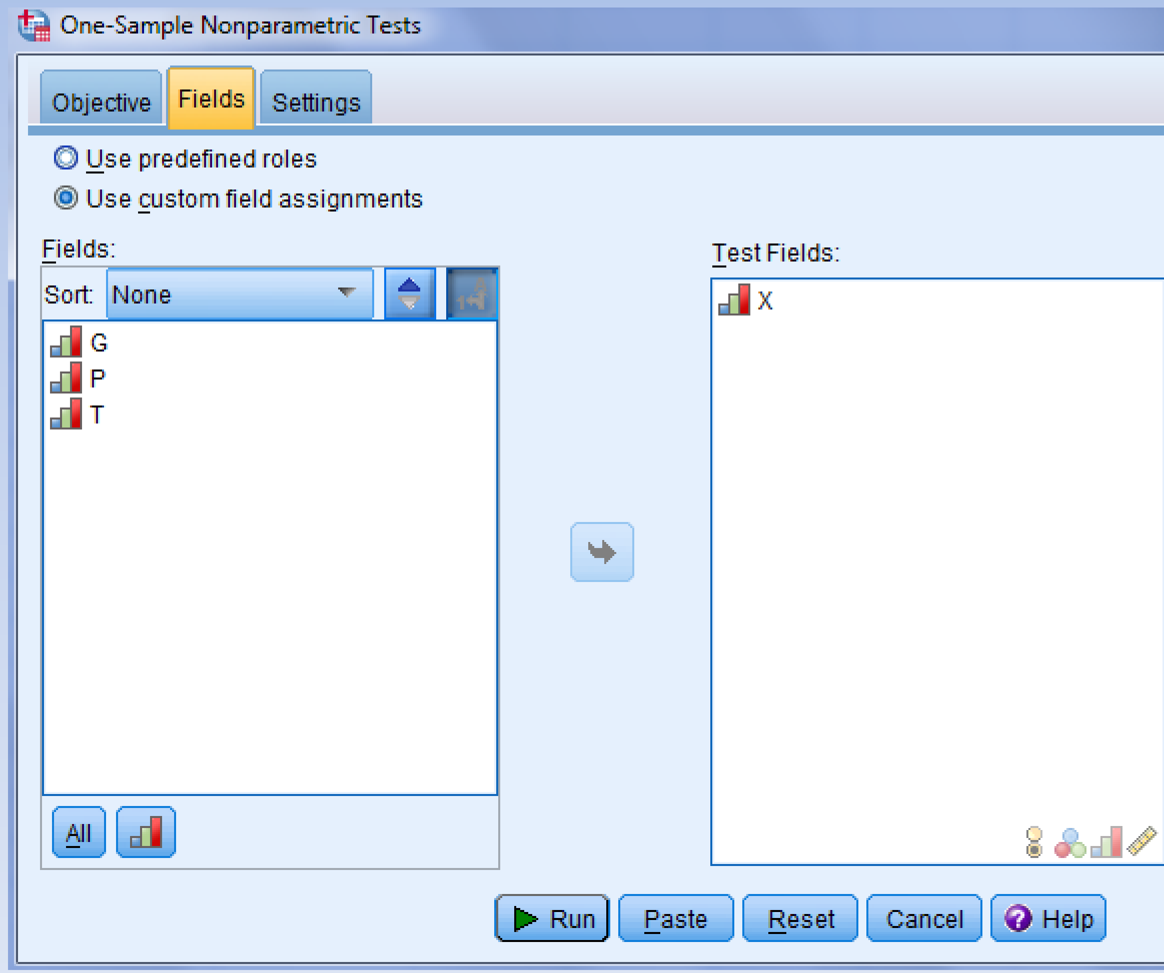
Test Statistics

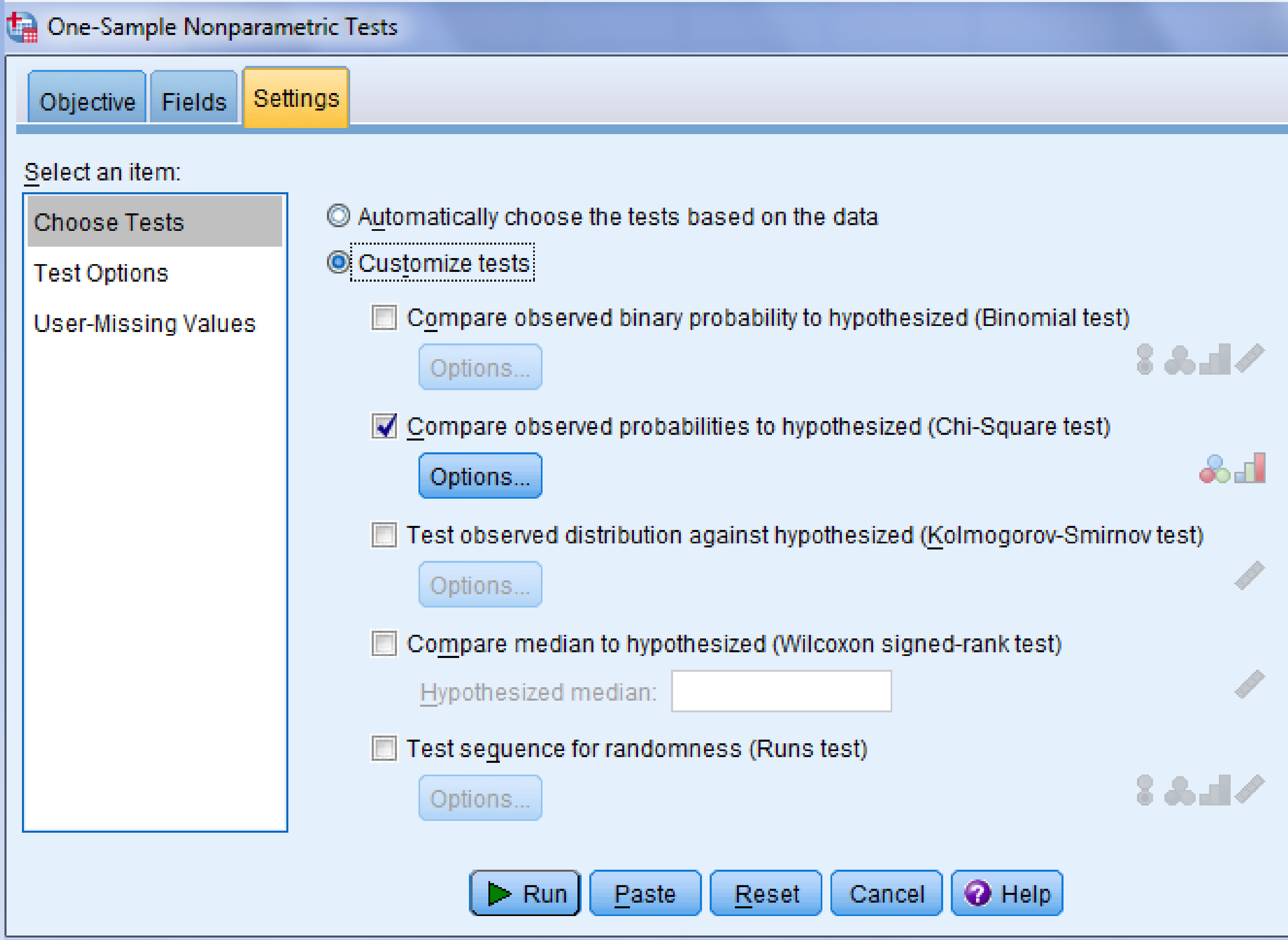
	erkek_say
Chi-Square	3,109[a]
df	5
Asymp. Sig.	,683

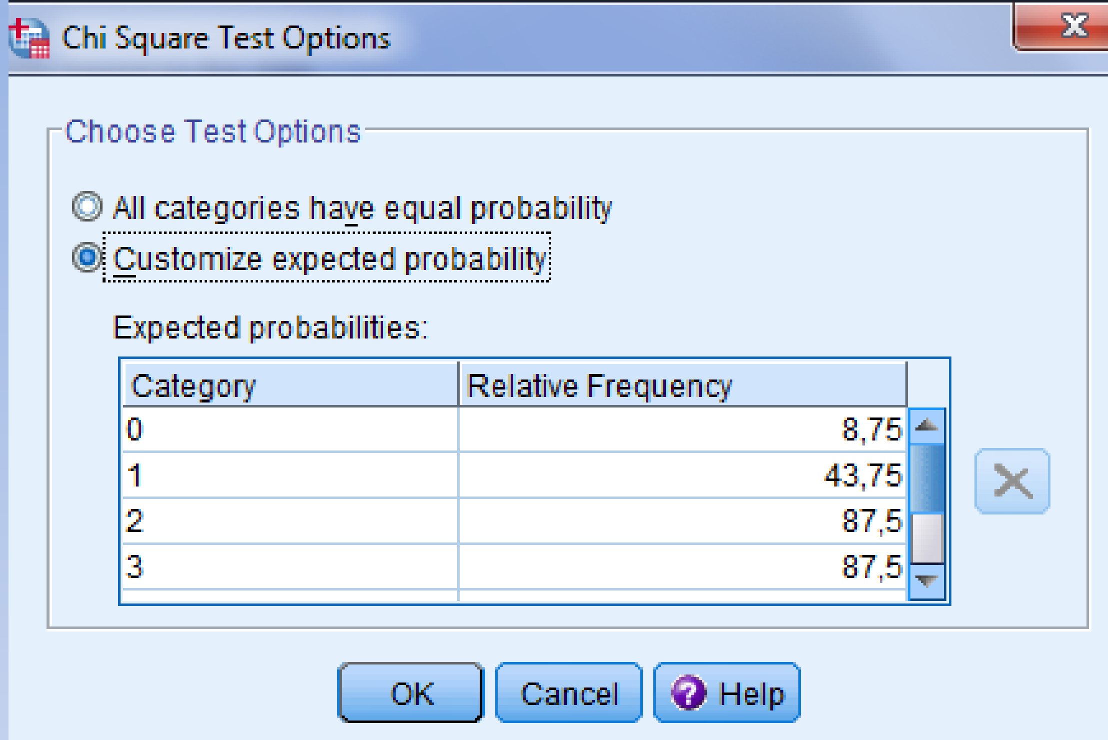
a. 0 cells (,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 8,8.

P=0,683>0,05 olup yokluk hipotezi kabul edilir. Yani erkek çocukların frekans dağılımı Binom dağılımına uymaktadır.


Nonparametric Tests
Forecasting
Survival
Multiple Response
One Sample...
Independent Samples...
Related Samples...
Legacy Dialogs


One-Sample Nonparametric Tests
Objective
Fields
Settings
Use predefined roles
Use custom field assignments
Fields:
Sort:
None
G
P
T
All
Test Fields:
X
Run
Paste
Reset
Cancel
Help


One-Sample Nonparametric Tests
Objective
Fields
Settings
Select an item:
Choose Tests
Test Options
User-Missing Values
Automatically choose the tests based on the data
Customize tests
Compare observed binary probability to hypothesized (Binomial test)
Options...
Compare observed probabilities to hypothesized (Chi-Square test)
Options...
Test observed distribution against hypothesized (Kolmogorov-Smirnov test)
Options...
Compare median to hypothesized (Wilcoxon signed-rank test)
Hypothesized median:
Test sequence for randomness (Runs test)
Options...
Run
Paste
Reset
Cancel
Help



Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The categories of X occur with the specified probabilities.	One-Sample Chi-Square Test	,683	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Poisson Dağılımına Uygunluk

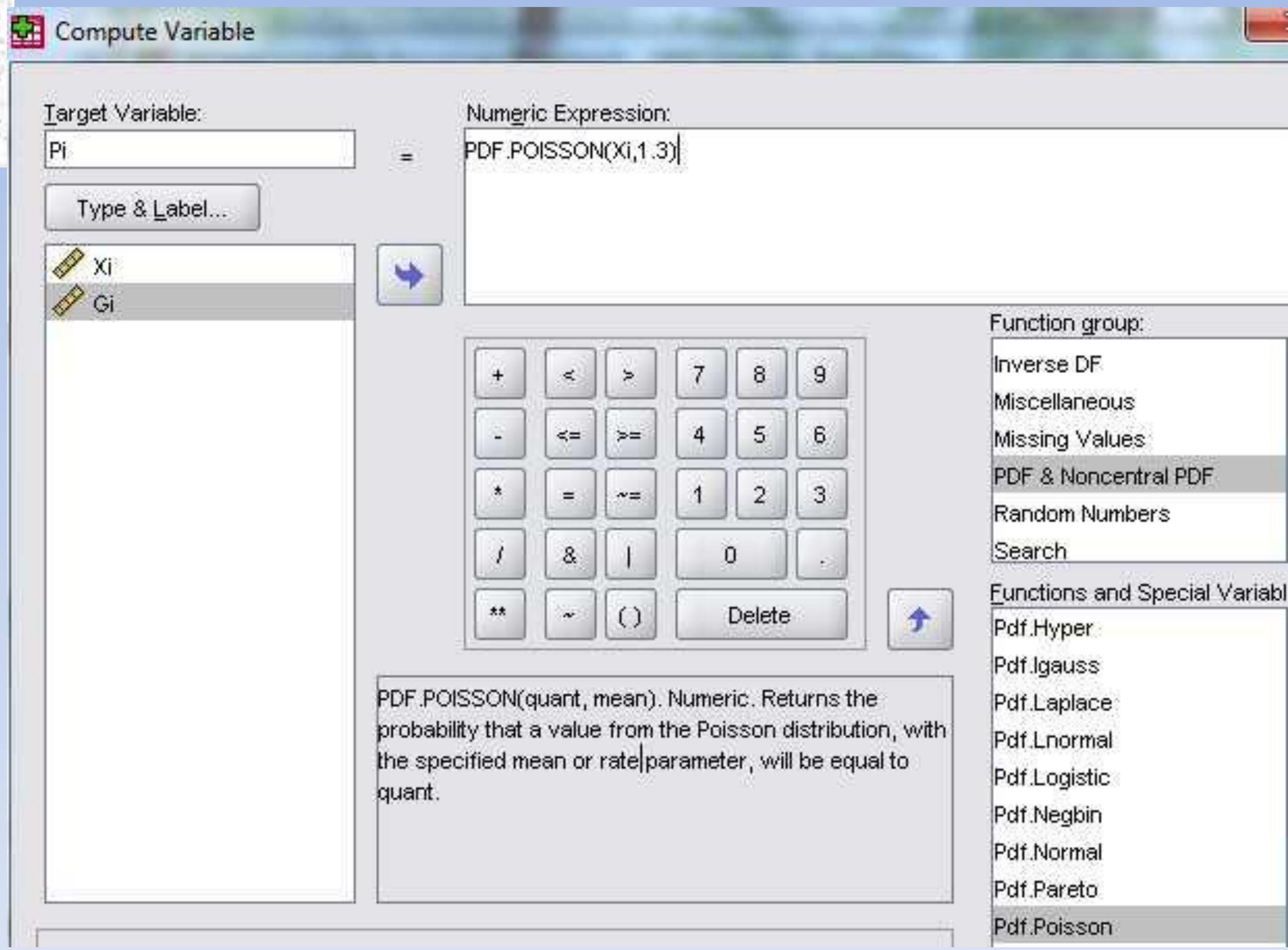
Örnek. Bir işletmede toplam 310 günden oluşan bir yıllık üretim sezonu boyunca tezgah arızalarının sayısı aşağıdaki gibi bulunmuştur. Tezgah arızalarının Poisson dağılımına uygunluğunu %5 önem düzeyinde test ediniz?

ArızaSay. (Xi)	0	1	2	3	≥4	Toplam
Gün Say. Gi(fi)	65	125	90	25	5	310

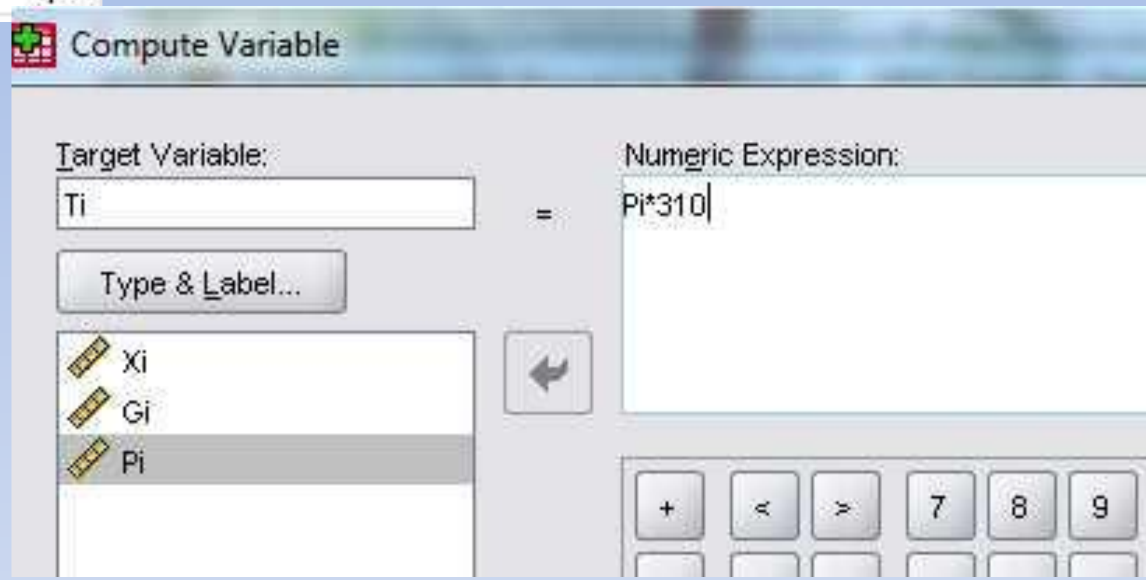
H_0: Arıza sayıları dağılımı Poisson dağılımına uygundur.
H_1: Arıza sayıları dağılımı Poisson dağılımına uygun değildir.

$$\overline{X} = \lambda = \frac{\sum fiXi}{\sum fi} = \frac{0\times 65 + 1\times 125 + 2\times 90 + 3\times 25 + 4\times 5}{310} = 1,3$$

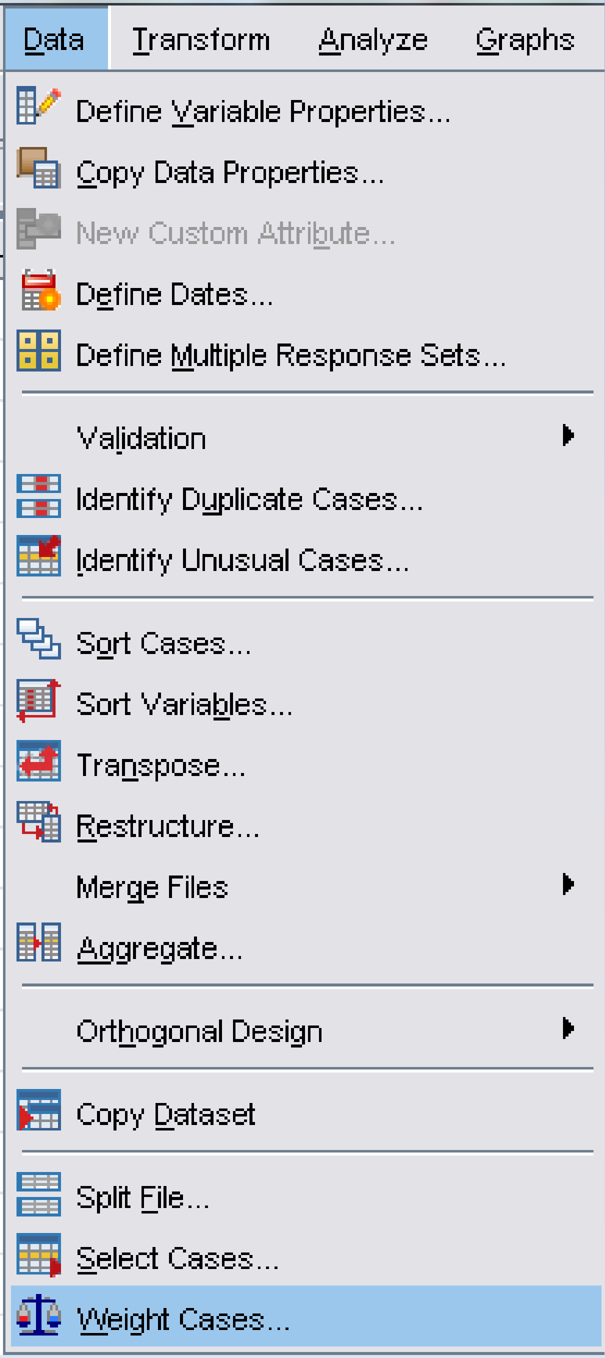
Xi	Gi
0	65
1	125
2	90
3	25
4	5

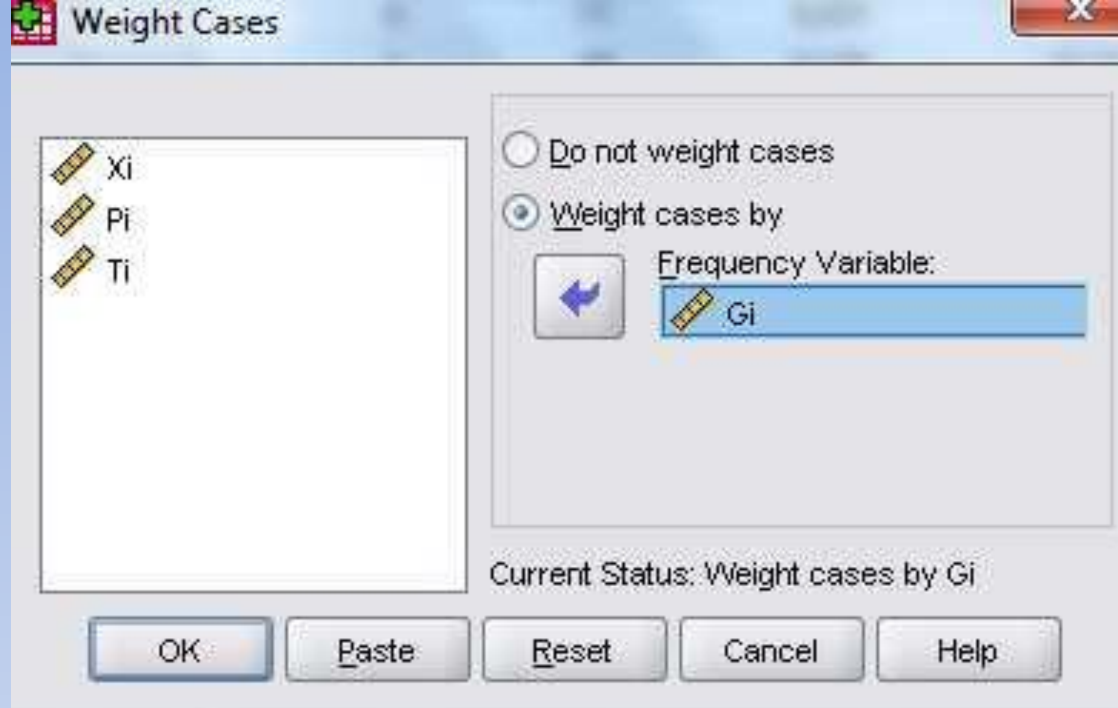


Xi	Gi	Pi
0	65	0,27
1	125	0,35
2	90	0,23
3	25	0,10
4	5	0,03

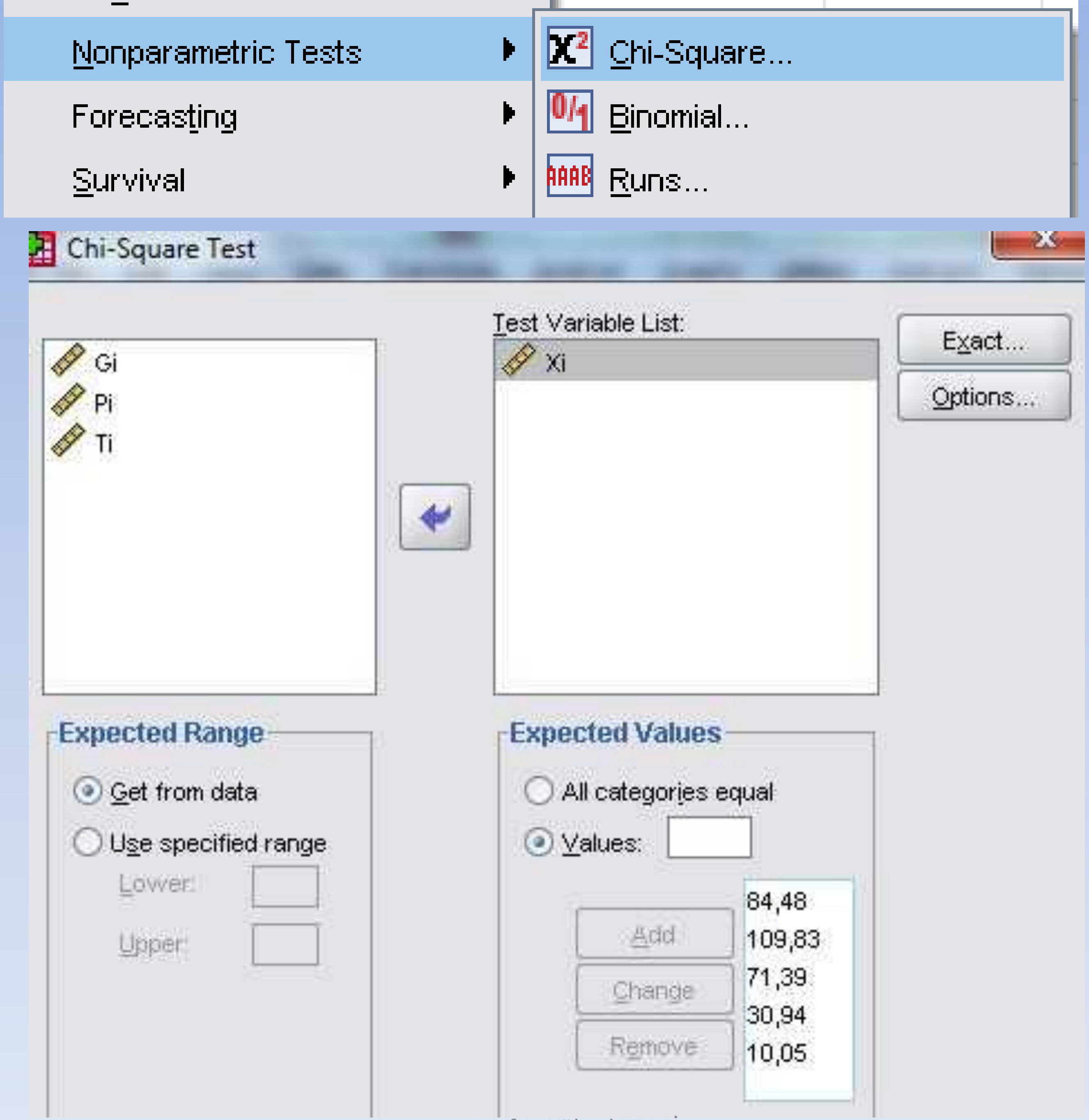


Xi	Gi	Pi	Ti
0	65	0,27	84,48
1	125	0,35	109,83
2	90	0,23	71,39
3	25	0,10	30,94
4	5	0,03	10,05





Gün sayısı ağırlandırılır (frekans değişkeni olarak tanımlanır).


Nonparametric Tests
Forecasting
Survival
Chi-Square...
Binomial...
Runs...
Chi-Square Test
Gi
Pi
Ti
Test Variable List:
Xi
Exact...
Options...
Expected Range
Get from data
Use specified range
Lower:
Upper:
Expected Values
All categories equal
Values:
Add
Change
Remove
84,48
109,83
71,39
30,94
10,05

Xi

	Observed N	Expected N	Residual
0	65	85,4	-20,4
1	125	111,0	14,0
2	90	72,2	17,8
3	25	31,3	-6,3
4	5	10,2	-5,2
Total	310		

Test Statistics

	Xi
Chi-Square	14,920[a]
df	4
Asymp. Sig.	,005

a. 0 cells (,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 10,2.

P=0,005<0,05 olup yokluk hipotezi red edilir. Yani arıza sayıları Poisson dağılımına uygun değildir.

Düzgün (Uniform) Dağılımına Uygunluk

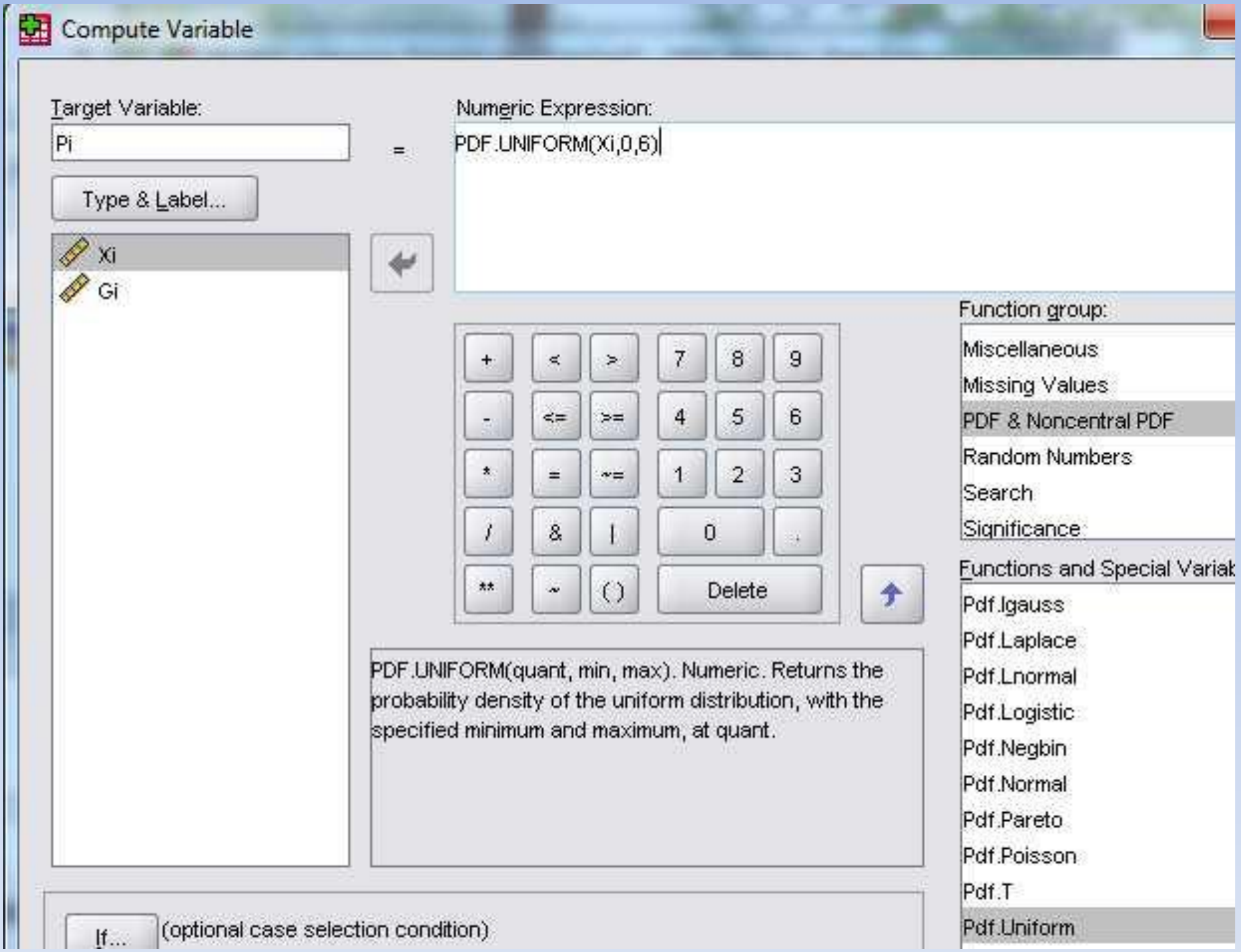
Bir deneyde k sonuç varsa ve her sonuç aynı olasılıkla meydana geliyorsa her bir olayın olasılığı 1/k olur ve bu tür olasılık dağılımı düzgün dağılım gösterir.

Örnek. Bir zar 120 defa atılmış ve gelen sayıların frekans dağılımı aşağıdaki gibidir. %5 önem düzeyinde verilerin düzgün dağılıma uyduğu söylenebilir mi?

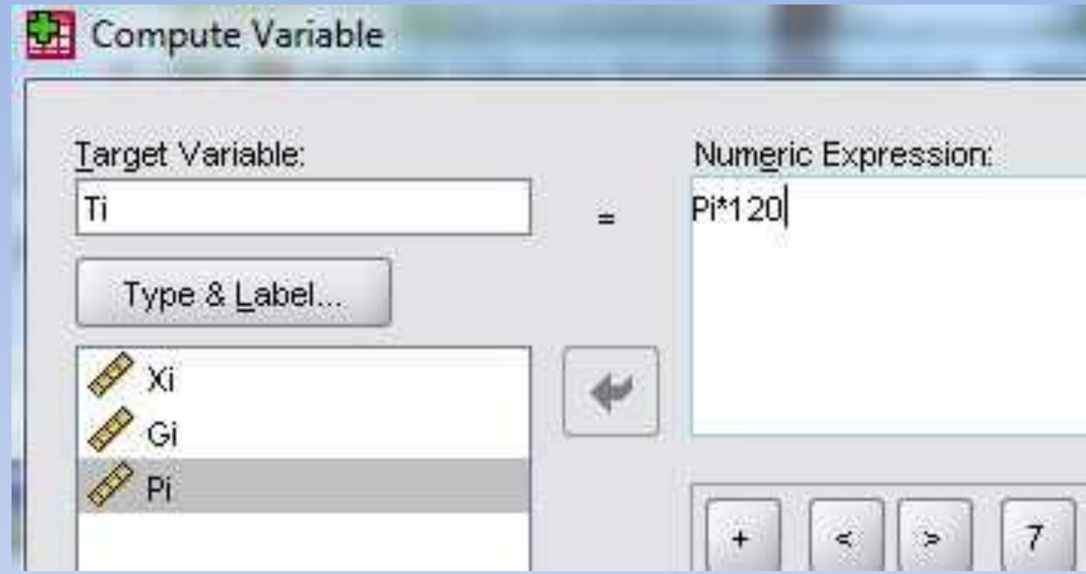
Xi	1	2	3	4	5	6
Gi (fi)	15	22	27	18	16	22

H_0: Verilerin dağılımı Düzgün dağılımına uygundur.
H_1: Verilerin dağılımı Düzgün dağılımına uygun değildir.

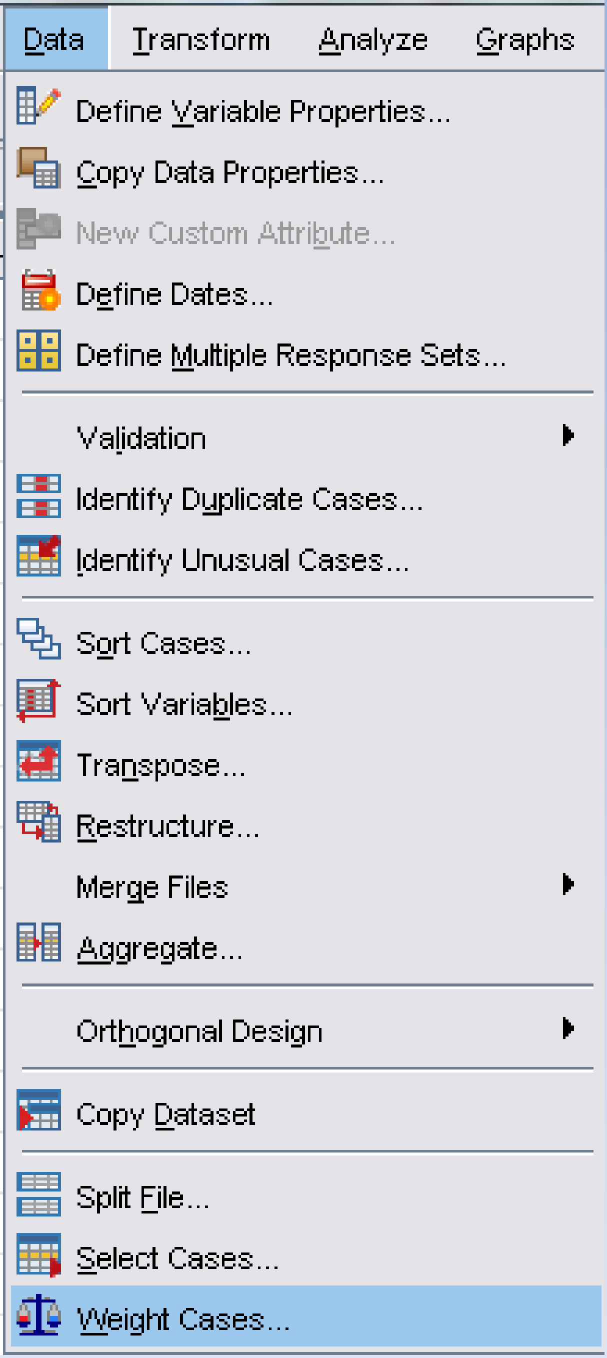
Xi	Gi
1	15
2	22
3	27
4	18
5	16
6	22

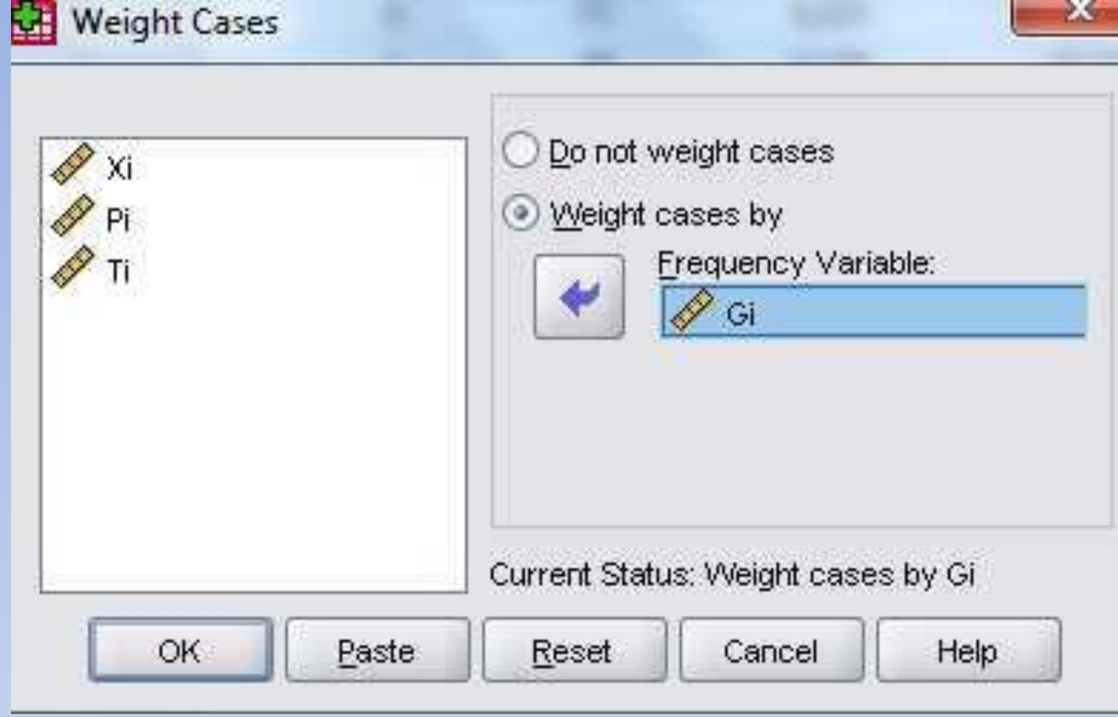


Xi	Gi	Pi
1	15	0,167
2	22	0,167
3	27	0,167
4	18	0,167
5	16	0,167
6	22	0,167

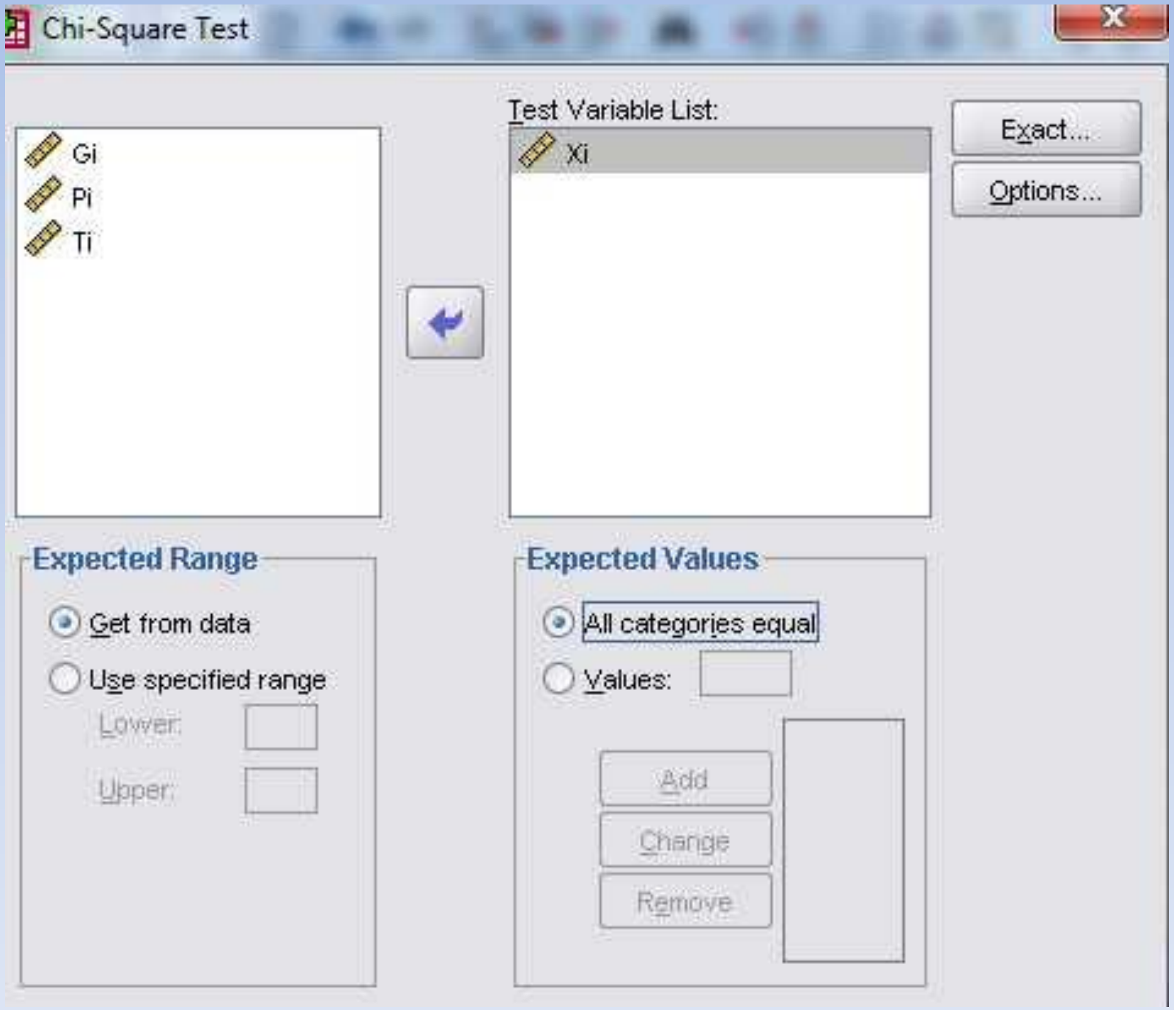


Xi	Gi	Pi	Ti
1	15	0,167	20
2	22	0,167	20
3	27	0,167	20
4	18	0,167	20
5	16	0,167	20
6	22	0,167	20


Data
Transform
Analyze
Graphs
Define Variable Properties...
Copy Data Properties...
New Custom Attribute...
Define Dates...
Define Multiple Response Sets...
Validation
Identify Duplicate Cases...
Identify Unusual Cases...
Sort Cases...
Sort Variables...
Transpose...
Restructure...
Merge Files
Aggregate...
Orthogonal Design
Copy Dataset
Split File...
Select Cases...
Weight Cases...


Weight Cases
Xi
Pi
Ti
Do not weight cases
Weight cases by
Frequency Variable:
Gi
Current Status: Weight cases by Gi
OK
Paste
Reset
Cancel
Help

Nonparametric Tests
Forecasting
Survival
Chi-Square...
Binomial...
Runs...



Chi-Square Test
Gi
Pi
Ti
Test Variable List:
Xi
Exact...
Options...
Expected Range
Get from data
Use specified range
Lower:
Upper:
Expected Values
All categories equal
Values:
Add
Change
Remove

Xi

	Observed N	Expected N	Residual
1	15	20,0	-5,0
2	22	20,0	2,0
3	27	20,0	7,0
4	18	20,0	-2,0
5	16	20,0	-4,0
6	22	20,0	2,0
Total	120		

Test Statistics

	Xi
Chi-Square	5,100[a]
df	5
Asymp. Sig.	,404

a. 0 cells (,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 20,0.

P=0,404>0,05 olup yokluk hipotezi red edilemez. Veriler düzgün dağılıma uygundur. Zar hilesizdir.

Soru. Bir işletmedeki paketleme makinesinin istenen gramajda paketler tartıp tartmadığını araştırmak amacıyla ayrı ayrı zamanlarda her defasında 4 paket olmak üzere 32 kez çekiliş yapılmıştır. Her çekilişte gözlenen eksik gramajlı paket sayısı aşağıdaki gibidir. Verilerin Binom dağılıma uygun olup olmadığını test ediniz?

Eksik say. (Xi)	0	1	2	3	4	Toplam
Gi (fi)	3	5	17	6	1	32

H_0: Verilerin dağılımı Binom dağılımına uygundur.
H_1: Verilerin dağılımı Binom dağılımına uygun değildir.

$$\overline{X} = \frac{\sum fiXi}{\sum fi} = \frac{0*3+1*5+2*17+3*6+4*1}{32} = 1{,}9$$

$$E(X) = np \qquad 4p = 1{,}9 \quad \Rightarrow p = 1{,}9/4 = 0{,}48$$

Kolmogorov-Smirnov UYGUNLUK TESTİ

Rastgele bir örneklemin belirli bir dağılıma (normal gibi) ne kadar uyduğunu belirlemede kullanılır. Bu test ki-kare uygunluk testine alternatiftir. Ki-kare uygunluk testinin kullanılabilmesi için her bir beklenen frekansın ez az 5'e eşit olması gerekir. Bu testte ise böyle bir şart yoktur. Veriler en az aralık ölçeğinde olmalıdır.

H0: Gözlenen frekanslar beklenen frekanslara uygundur.
H1: Gözlenen frekanslar beklenen frekanslara uygun değildir.

$$D = \max\left|F_0 - F_e\right|$$

F_0 : Gözlenen kümülatif nispi frekanslar
F_e : Beklenen kümülatif nispi frekanslar

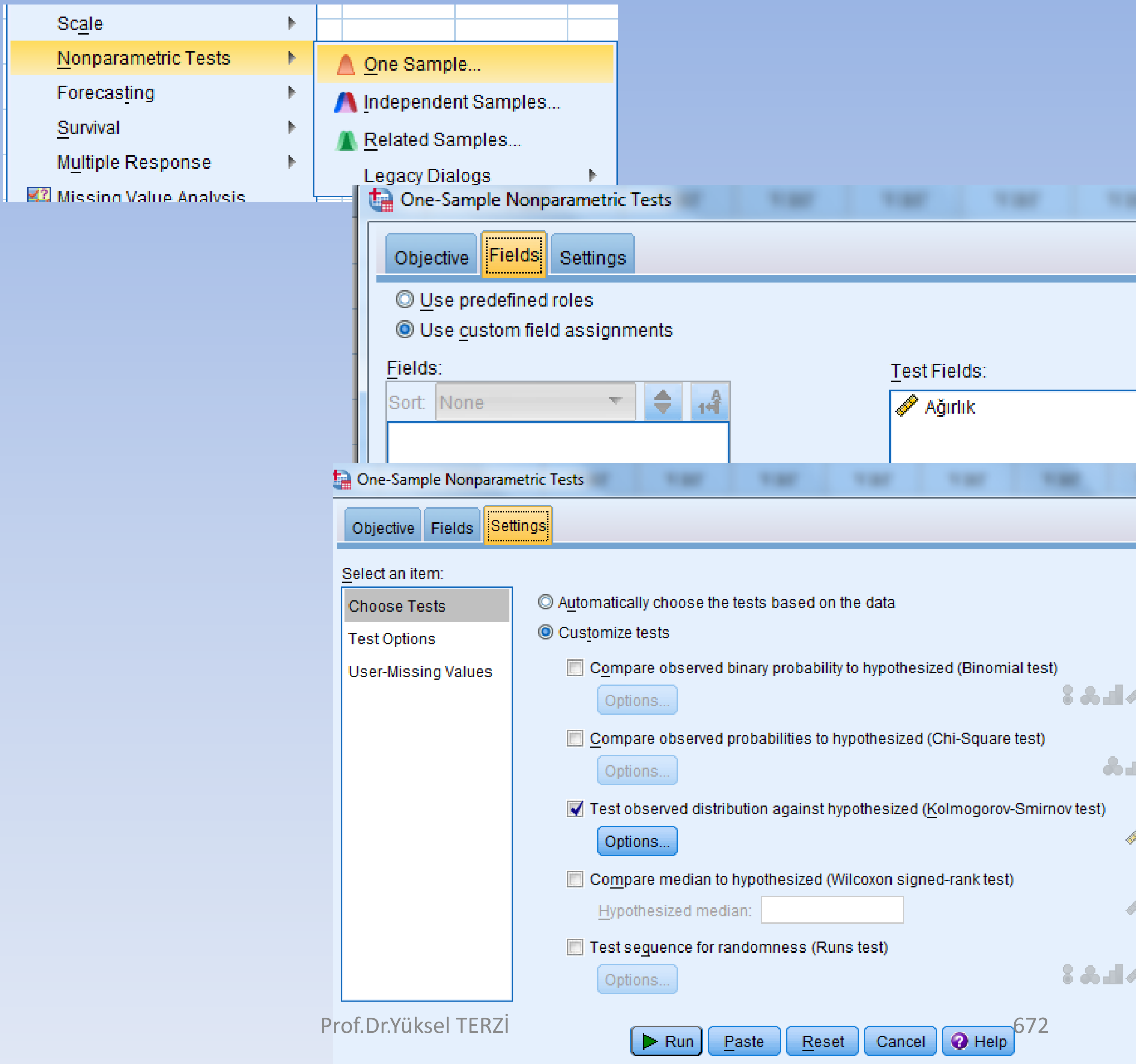
NORMAL DAĞILIM

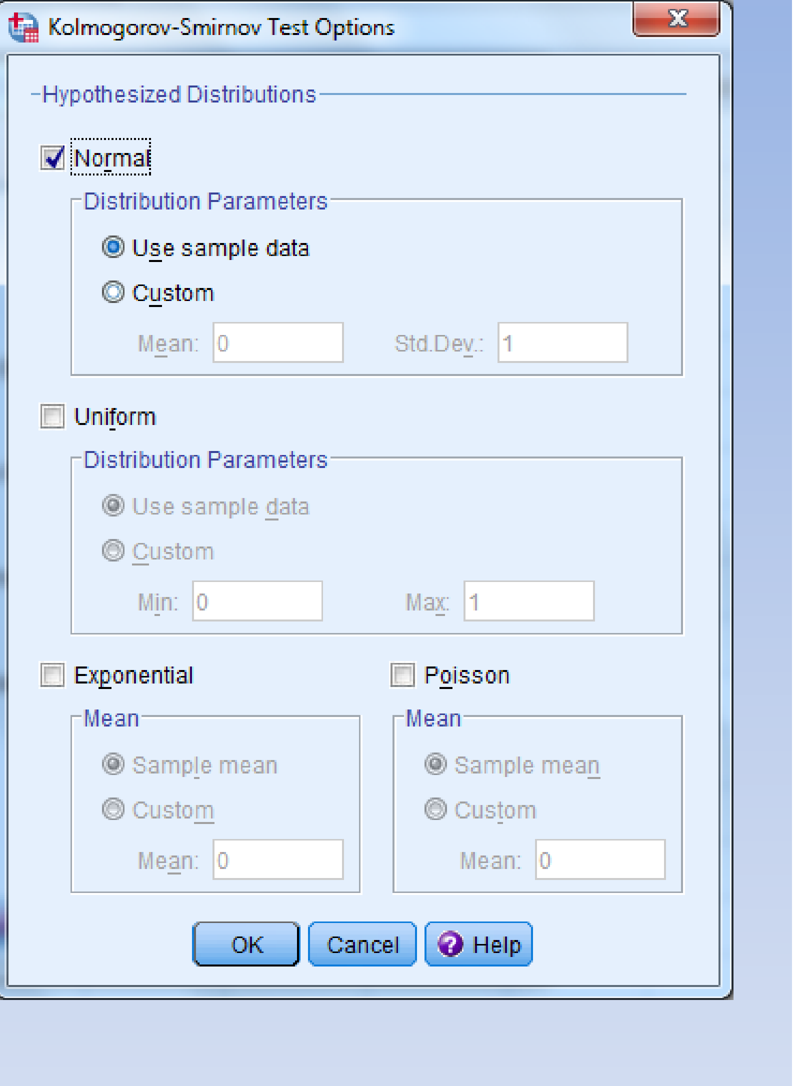
Soru. 11 farenin kalp ağırlıkları tartılmış ve aşağıdaki gibi bulunmuştur. Verilerin dağılımının Normal dağılıma uygun olup olmadığını %5 önem seviyesinde test ediniz?

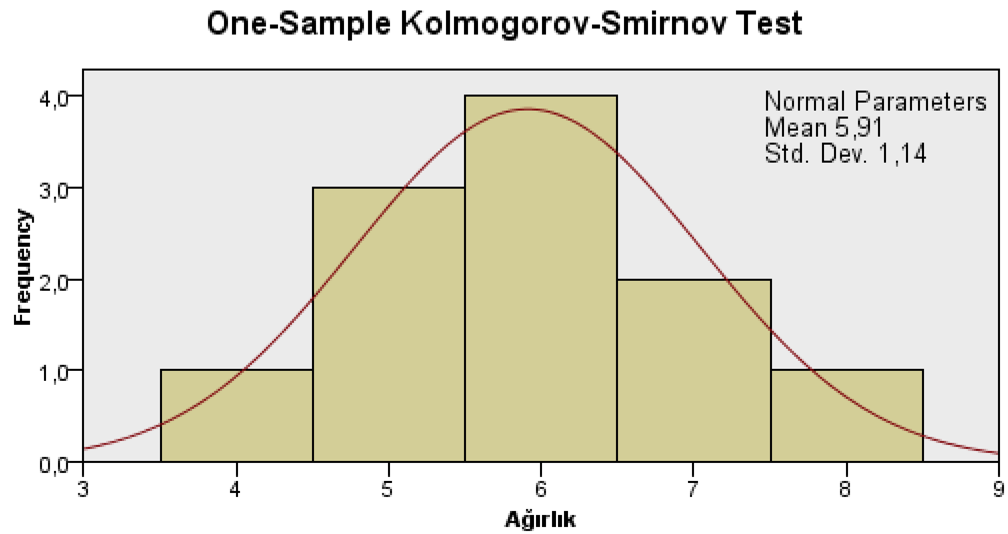
Ağırlık (gr) : 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8

H_0: Verilerin dağılımı Normal dağılımına uygundur.
H_1: Verilerin dağılımı Normal dağılımına uygun değildir.

	Ağırlık
1	4
2	5
3	5
4	5
5	6
6	6
7	6
8	6
9	7
10	7
11	8







Total N		11
Most Extreme Differences	**Absolute**	,195
	Positive	,195
	Negative	-,168
Test Statistic		,648
Asymptotic Sig. (2-sided test)		,795

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Ağırlık is normal with mean 5,91 and standard deviation 1,14.	One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test	,795	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

P=0,795>0,05 veriler normal dağılıma uygundur.

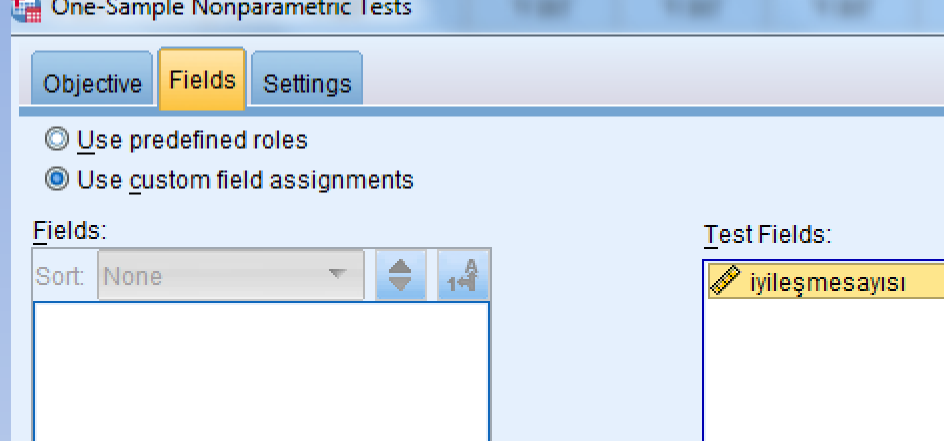
DÜZGÜN DAĞILIM

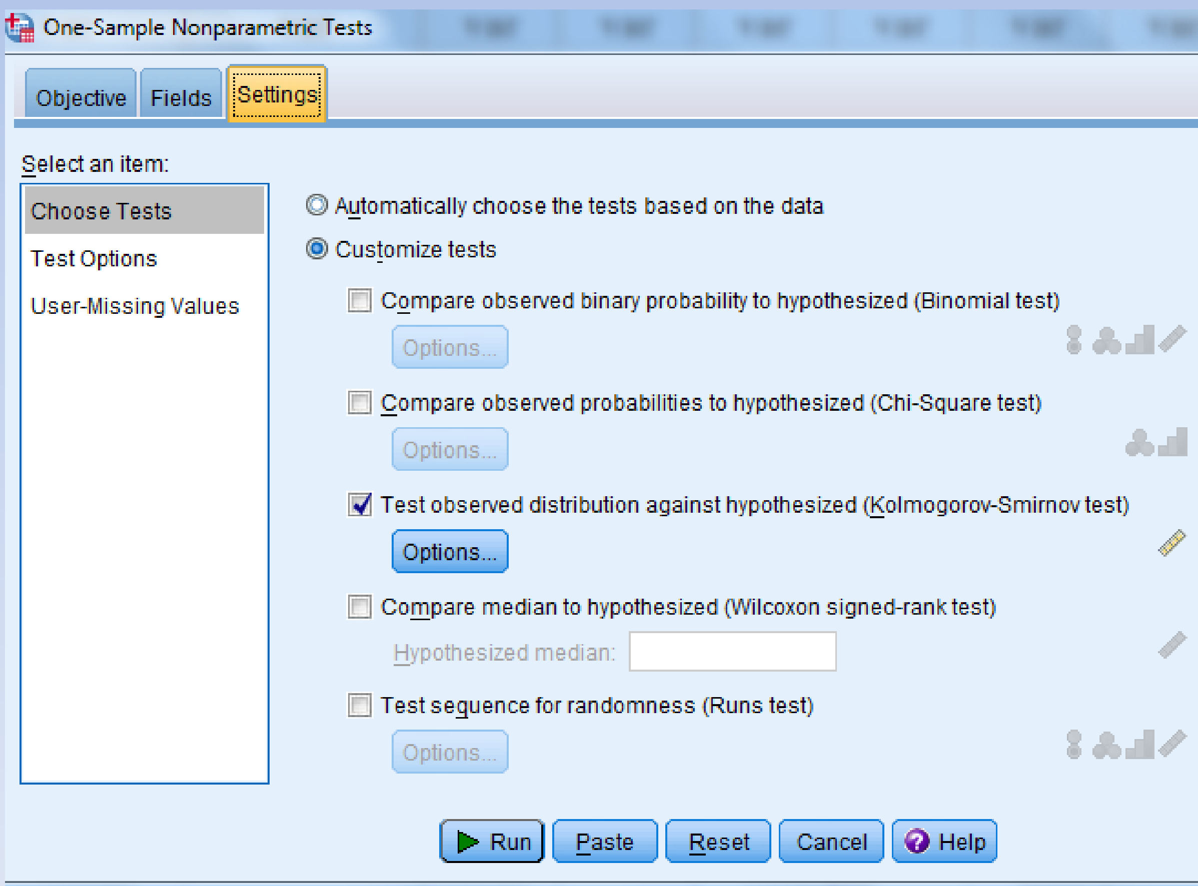
Soru. 100 hastaya beş günlük ilaç tedavisi uygulanmış ve günlük iyileşme sayıları aşağıdaki gibi bulunmuştur. Dağılımının Düzgün dağılıma uygun olup olmadığını %5 önem seviyesinde test ediniz?

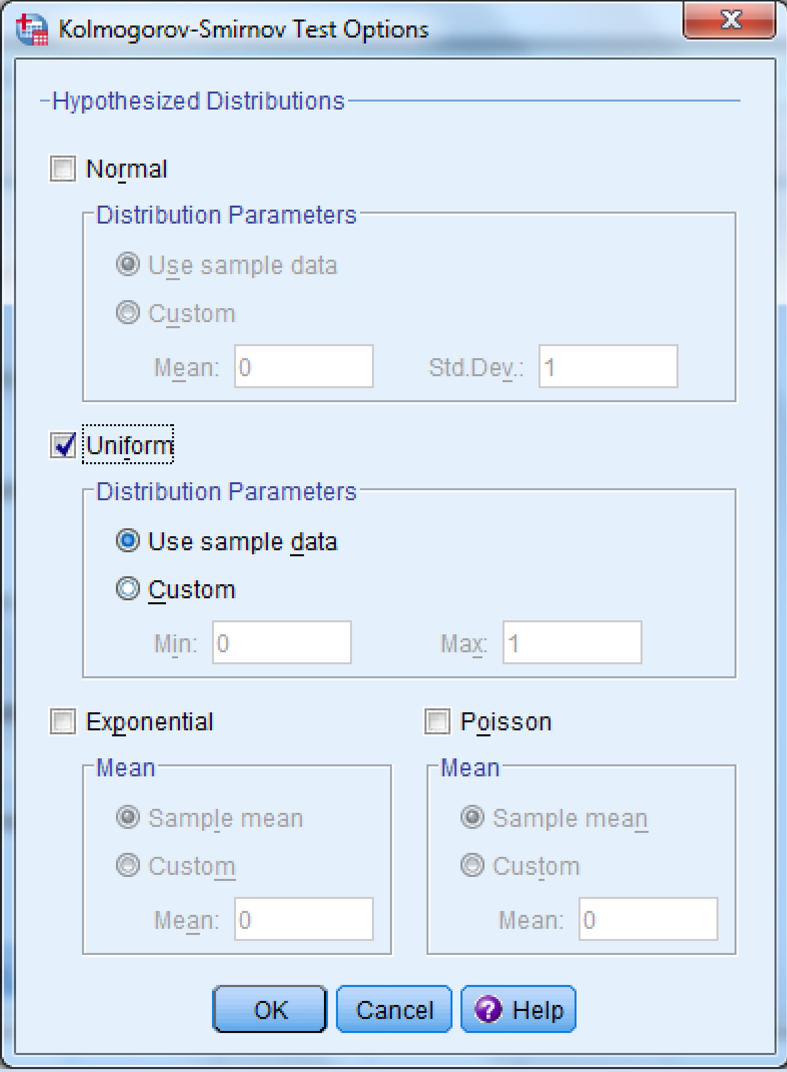
Günler	1	2	3	4	5	Toplam
İyileşme sayısı	24	21	15	16	24	100

H_0: Verilerin dağılımı Düzgün dağılımına uygundur.
H_1: Verilerin dağılımı Düzgün dağılımına uygun değildir.

	iyileşmesayısı
1	24
2	21
3	15
4	16
5	24





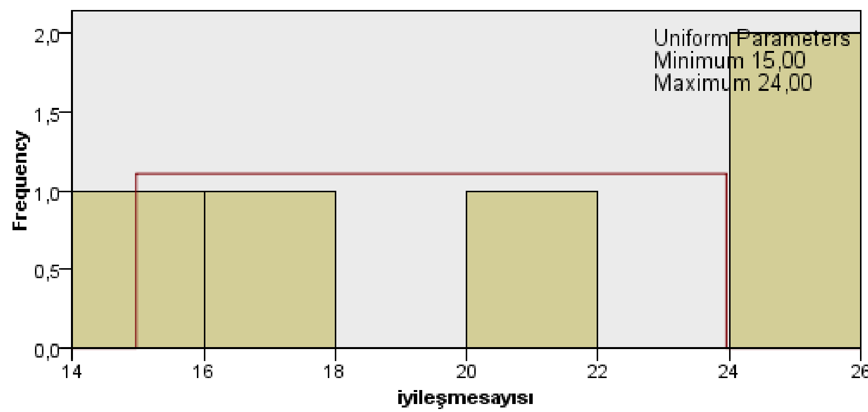


Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of iyileşmesayısı is uniform with minimum 15,00 and maximum 24,00.	One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test	,400	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test



Total N		5
Most Extreme Differences	Absolute	,400
	Positive	,289
	Negative	-,400
Test Statistic		,894
Asymptotic Sig. (2-sided test)		,400

P=0,400>0,05 veriler düzgün dağılıma uygundur.

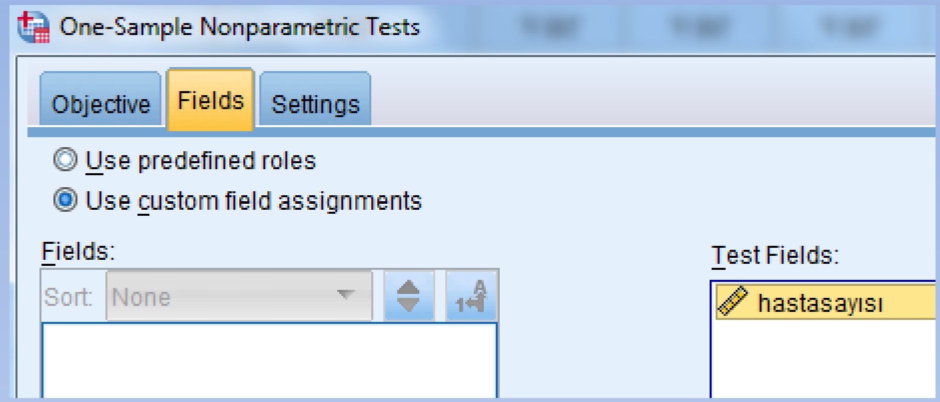
POİSSON DAĞILIM

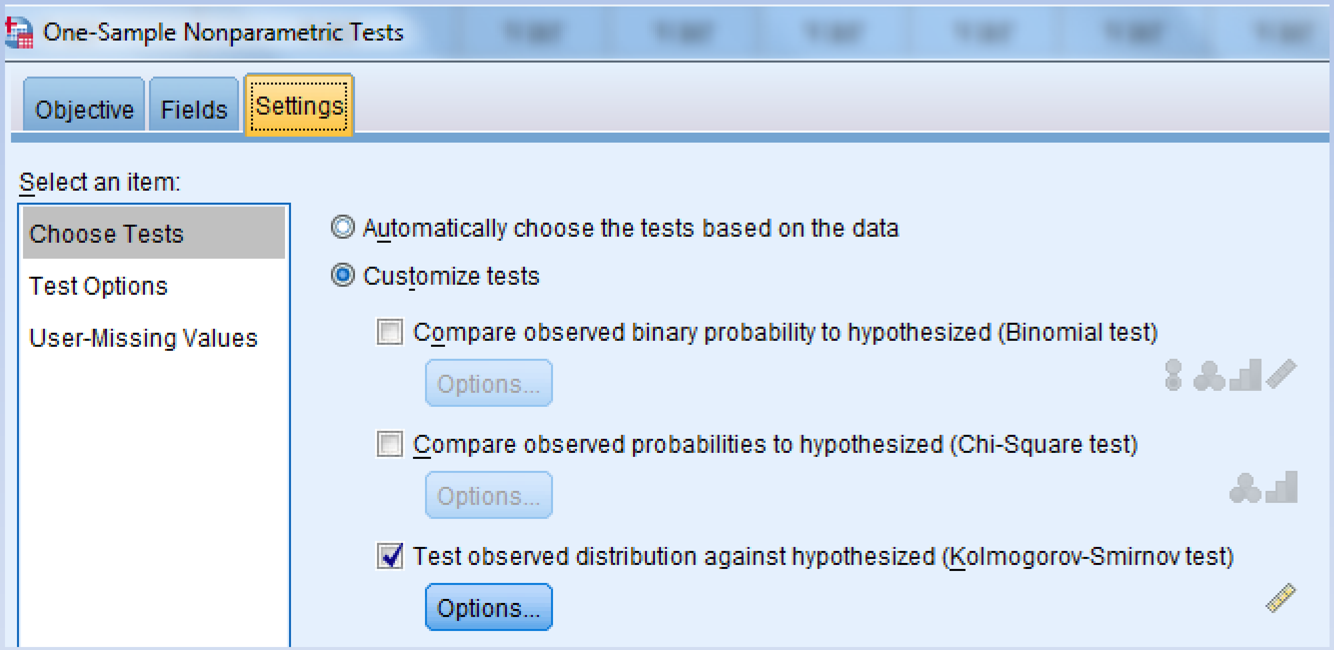
Soru. Hafta içi bir sağlık ocağına gelen hasta sayıları aşağıdaki gibi bulunmuştur. Dağılımının Poisson dağılıma uygun olup olmadığını %5 önem seviyesinde test ediniz?

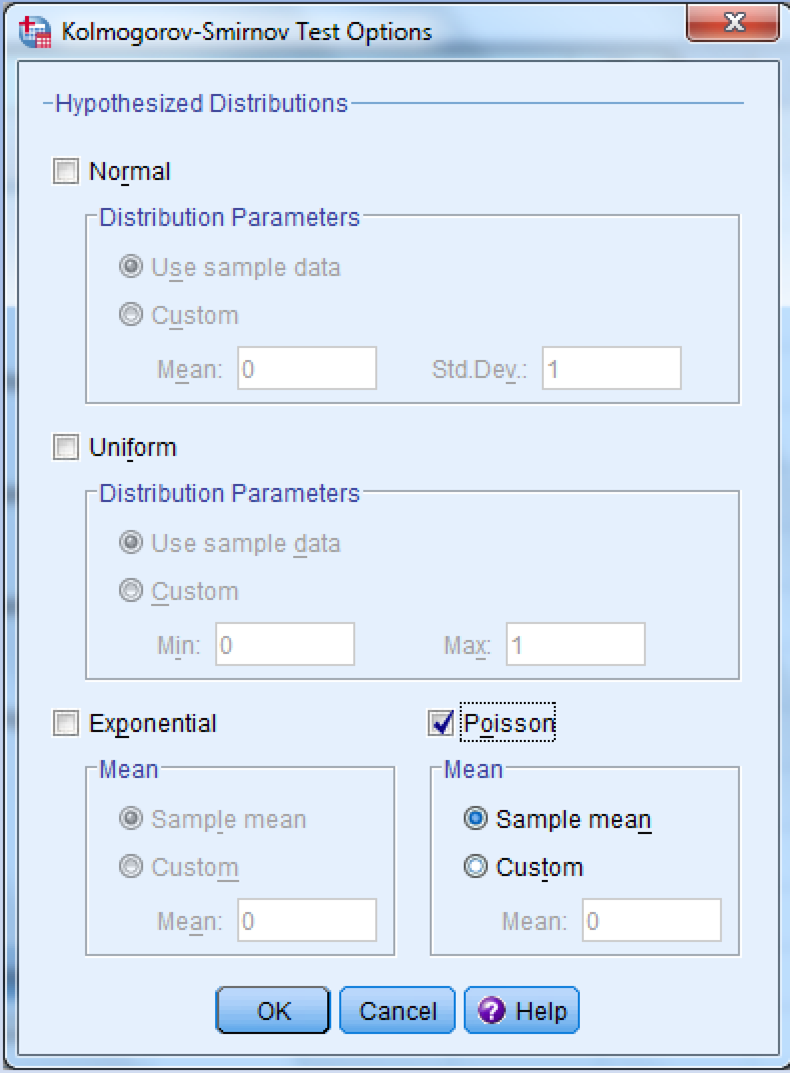
Günler	P.Tesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Toplam
Hasta sayısı	10	15	20	15	10	100

H_0: Verilerin dağılımı Poisson dağılımına uygundur.
H_1: Verilerin dağılımı Poisson dağılımına uygun değildir.

	hastasayısı
1	10
2	15
3	20
4	15
5	10





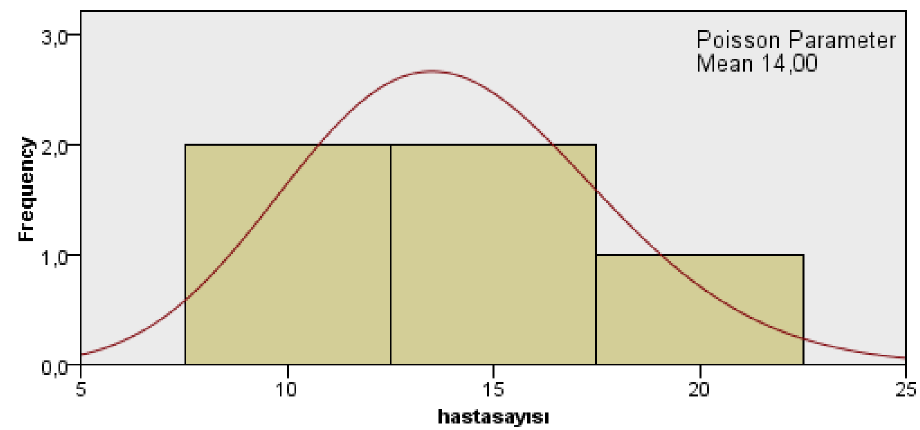


Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of hastasayısı is Poisson with mean 14,00.	One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test	,963	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test



Total N		5
Most Extreme Differences	Absolute	,224
	Positive	,224
	Negative	-,170
Test Statistic		,502
Asymptotic Sig. (2-sided test)		,963

P=0,963>0,05 veriler Poisson dağılıma uygundur.

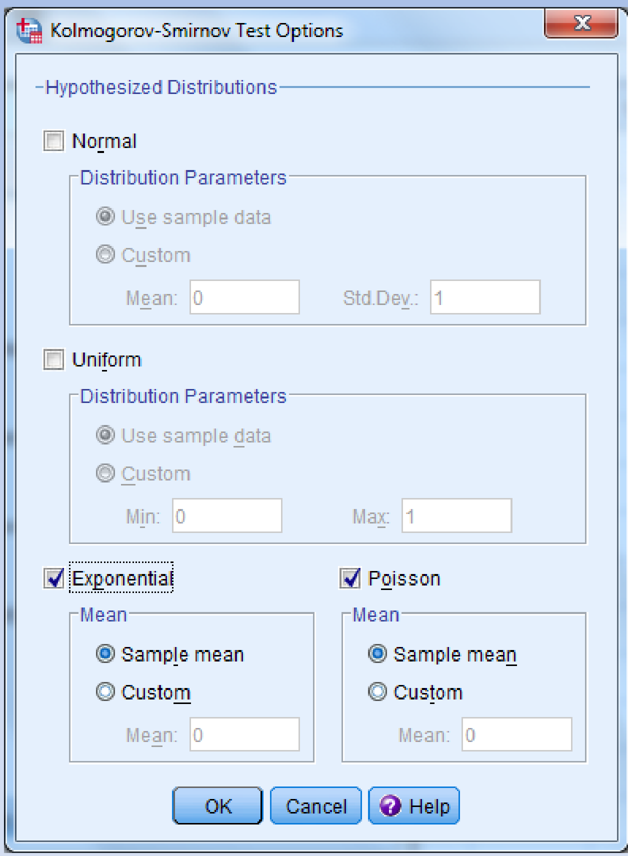
Üstel DAĞILIM

Soru. 25 anneye ikinci çocuklarını doğurma yılları sorulmuş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Verilerin dağılımının Üstel dağılıma uygun olup olmadığını %5 önem seviyesinde test ediniz?

Yıl	1	2	3	4	Toplam
Anne sayısı	3	4	8	10	25

H_0: Verilerin dağılımı Üstel dağılımına uygundur.
H_1: Verilerin dağılımı Üstel dağılımına uygun değildir.

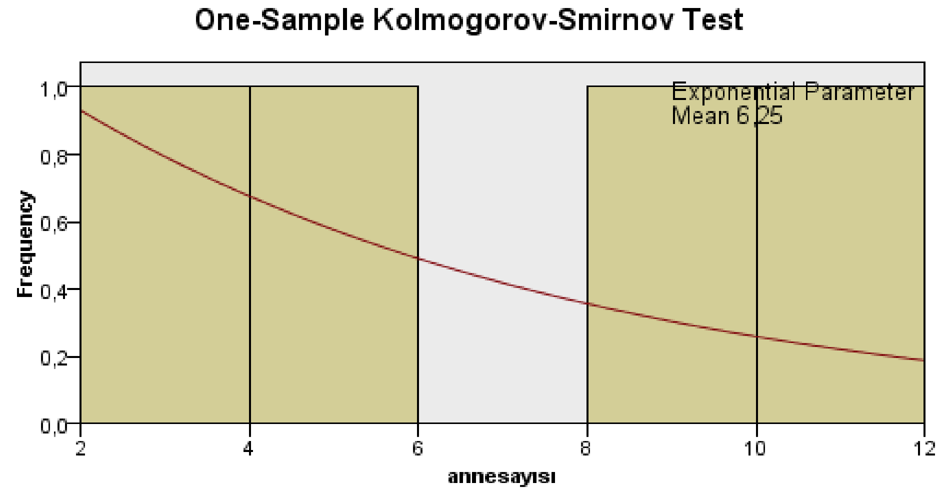
	annesayısı
1	3
2	4
3	8
4	10



Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of annesayısı is exponential with mean 6,25.	One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test	,606	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.



Total N		4
Most Extreme Differences	Absolute	,381
	Positive	,202
	Negative	-,381
Test Statistic		,762
Asymptotic Sig. (2-sided test)		,606

P=0,606>0,05 veriler Üstel dağılıma uygundur.

Kİ-KARE BAĞIMSIZLIK TESTİ

Değişkenlerin 2x2 ya da rxc biçiminde ki çapraz tablolarda sınıflandırılması halinde, değişkenlerin arasında bağımsızlık yada bir değişim olup olamadığını ortaya koyan testtir. Çift yönlü tablolarda (kontenjans tablosu) yer alan değişkenlerden her ikisi nitel (sayısal olmayan) değişkenler arasındaki ilişkiler ki-kare bağımsızlık testi ile test edilebilir.

2x2 tablolarına Pearson ki-kare testi, Yates ki-kare (düzeltilmiş) ve Fisher ki-kare (kesin) testleri uygulanır. rxc tipindeki tablolara ise Pearson ki-kare testi yapılır. Serbestlik derecesi r satır sayısı ve c sütun sayısı olmak üzere (r-1)x(c-1) biçimindedir.

H_0: Değişkenler birbirinden bağımsızdır (Değişkenler arasında ilişki yoktur).

H_1: Değişkenler birbirinden bağımsız değildir (Değişkenler arasında ilişki vardır).

Satır	Sütun		Toplam
	C1	C2	
S1	A A'	B B'	N1=A+B
S2	C C'	D D'	N2=C+D
Toplam	N3=A+C	N4=B+D	N

$$\chi^2 = \sum\sum (G_{ij} - T_{ij})^2 / T_{ij} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} \frac{G_{ij}^2}{T_{ij}} - N$$

Burada G_{ij} gözlenen frekansları (A,B,C,D), T_{ij} (A',B', C', D') ise beklenen frekansları göstermektedir. Beklenen frekanslar satır ve sütun toplamlarının çarpımının genel toplama bölünmesi ile hesaplanır.

A'=N1*N3/N B'=N1*N4/N C'=N2*N3/N D'=N2*N4/N

Eğer $\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha,sd}$ veya P>0.05 ise H_0 red edilemez. Aksi durumda Hipotez reddedilir.

Pearson Ki-kare

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(G_{ij}-T_{ij})^2}{T_{ij}}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(G_{ij}{}^2-2G_{ij}T_{ij}+T_{ij}{}^2)}{T_{ij}}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\left[\frac{G_{ij}{}^2}{T_{ij}}-2G_{ij}+T_{ij}\right]$$

$$=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{G_{ij}^2}{T_{ij}}-2\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}G_{ij}+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}T_{ij} \qquad \Rightarrow \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}G_{ij}=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}T_{ij}=N$$

Gözlenen frekanslar toplamı, beklenen frekanslar toplamına eşittir.

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{G_{ij}^2}{T_{ij}}-N$$

$$\boxed{\chi^2=\frac{N\left(AD-BC\right)^2}{\left(A+B\right)\left(C+D\right)\left(A+C\right)\left(B+D\right)}}$$

Süreklilik Düzeltmesi (Continuity correction-Yates Düzeltme)

Ki-kare dağılımı serbestlik derecesine göre değişen sürekli bir dağılımdır. Hesaplanan ki-kare değerleri kontenjans tablosundaki hücre frekanslarına bağlıdır ve sonuç olarak bu frekanslar süreksiz yani kesikli bir formda bulunurlar. Yani **kesikli değişkenlere ki-kare testi uygulanmaktadır.**

Sürekli dağılımlara ilişkin sonuçlar kesikli dağılımlara uygulandığında süreklilik düzeltmesi yapılmalıdır. Kesikli dağılımlara süreklilik kazandırmak için **Yates süreklilik düzeltmesi** uygulanır.

$$\chi^2 = \sum\sum(\left|G_{ij} - T_{ij}\right| - 0.5)^2 / T_{ij}$$

Hücrelerdeki beklenen frekanslar yeterince büyük olduğunda (n≥40) bu düzeltme ki-kare değerini pek fazla etkilemez. Serbestlik derecesi büyüdükçe ki-kare dağılışı normal dağılıma yaklaşır. Bu yüzden 2x2 tablolarda (serbestlik derecesi 1), örnek sayısı n<40 ve beklenen frekanslar 5'den büyükse Yates düzeltmesi uygulanmalıdır.

2x2 boyutlu kontenjans tablolarında beklenen değerler 5-20 arasında ise Ki-kare test istatistiğine Yates düzeltmesi uygulanır. Toplam olgu sayısının azalması analiz gücünü olumsuz etkiler ve hata olasılığını artırır. Küçük beklenen değerlere bağlı olarak bu sorunu ortadan kaldırabilmek için Yates düzeltmesine ihtiyaç duyulur. (Yıldız vd., 2005; Aksakoğlu, G., 2001).

$$\chi^2 = \begin{cases} \dfrac{N\left(\left|AD-BC\right|-0.5N\right)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)} & ;\left|AD-BC\right|>0.5N \\ 0 & dd \end{cases}$$

$\left|AD-BC\right|>0.5N$ Olduğu durumlarda Yates ki-kare testi kullanılabilir.

Yates düzeltmesi hesaplanan istatistiği, genel istatistikten daha küçük yapar. Böylece red edilmesi gereken bir sıfır hipotezi kabul edilebilir.

- Yates,F. (1934). "Contingency table involving small numbers and the χ^2 test". *Journal of the Royal Statistical Society (Supplement)* No.1, say.217-235.
- Cochran, W.G. (1954), "Some methods for strengthening χ^2 tests" *Biometrics* C.10 say.417-451.

2x2 Çapraz tablolarda

Pearson Ki-kare Analizi : 2x2 tablosunda beklenen değerlerin tümü 25'te büyük ise uygulanır. (T_{ij}>25 ise)

$$\chi^2 = \sum\sum (G_{ij} - T_{ij})^2 / T_{ij}$$

Yates Ki-kare Testi : n<40 ve T_{ij}>5 olduğunda da Yates süreklilik düzeltmesine başvurulur.

$$\chi^2 = \sum\sum (|G_{ij} - T_{ij}| - 0.5)^2 / T_{ij}$$

Fisher Ki-kare Testi : Gözlerdeki beklenen frekanslardan en az biri 5 ten küçük ise uygulanır. (T_{ij}<5)

$$P = \sum (R1!C1!R2!C2!)/(N!A!B!C!D!)$$

$$= \sum (A+B)!(A+C)!(C+D)!(B+D)!/(N!A!B!C!D!)$$

rxc Tablolarda Ki-Kare Testi

Ki-kare bağımsızlık testi (r-1)(c-1) serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir. Ki-kare dağılımının test istatistiği olarak kullanılabilmesi için beklenen frekanslar 1'den küçük olmamalıdır.

rxc tablolarında beklenen değeri 5'ten küçük olan hücrelerin sayısı toplam hücre sayısının %20'sini aşmaması gerekir. Eğer böyle bir durum varsa uygun satır veya sütunlar birleştirilmeli veya örnek sayısı artırılarak yeniden ki-kare testi yapılmalıdır.

Örnek: Bir okulda cinsiyet ile düzenli spor yapma arasında ilişki olduğu iddia edilmektedir. Bu amaçla rasgele seçilen 780 öğrenciden elde edilen bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir. Cinsiyetin düzenli spor yapma üzerinde etkili olup olmadığına %1 anlamlılık düzeyinde karar veriniz?

Cinsiyet	Düzenli Spor Yapma		Toplam
	Yapan	Yapmayan	
Erkek	246	122	368
Bayan	125	287	412
Toplam	371	409	780

H_0: Cinsiyet ile düzenli spor yapma arasında ilişki yoktur (değişkenler birbirinden bağımsızdır).

H_1: Cinsiyet ile düzenli spor yapma arasında ilişki vardır (değişkenler arasında bir bağıntı vardır).

Cinsiyet	Düzenli Spor Yapma		Toplam
	Evet	Hayır	
Erkek	246 175	122 193	368
Bayan	125 196	287 216	412
Toplam	371	409	780

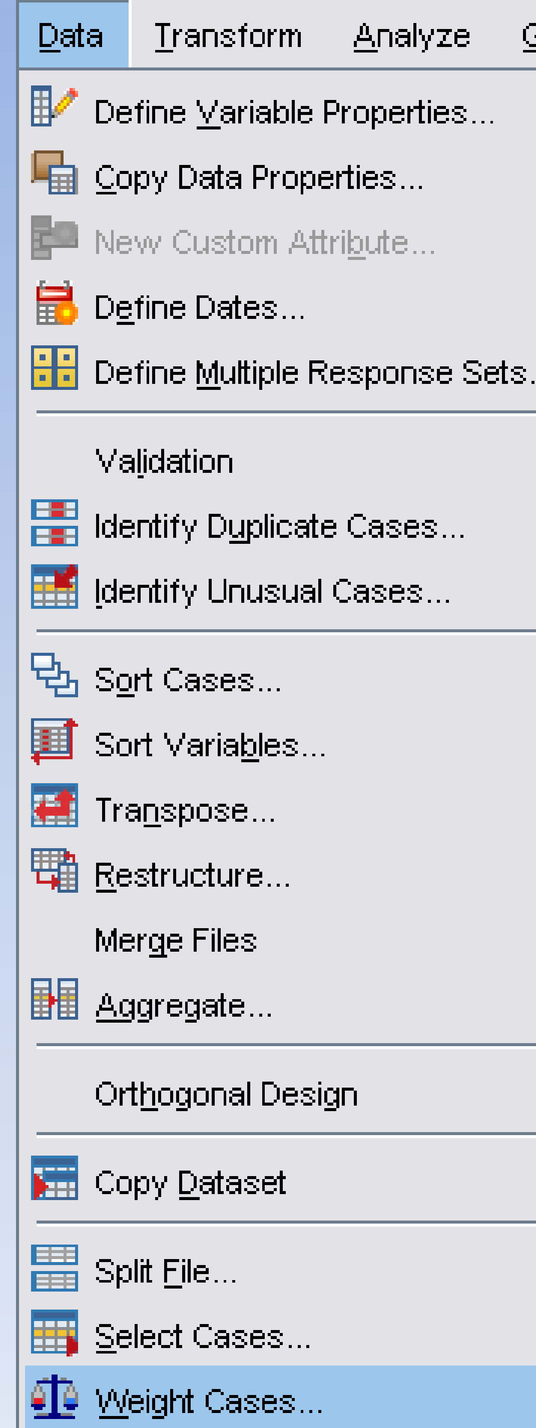
$$\chi^2 = \sum\sum \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}} = \frac{(246-175)^2}{175} + \frac{(122-193)^2}{193} + \frac{(125-196)^2}{196} + \frac{(287-216)^2}{216}$$

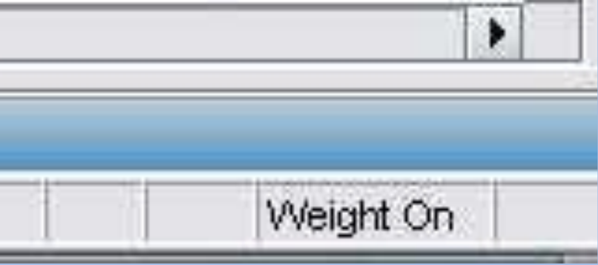
$$= 103.87$$

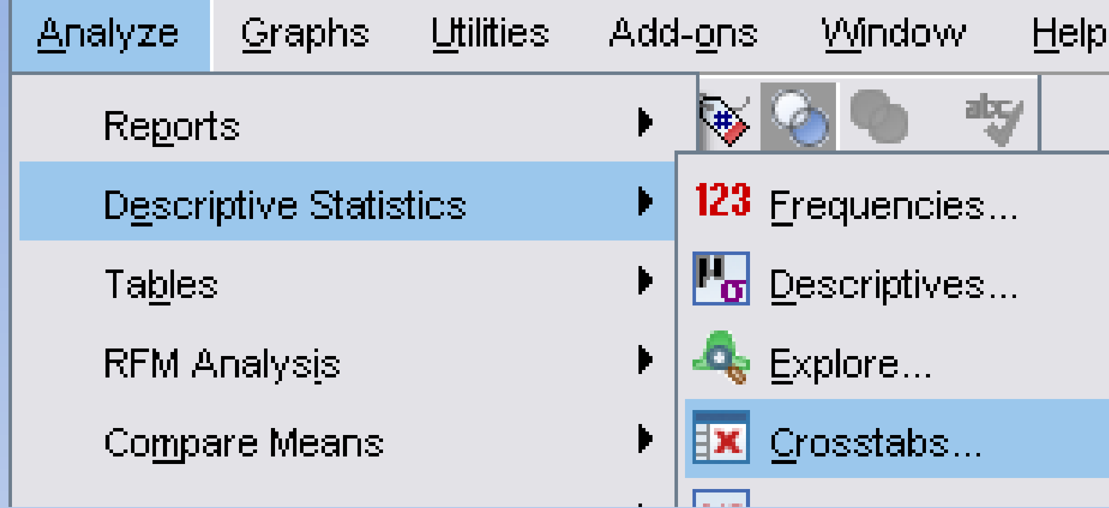
Serbestlik derecesi=(R-1)*(C-1)=(2-1)*(2-1)=1

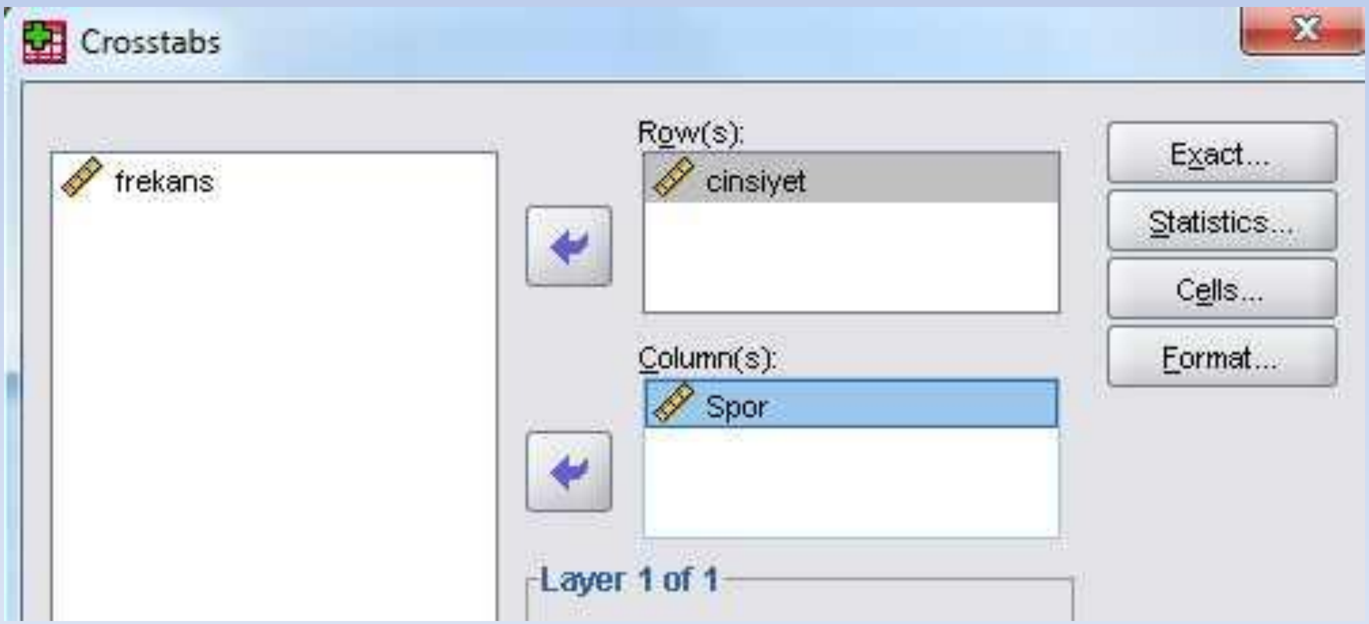
$\chi^2 = 103.87 > \chi^2_{0.01,\,1} = 6.64$ **H_0 reddedilir. Cinsiyetle düzenli spor yapma arasında ilişki vardır.**

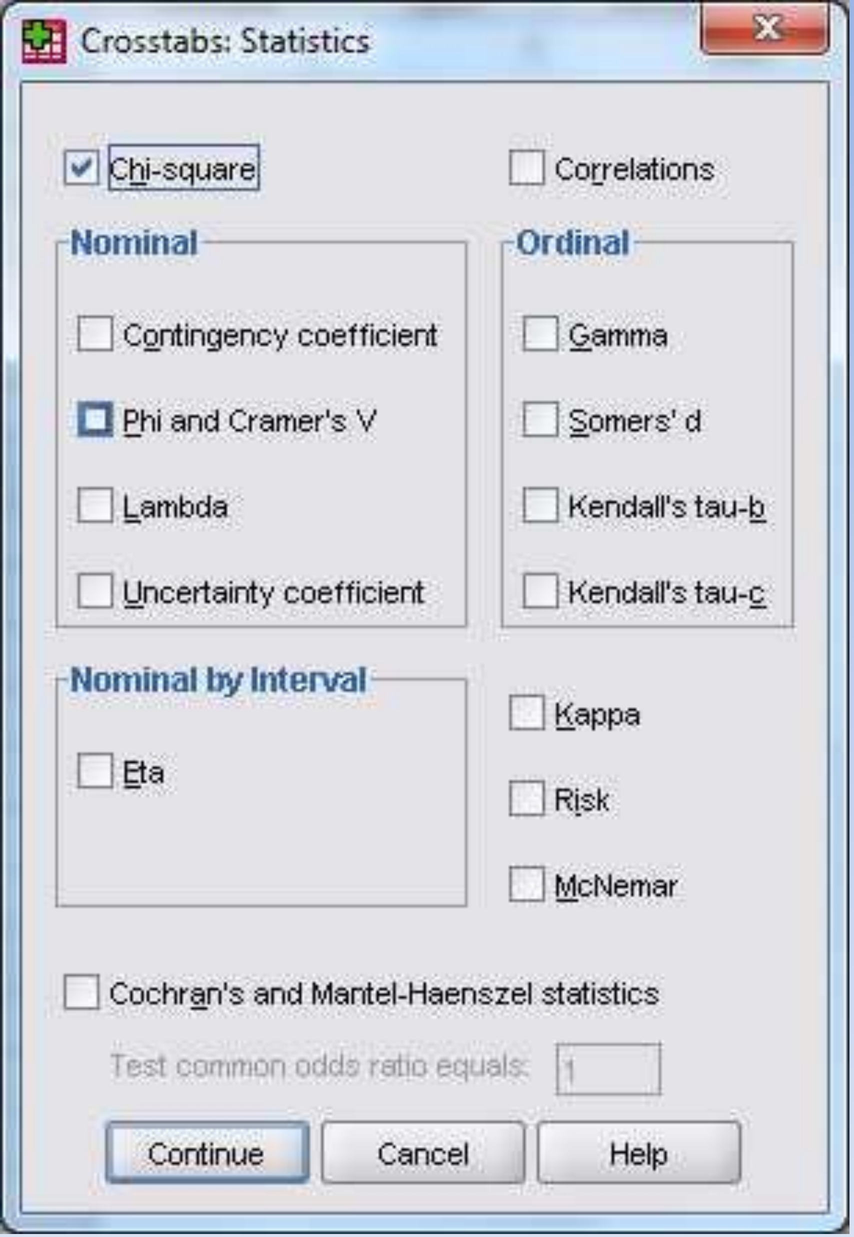
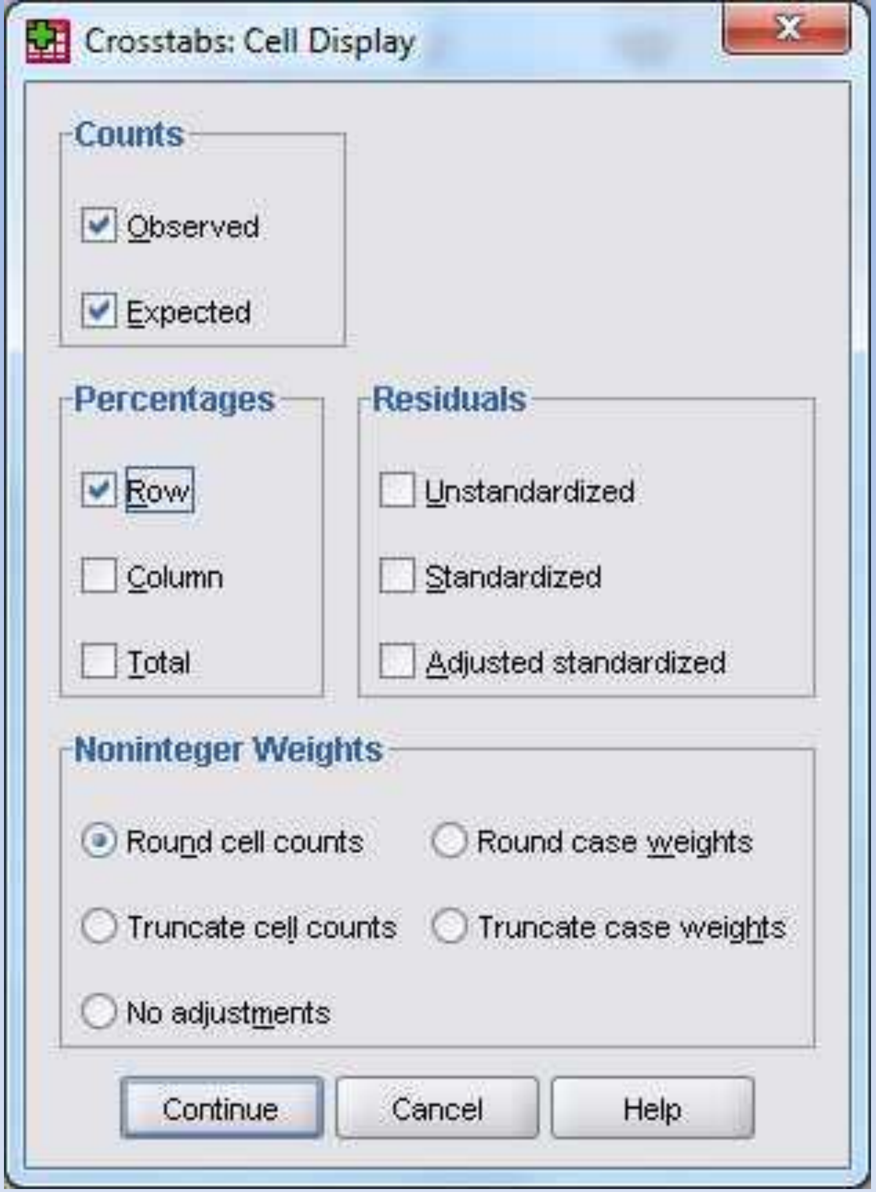
cinsiyet	Spor	frekans
1	1	246
1	2	122
2	1	125
2	2	287




Weight On


Analyze
Graphs
Utilities
Add-ons
Window
Help
Reports
Descriptive Statistics
Tables
RFM Analysis
Compare Means
123 Frequencies...
Descriptives...
Explore...
Crosstabs...


Crosstabs
frekans
Row(s):
cinsiyet
Column(s):
Spor
Layer 1 of 1
Exact...
Statistics...
Cells...
Format...


Crosstabs: Statistics
Chi-square
Correlations
Nominal
Contingency coefficient
Phi and Cramer's V
Lambda
Uncertainty coefficient
Ordinal
Gamma
Somers' d
Kendall's tau-b
Kendall's tau-c
Nominal by Interval
Eta
Kappa
Risk
McNemar
Cochran's and Mantel-Haenszel statistics
Test common odds ratio equals:
1
Continue
Cancel
Help

Crosstabs: Cell Display
Counts
Observed
Expected
Percentages
Row
Column
Total
Residuals
Unstandardized
Standardized
Adjusted standardized
Noninteger Weights
Round cell counts
Round case weights
Truncate cell counts
Truncate case weights
No adjustments
Continue
Cancel
Help

cinsiyet * Spor Crosstabulation

			Spor		Total
			Evet	Hayır	
cinsiyet	Erkek	Count	246	122	368
		Expected Count	175,0	193,0	368,0
		% within cinsiyet	66,8%	33,2%	100,0%
	Bayan	Count	125	287	412
		Expected Count	196,0	216,0	412,0
		% within cinsiyet	30,3%	69,7%	100,0%
Total		Count	371	409	780
		Expected Count	371,0	409,0	780,0
		% within cinsiyet	[illegible]	[illegible]	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	103,877[a]	1	,000		
Continuity Correction[b]	102,418	1	,000		
Likelihood Ratio	106,211	1	,000		
Fisher's Exact Test				,000	,000
Linear-by-Linear Association	103,744	1	,000		
N of Valid Cases	780				

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 175,04.

Beklenen frekanslar oldukça büyük (>25) ve örnek sayısı da >50 olduğundan Pearson ki-kare testine bakılır. P=0,00 < 0.05 olduğundan H_0 reddedilir. Yani spor yapma cinsiyete göre değişmektedir.

Soru. Sürücü ehliyeti almak üzere kursa 35 aday başvurmuş olup, başvuranların 20 tanesi bayandır. Kurs sonunda erkeklerden 5 kişi, bayanlardan ise 15 kişi başarılı olmuştur. Kurs sonundaki başarının cinsiyetle ilişkisi var mıdır, %5 anlamlılık düzeyinde karar veriniz?

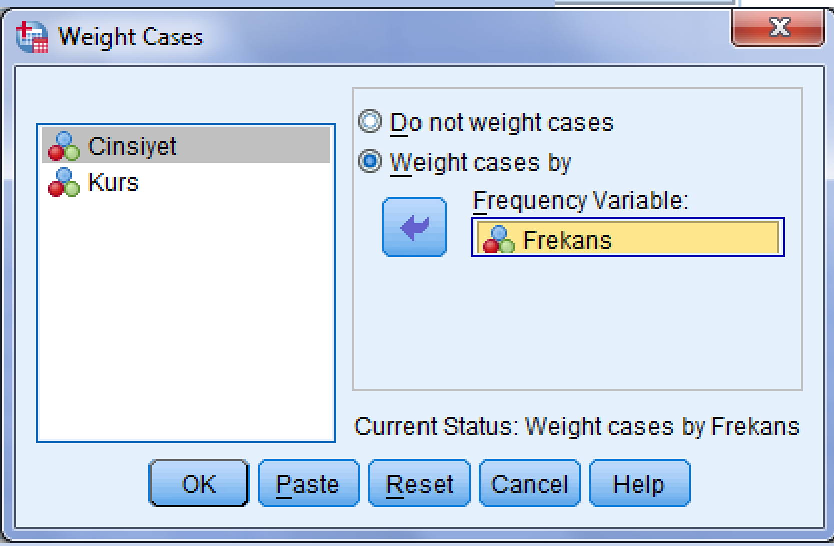
Cinsiyet	Kurs		Toplam
	Başarılı	Başarısız	
Bayan	15	5	20
Erkek	5	10	15
Toplam	20	15	35

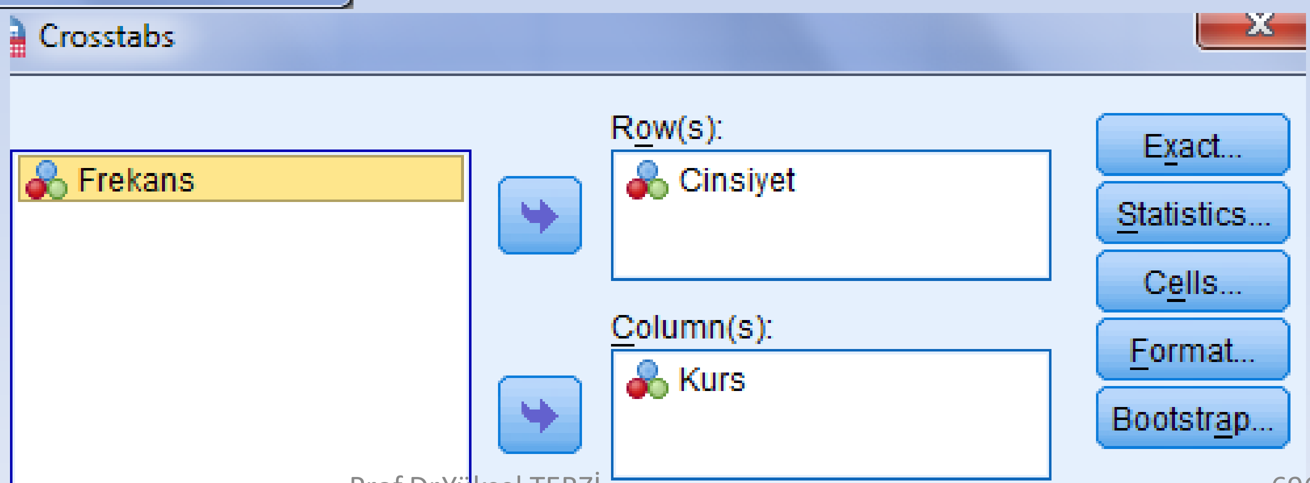
Çözüm :

H_0: Kurs sonu başarı durumu ile Cinsiyet arasında ilişki yoktur

$H_{1:}$ Kurs sonu başarı durumu ile Cinsiyet arasında ilişki vardır

	Cinsiyet	Kurs	Frekans
1	Bayan	Başarılı	15
2	Bayan	Başarısız	5
3	Erkek	Başarılı	5
4	Erkek	Başarısız	10





Cinsiyet * Kurs Crosstabulation

			Kurs		Total
			Başarılı	Başarısız	
Cinsiyet	Bayan	Count	15	5	20
		Expected Count	11,4	8,6	20,0
	Erkek	Count	5	10	15
		Expected Count	8,6	6,4	15,0
Total		Count	20	15	35
		Expected Count	20,0	15,0	35,0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	6,076[a]	1	,014		
Continuity Correction[b]	4,494	1	,034		
Likelihood Ratio	6,215	1	,013		
Fisher's Exact Test				,019	,017
Linear-by-Linear Association	5,903	1	,015		
N of Valid Cases	35				

a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 6,43.

b. Computed only for a 2x2 table

P=0,034<0,05 olup cinsiyet ile kurs başarısı arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki vardır.

FISHER'in Kesin Olasılık Testi (Fisher's Exact Test)

Örnek hacmi küçük olduğunda hücrelerin beklenen değerlerinin 5 ten büyük bulunması çok zordur, dolayısıyla χ^2 dağılışına yaklaşım uygun olmaz. Bu nedenle 2x2 lik tablolarda hücrelerden herhangi birisinin beklenen değeri 5 den küçük ise Fisher'in kesin olasılık testi uygulanması gerekir.

2x2'lik kontenjans tablolarında ki gözlerdeki beklenen frekanslar 5'den küçük olduğunda Ki-kare dağılımı çarpık ve kesikli olmaktadır. Böyle durumlarda Ki-kare testi yerine Fisher tam olasılık testi kullanılır. Fisher tam olasılık testi doğrudan anlamlılık değerini (P) verir (Aksakoğlu, G., 2001). Yani Fisher tam olasılık testinde hesapla bulunan değer Ki-kare değeri değil, direk olarak α ile karşılaştırılacak olasılık değeridir.

FISHER’in Kesin Olasılık Testi

Fisher’ in testi, gözlenen 2x2 lik bir tablonun kesin önem seviyesinin hesaplanmasına dayanır. Bu teste göre sıra ve sütun marjinal (kenar) toplamları ve (n) değişmemek koşulu ile tablo içi hücre değerlerinin değişik kombinasyonları için söz konusu olasılıkları hesaplayarak toplanır. Bu son elde edilen değer gözlenen ve daha ekstrem tabloların elde edilme olasılığıdır. Toplamı (n) olan hücreleri a,b,c,d olan bir tablonun elde edilme olasılığı:

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="3">I. Özellik</td></tr>
<tr><td>Var</td><td>Yok</td><td>∑</td></tr>
<tr><td rowspan="3">II. Özellik</td><td>Var</td><td>a</td><td>B</td><td>a+b</td></tr>
<tr><td>Yok</td><td>c</td><td>D</td><td>c+d</td></tr>
<tr><td>∑</td><td>a+c</td><td>b+d</td><td>n</td></tr>
</table>

$$\text{Prob}(a,b,c,d) = \frac{(a+b)!+(c+d)!+(a+c)!+(b+d)!}{n!a!b!c!d!}$$

ile hesaplanır. Birinci sıra ve birinci sütundaki (a) hücresinin değeri her seferinde 1 küçültülerek yeni tablo ve bunun elde edilme olasılığı hesaplanır. Bu işlem a’ nın değeri sıfır oluncaya kadar devam edilir.

Örnek: **Perikardial efüzyon olan ve olmayan hastalarda sigara içme durumu arasında bir ilişki olup olmadığı araştırılıyor. 60 kişi ile yapılan bir denemede aşağıdaki tablo elde ediliyor.**

		Sigara içme		
		var	Yok	$\sum$
Efüzyon olması	var	2	23	25
	yok	5	30	35
	$\sum$	7	53	60

Bu tablonun elde edilme olasılığı:

$$\text{Prob}(a, b, c, d) = \frac{(25)! + (35)! + (7)! + (53)!}{60!\,2!\,23!\,5!\,30!} = 0.252$$

Bu tablodan 2 farklı tablo daha elde edilebilir.

		Sigara içme		
		var	Yok	$\sum$
Efüzyon olması	var	1	24	25
	yok	6	29	35
	$\sum$	7	53	60

Bu tablonun elde edilme olasılığı:

$$\text{Prob}(a,b,c,d)=\frac{(25)!+(35)!+(7)!+(53)!}{60!1!24!6!29!}=0.105$$

		Sigara içme		
		var	yok	$\sum$
Efüzyon olması	yok	0	25	25
	var	7	28	35
	$\sum$	7	53	60

Bu tablonun elde edilme olasılığı:

$$\text{Prob}(a,b,c,d)=\frac{(25)!+(35)!+(7)!+(53)!}{60!0!25!7!28!}=0.017$$

Bu olasılıklar toplanırsa, Fisher'in tek yönlü kesin olasılığı elde edilmiş olur. Çift yönlü olasılık istenirse bunun iki katı alınır, yani p=0.688 olur.

Her ne kadar sigara içenlerde efüzyon oranı 5/7=0.71, içmeyenlerde 30/53=0.566 olsa da istatistiksel olarak

$$P_{(fisher)}=(0.017+0.105+0.252)=0{,}374>\alpha=0.05$$

olduğundan Sigara ile efüzyonun var olması arasında bir ilişki olmadığı söylenebilir.

efüzyon	sigara	DATA
var	var	2
var	yok	23
yok	var	5
yok	yok	30

efüzyon * sigara Crosstabulation

			sigara		Total
			var	yok	
efüzyon	var	Count	2	23	25
		Expected Count	2,9	22,1	25,0
	yok	Count	5	30	35
		Expected Count	4,1	30,9	35,0
Total		Count	7	53	60
		Expected Count	7,0	53,0	60,0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	,559[a]	1	,455		
Continuity Correction[b]	,116	1	,734		
Likelihood Ratio	,581	1	,446		
Fisher's Exact Test				,688	,375
Linear-by-Linear Association	,550	1	,458		
N of Valid Cases	60				

a. 2 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,92.

b. Computed only for a 2x2 table

Örnek: Dişlerin fırçalanması ile kişilerin eğitim durumlarının arasında bir ilişki olup olmadığı araştırılıyor. Günde diş Fırçalama sayısı (0,1,2 veya daha fazla), eğitim durumu (ilk öğretim, lise veya daha yüksek) şeklinde sınıflanıyor. Eğitim düzeyi ile dişleri fırçalama arasında ilişki olup olmadığını test ediniz.

	0 Fırça	1 Fırça	2+ Fırça	$\sum$
İlk okul	5 (1.78)	27 (22.06)	5 (13.16)	37
Lise+	5 (8.22)	97 (101.94)	69 (60.84)	171
$\sum$	10	124	74	208

H_0: Diş fırçalama ile eğitim durumu arasında ilişki yoktur.
H_1: Diş fırçalama ile eğitim durumu arasında ilişki vardır.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}}$$

Ki-kare=5,833+1,107+5,063+1,262+0,24+1,095= 14,600

Serbestlik derecesi= (2-1)*(3-1)=2

$\chi^2_{(2,0.01)}$=9.2< 14.60>9.21 olup Ho red edilir. Diş fırçalaması eğitimle yakından ilişkilidir.

Artıklar (Residuals)

Gözlenen değerler ile beklenen değerler arasındaki fark artık olarak adlandırılır.

Residual=Gi-Ti

Gi: Gözlenen değerler Ti:Beklenen değerler

Standardize Artıklar (Standardized residulas)

Standardize artıkların ortalaması sıfır ve standart sapması 1 dir. Bir hücrenin standardize artık değeri mutlak değerce 2'den büyükse $|st.res.| > 2$ o hücre ki-kare değerine önemli bir katkıda bulunur.

$$st.residual = \frac{G_i - T_i}{\sqrt{T_i}}$$

Düzeltilmiş standardize artıklar
(Adjusted standardized residuals)

Standardize artıkların satır ve sütun toplamlarına göre düzeltilmiş halidir.

$$Adj.St.\text{Re}\,sidual = \frac{G_i - T_i}{\sqrt{\left[n_r n_c (1 - n_r / N)(1 - n_c / N)\right] / N}}$$

n_r: satır toplamı n_c: sütun toplamı N:Genel toplam

Likelihood Ratio (Olabilirlik Oranı)

Olabilirlik oranı log-lineer modellerde kullanılan bir istatistiktir. Log-lineer modelleri kategorik veriler için ANOVA gibi düşünebiliriz.

$$LR = 2 \sum G_i \ln(G_i / T_i)$$

Kİ-KARE HOMOJENLİK TESTİ

İki yada daha fazla bağımsız örneklemin aynı ana kütleden seçilip seçilmediğini test eder.

H_0: İki örneklem aynı anakütleden seçilmiştir.
H_1: İki örneklem farklı anakütleden seçilmiştir.

$$\chi^2 = \sum \sum (G_{ij} - T_{ij})^2 / T_{ij}$$

Örnek: Bölgesel satış yapan bir üretim işletmesi 2 yeni ürün geliştirerek piyasaya sürmüştür. Tüketicilerin görüşlerini belirlemek amacıyla bir rassal örneklem oluşturulmuştur. Sonuçlar aşağıdaki gibi bulunmuştur. Seçilen örneklemlerin, aynı anakütleye ait olup olmadığını %5 anlamlılık düzeyinde test edinizi?

Ürünler	Tüketici Görüşleri			Toplam
	Beğenen	Beğenmeyen	İlgisiz	
I.Ürün	60	30	10	100
II.Ürün	80	50	20	150
Toplam	140	80	30	250

H_0: İki örneklem aynı anakütleden seçilmiştir.
H_1: İki örneklem farklı anakütleden seçilmiştir.

Ürünler	Tüketici Görüşleri			Toplam
	Beğenen	Beğenmeyen	İlgisiz	
I.Ürün	60 (56)	30 (32)	10 (21)	100
II.Ürün	80 (84)	50 (32)	20 (21)	150
Toplam	140	80	30	250

$$\chi^2 = \sum\sum \frac{(G_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}} = \frac{(60-56)^2}{56} + \frac{(30-32)^2}{32} + \ldots + \frac{(20-21)^2}{21}$$

$$= 1{,}24$$

Serbestlik derecesi=(R-1)*(C-1)=(2-1)*(3-1)=2

$\chi^2 = 1{,}24 < \chi^2_{0.05,\,2} = 5{,}99$ **H_0 kabul edilir. İki örneklem aynı anakütleden seçilmiştir.**

Ürünler * Görüş Crosstabulation

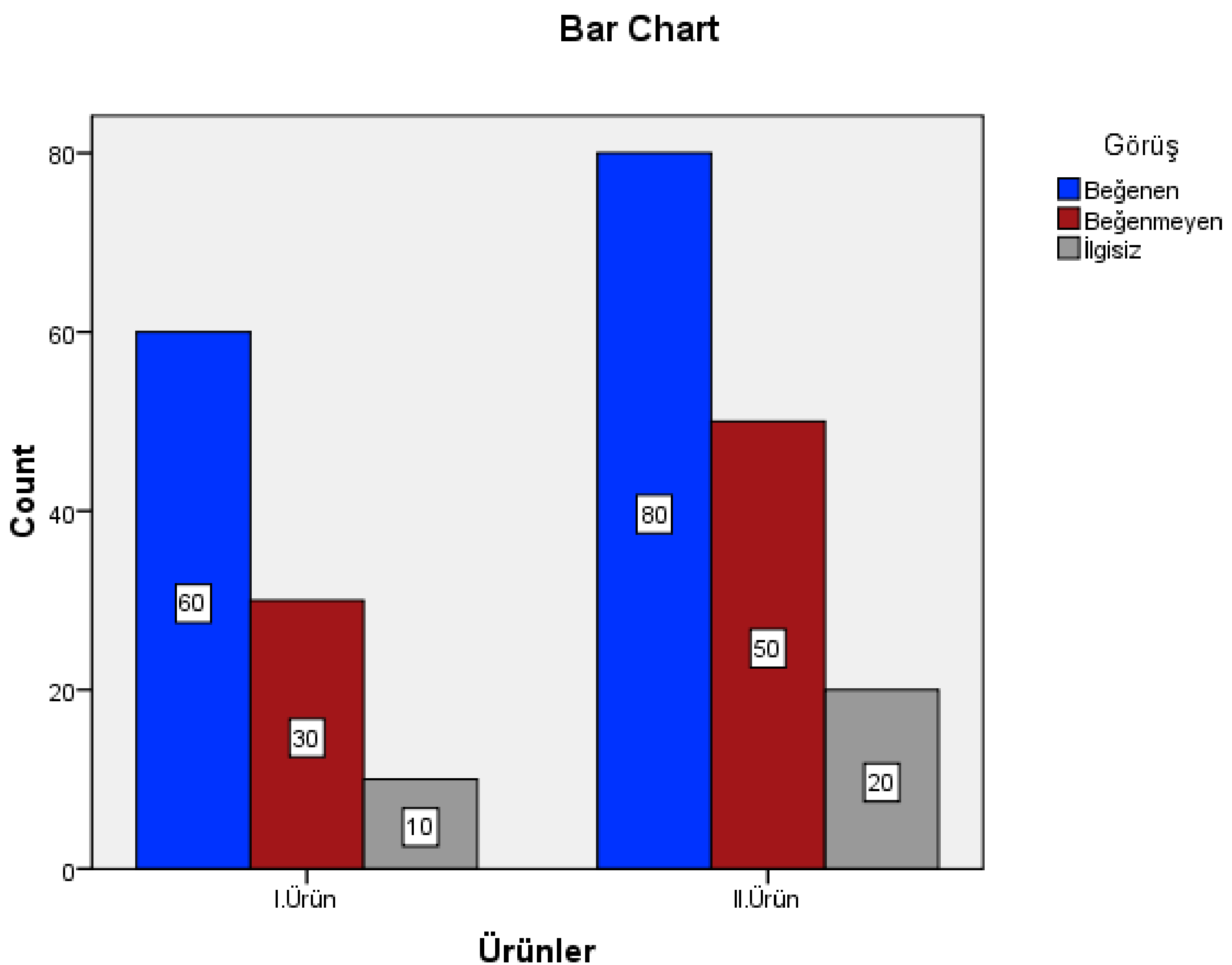
			Görüş			
			Beğenen	Beğenmeyen	İlgisiz	Total
Ürünler	I.Ürün	Count	60	30	10	100
		% within Ürünler	60,0%	30,0%	10,0%	100,0%
	II.Ürün	Count	80	50	20	150
		% within Ürünler	53,3%	33,3%	13,3%	100,0%
Total		Count	140	80	30	250
		% within Ürünler	56,0%	32,0%	12,0%	100,0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	1,240[a]	2	,538
Likelihood Ratio	1,251	2	,535
Linear-by-Linear Association	1,229	1	,268
N of Valid Cases	250		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 12,00.

P=0,538>0,05 H_0 red edilemez yani iki örneklem aynı anakütleden seçilmiştir.

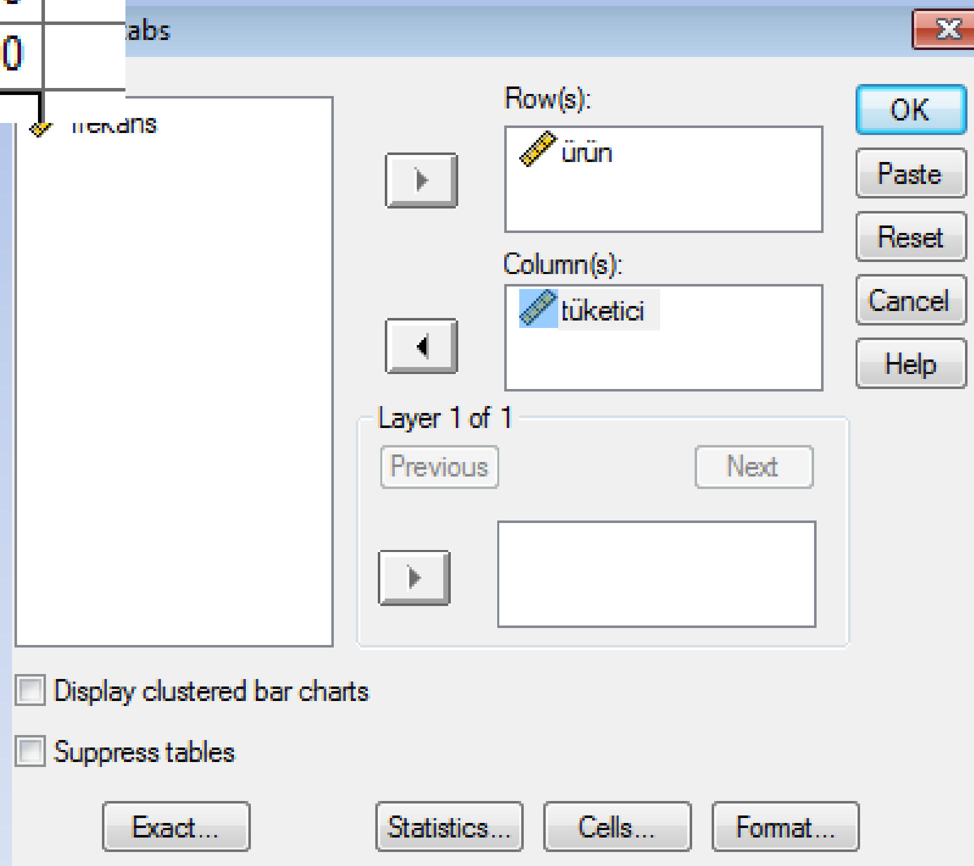

Bar Chart
Count
80
60
40
20
0
60
30
10
80
50
20
I.Ürün
II.Ürün
Ürünler
Görüş
Beğenen
Beğenmeyen
İlgisiz

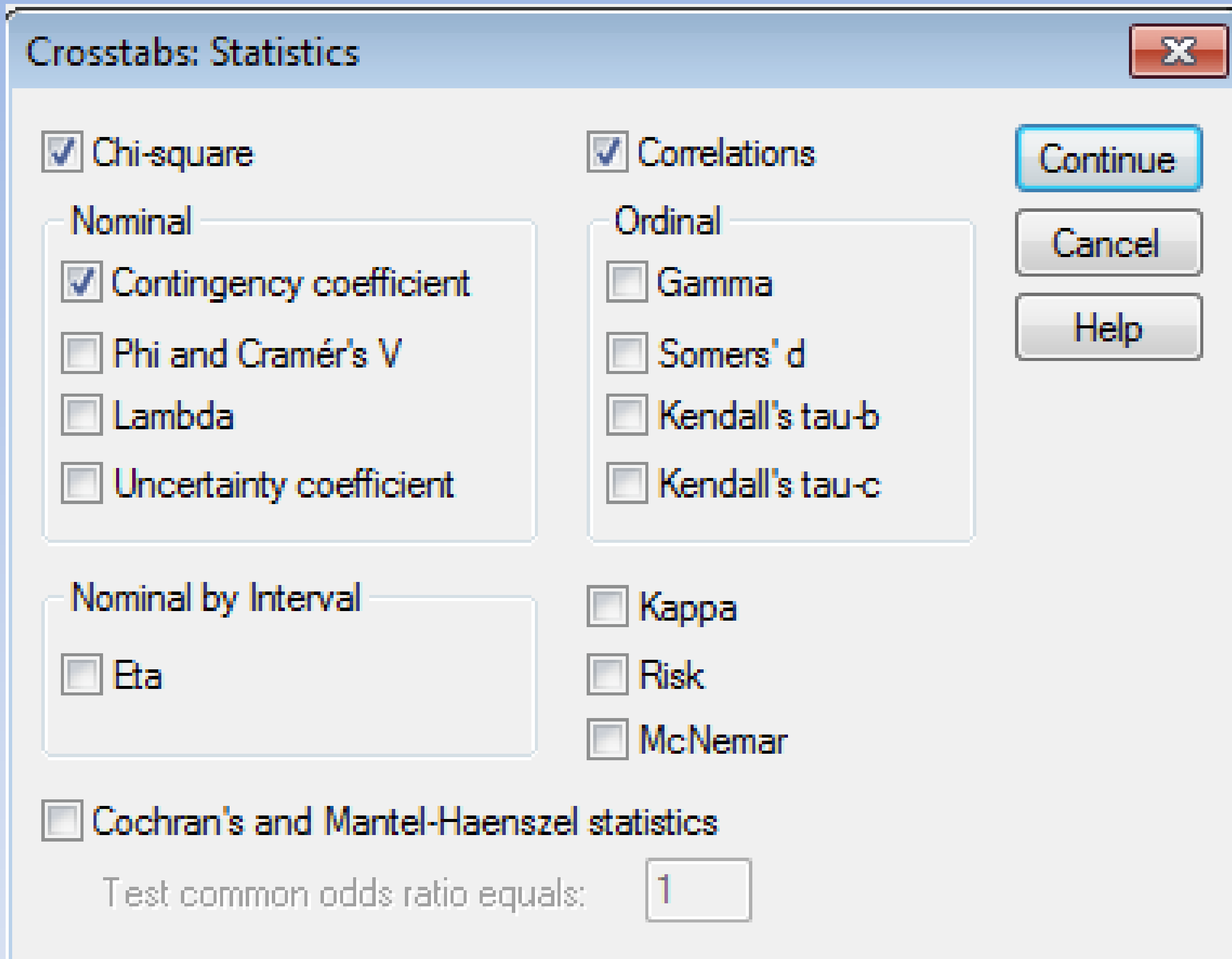
KONTENJANS KATSAYISI

İki değişken nicel ise ilişki derecesi korelasyon katsayısı ile; değişkenler nitel ise kontenjans katsayısı ile ölçülür. **Kontenjans katsayısı nitel iki değişken arasındaki ilişkinin derecesini belirleyen bir katsayıdır.** rxc tablolarında ki-kare değerinin gösterdiği ilişki düzeyini belirlemede kullanılır. İki değişken arasında bir ilişki bulunmuyorsa c=0 olur. İlişki yüksekse c 1'e yakın bir değer verir.

$$c = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

	ürün	tüketici	frekans
1	1	1	60
2	1	2	30
3	1	3	10
4	2	1	80
5	2	2	50
6	2	3	20




Crosstabs: Statistics
Chi-square
Correlations
Continue
Nominal
Contingency coefficient
Phi and Cramér's V
Lambda
Uncertainty coefficient
Ordinal
Gamma
Somers' d
Kendall's tau-b
Kendall's tau-c
Cancel
Help
Nominal by Interval
Eta
Kappa
Risk
McNemar
Cochran's and Mantel-Haenszel statistics
Test common odds ratio equals:
1

715

ürün * tüketici Crosstabulation

Count

		tüketici			Total
		Beğenen	Beğmeyen	İlgisiz	
ürün	1	60	30	10	100
	2	80	50	20	150
Total		140	80	30	250

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	1,240[a]	2	,538
N of Valid Cases	250		

a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 12,00.

		Value	Asymp. Std. Error[a]	Approx. T[b]	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Contingency Coefficient	,070			,538
Interval by Interval	Pearson's R	,070	,062	1,109	,269[c]
Ordinal by Ordinal	Spearman Correlation	,070	,063	1,105	,270[c]
N of Valid Cases		250			

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

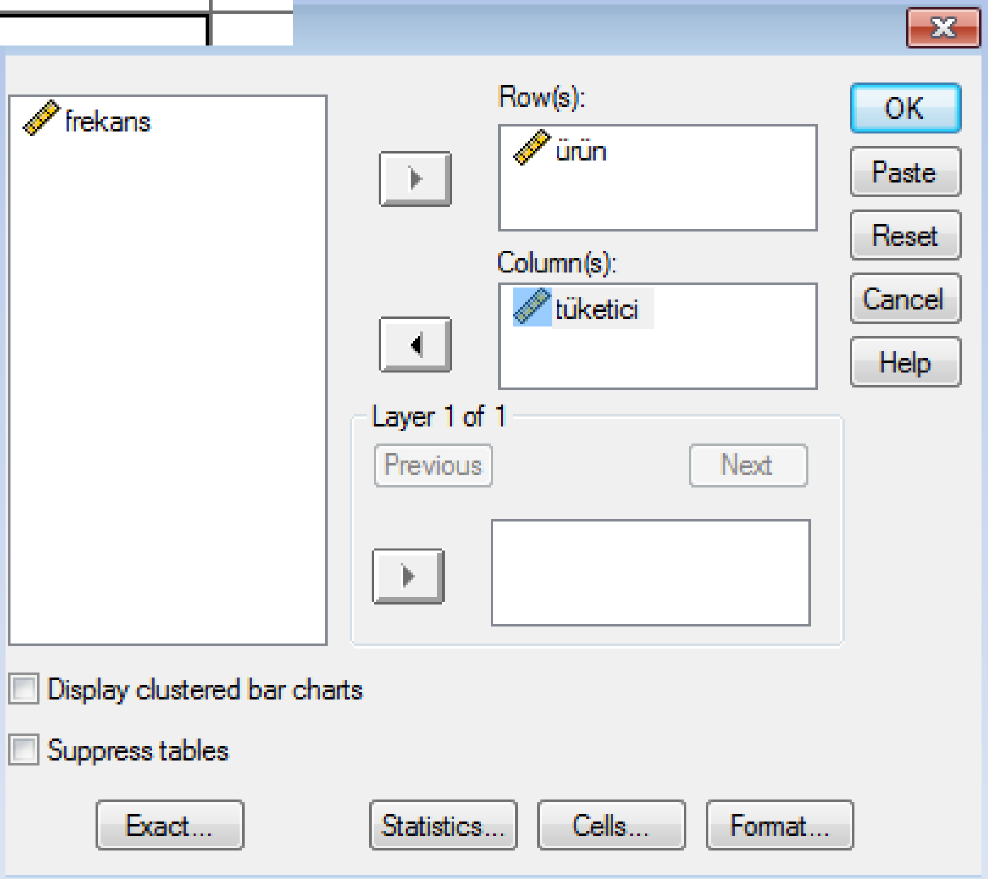
c. Based on normal approximation.

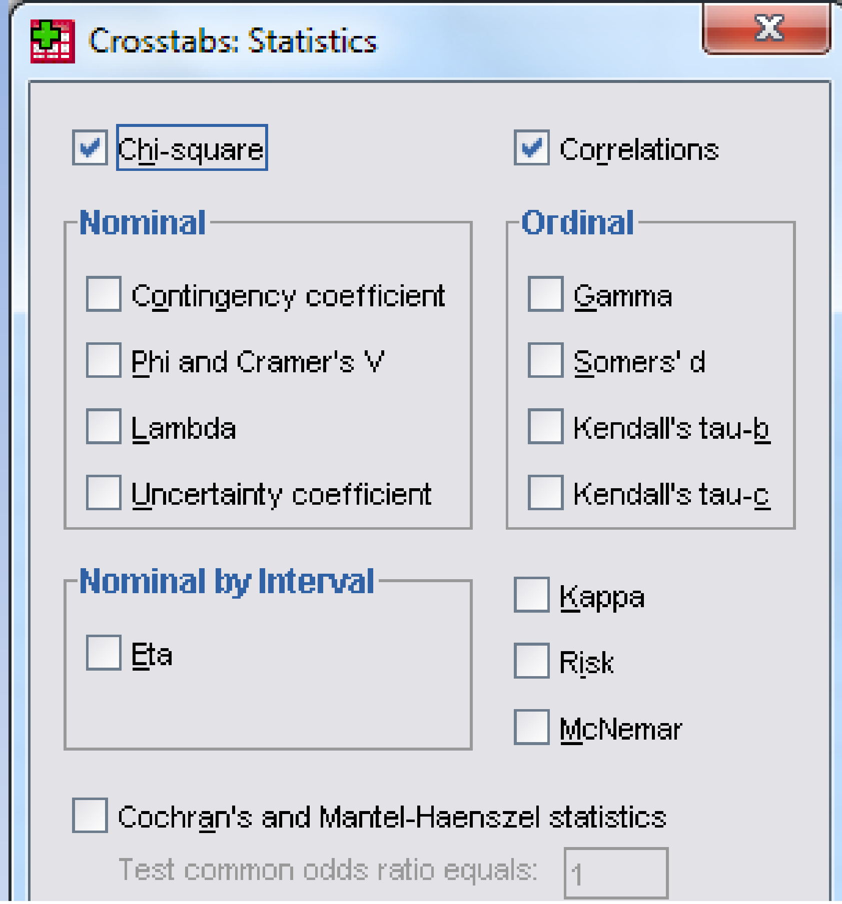
ÇAPRAZ TABLOLARDA KORELASYON

kxk çapraz tablolarında değişkenler arasındaki korelasyon katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanır. Korelasyon 0-1 arasında değerler alır.

$$r = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(k-1)}}$$

	ürün	tüketici	frekans
1	1	1	60
2	1	2	30
3	1	3	10
4	2	1	80
5	2	2	50
6	2	3	20





Symmetric Measures

		Value	Asymp. Std. Error[a]	Approx. T[b]	Approx. Sig.
Interval by Interval	Pearson's R	,070	,062	1,109	,269[c]
Ordinal by Ordinal	Spearman Correlation	,070	,063	1,105	,270[c]
N of Valid Cases		250			

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

c. Based on normal approximation.

Theil'in BELİRSİZLİK KATSAYISI (Uncertaninity Coefficient)

Bu katsayısı simetrik değildir. Bağımsız ve bağımlı değişkenler yer değiştirirse farklı sonuç verir. 0 ile 1 arasında değerler alır. Katsayısının 0 değeri alması tamamen belirsizliği (bağımsız değişken bağımlı değişkeni tahmin etmede yetersiz, yani iki değişken birbirinden bağımsız), 1 değerini alması tamamen belirliliği ifade eder (bağımsız değişken bağımlı değişkendeki değişmeyi tam olarak açıklar).

Hangi değişkenin tam olarak bağımlı değişken olduğu bilinmiyorsa Theil'in simetrik belirsizlik katsayısı kullanılır.

Bağımsız değişken satırda bağımlı değişken ise sütunda olduğunda belirsizlik katsayısı aşağıdaki gibi bulunur:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{I}\left(\frac{n_{i+}}{n}\right) ln\left(\frac{n_{i+}}{n}\right)$$

$$H(XY) = -\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\left(\frac{n_{ij}}{n}\right) ln\left(\frac{n_{ij}}{n}\right)$$

$$H(Y) = -\sum_{j=1}^{J}\left(\frac{n_{+j}}{n}\right) ln\left(\frac{n_{+j}}{n}\right)$$

$$U_{y/x} = \frac{H(X) + H(Y) - H(XY)}{H(Y)}$$

Theil'in BELİRSİZLİK KATSAYISI (Uncertaninity Coefficient)

Hangi değişkenin tam olarak bağımlı değişken olduğu bilinmiyorsa Theil'in simetrik belirsizlik katsayısı kullanılır.

$$U_{y/x} = \frac{2[H(X) + H(Y) - H(XY)]}{H(X) + H(Y)}$$

Kontenjans tablosunda X değişkeni bağımlı değişken olarak kabul edilirse belirsizlik katsayısı aşağıdaki formülle bulunur.

$$U_{x/y} = \frac{H(X) + H(Y) - H(XY)}{H(X)}$$

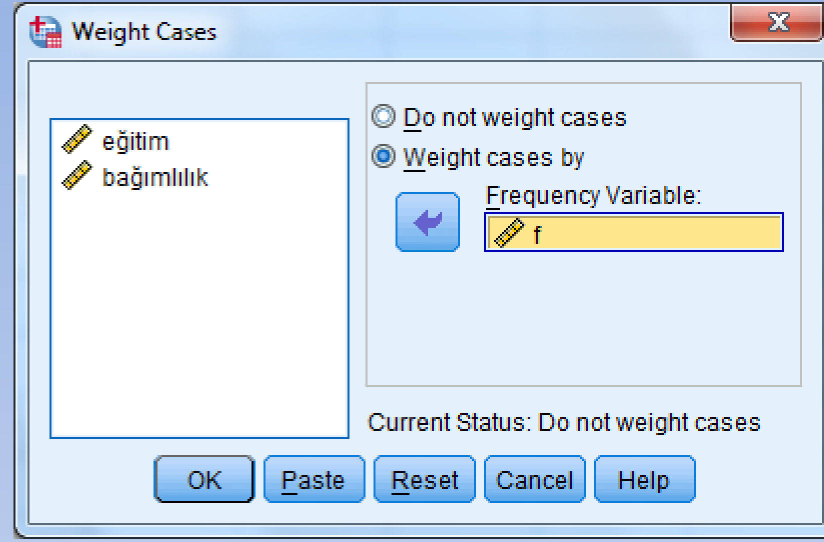
Örnek: Eğitim düzeyi ile zararlı maddelere bağımlılık türü üzerine yapılan bir 346 kişilik araştırmadan aşağıdaki sonuçlar elde dilmiştir. Eğitim düzeyi ile bağımlılık türünün birbirinden bağımsız olup olmadığını (eğitim durumunun bağımlılık türlerine göre değişip değişmediğini) %5 önem seviyesinde test ediniz.

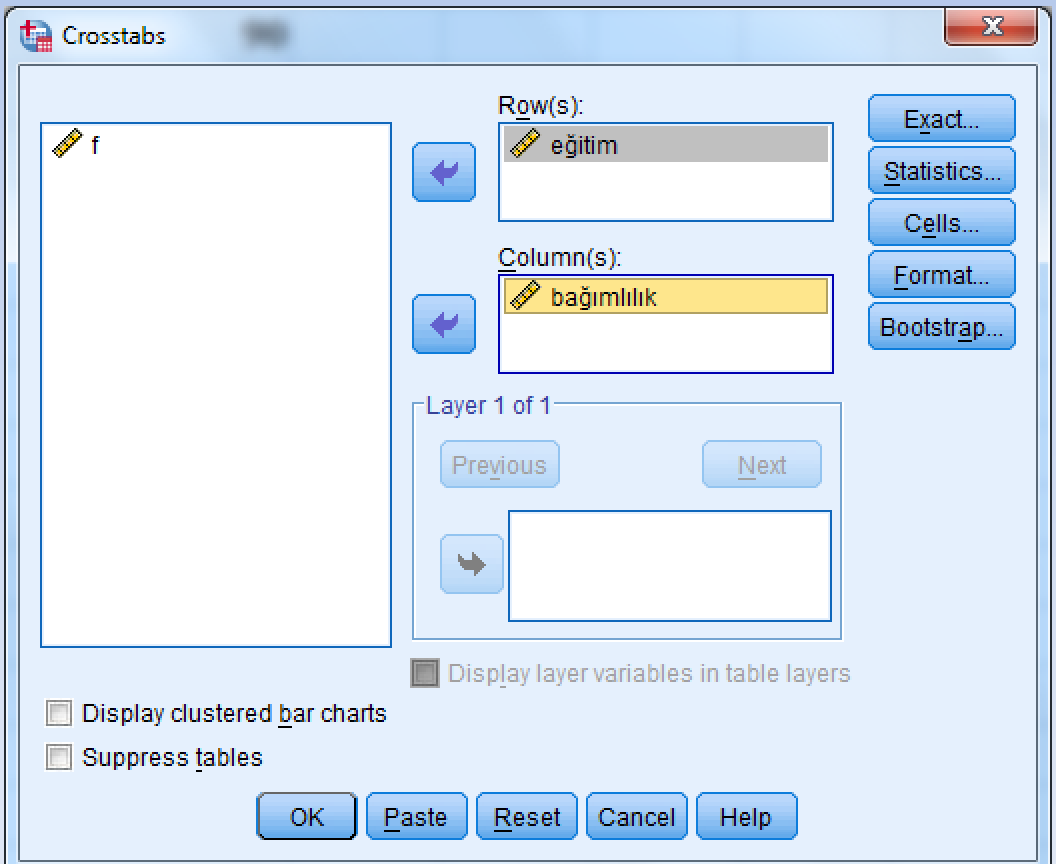
	Bağımlılık Türleri		
	Sigara	Alkol	Uyuşturucu
İlkokul	90	50	10
Lise	75	30	3
Lisans	50	28	1

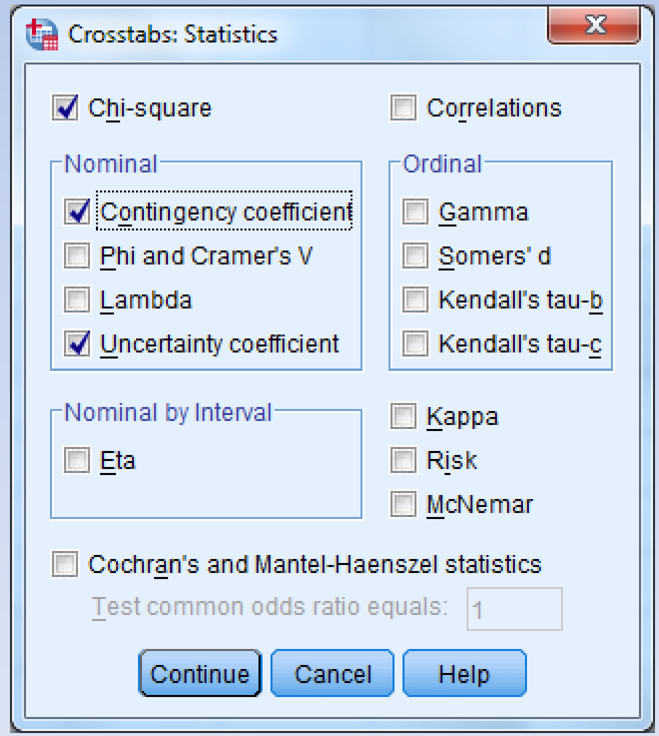
H0: Eğitim düzeyi bağımlılık türünden bağımsızdır (ilişki yoktur)

H1: Bağımlılık türü eğitim düzeyi arasında ilişki vardır. Bağımlılık türleri eğitim düzeyinden etkilenir.

	eğitim	bağımlılık	f
1	İlkokul	Sigara	90
2	İlkokul	Alkol	50
3	İlkokul	Uyuşturucu	10
4	Lise	Sigara	75
5	Lise	Alkol	30
6	Lise	Uyuşturucu	3
7	Lisans	Sigara	50
8	Lisans	Alkol	28
9	Lisans	Uyuşturucu	1







eğitim * bağımlılık Crosstabulation

			bağımlılık			Total
			Sigara	Alkol	Uyuşturucu	
eğitim	İlkokul	Count	90	50	10	150
		% within eğitim	60,0%	33,3%	6,7%	100,0%
	Lise	Count	75	30	3	108
		% within eğitim	69,4%	27,8%	2,8%	100,0%
	Lisans	Count	50	28	1	79
		% within eğitim	63,3%	35,4%	1,3%	100,0%
Total		Count	215	108	14	337
		% within eğitim	63,8%	32,0%	4,2%	100,0%

Directional Measures

			Value	Asymp. Std. Error[a]	Approx. T[b]	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Uncertainty Coefficient	Symmetric	,010	,008	1,339	,163[c]
		eğitim Dependent	,009	,007	1,339	,163[c]
		bağımlılık Dependent	,012	,009	1,339	,163[c]

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

c. Likelihood ratio chi-square probability.

P=0,163>0,05 H0 red edilemez. Bağımlılık türü eğitim düzeyini etkilememektedir, yani birbirinden bağımsızdırlar. Eğitim düzeyine göre bağımlılık farklılaşmamıştır.

İki Anakütle Oranları Arasındaki Farkın Hipotez Testi

Bu testlerde karşıt hipoteze örnek olarak şunlar verilebilir:

- ✓ **A ve B bölümü öğrencilerinin başarı oranları farklıdır.**
- ✓ **Lise mezunlarının üniversiteye girme oranı Anadolu liselerinkinden düşüktür.**
- ✓ **Futbol seyretme oranı erkeklerde daha yüksektir.**

$0<\pi_1<1$, $0<\pi_2<1$ olmak üzere

$H_0 : \pi_1=\pi_2$ $H_0 : \pi_1=\pi_2$ $H_0 : \pi_1=\pi_2$

$H_1 : \pi_1\neq\pi_2$ $H_1 : \pi_1<\pi_2$ $H_1 : \pi_1>\pi_2$

Unpooled-Birleştirilmemiş örneklem oranı (varyanslar eşit değil)

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{s_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}} \quad , \quad s_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}$$

Pooled-Birleştirilmiş örneklem oranı (Varyanslar eşit)

$$s_{\hat{p}} = \sqrt{\hat{p}\left(1 - \hat{p}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

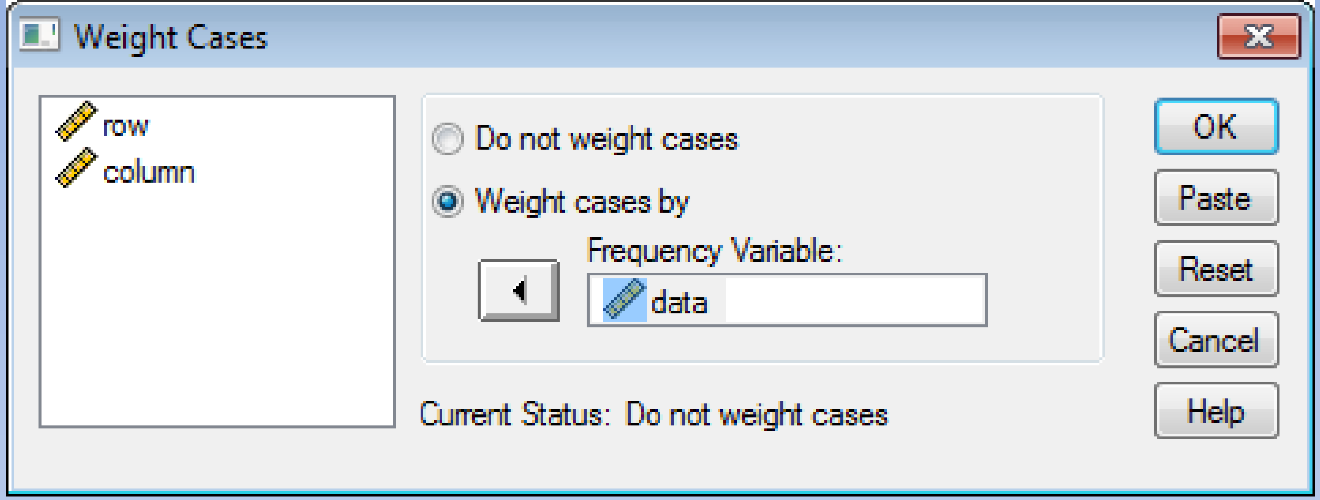
$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{s_{\hat{p}}}$$

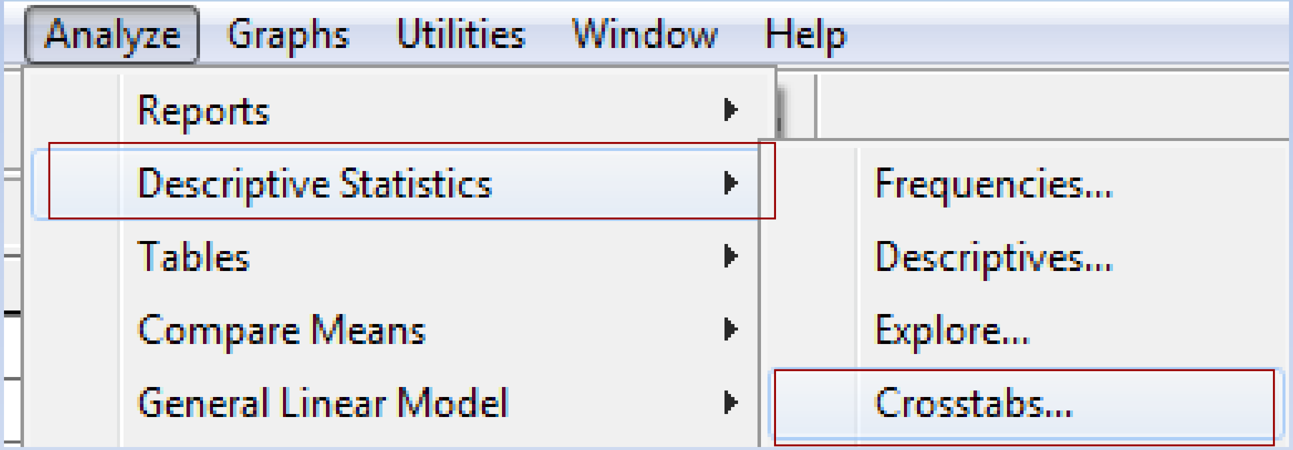
$$\hat{p} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$

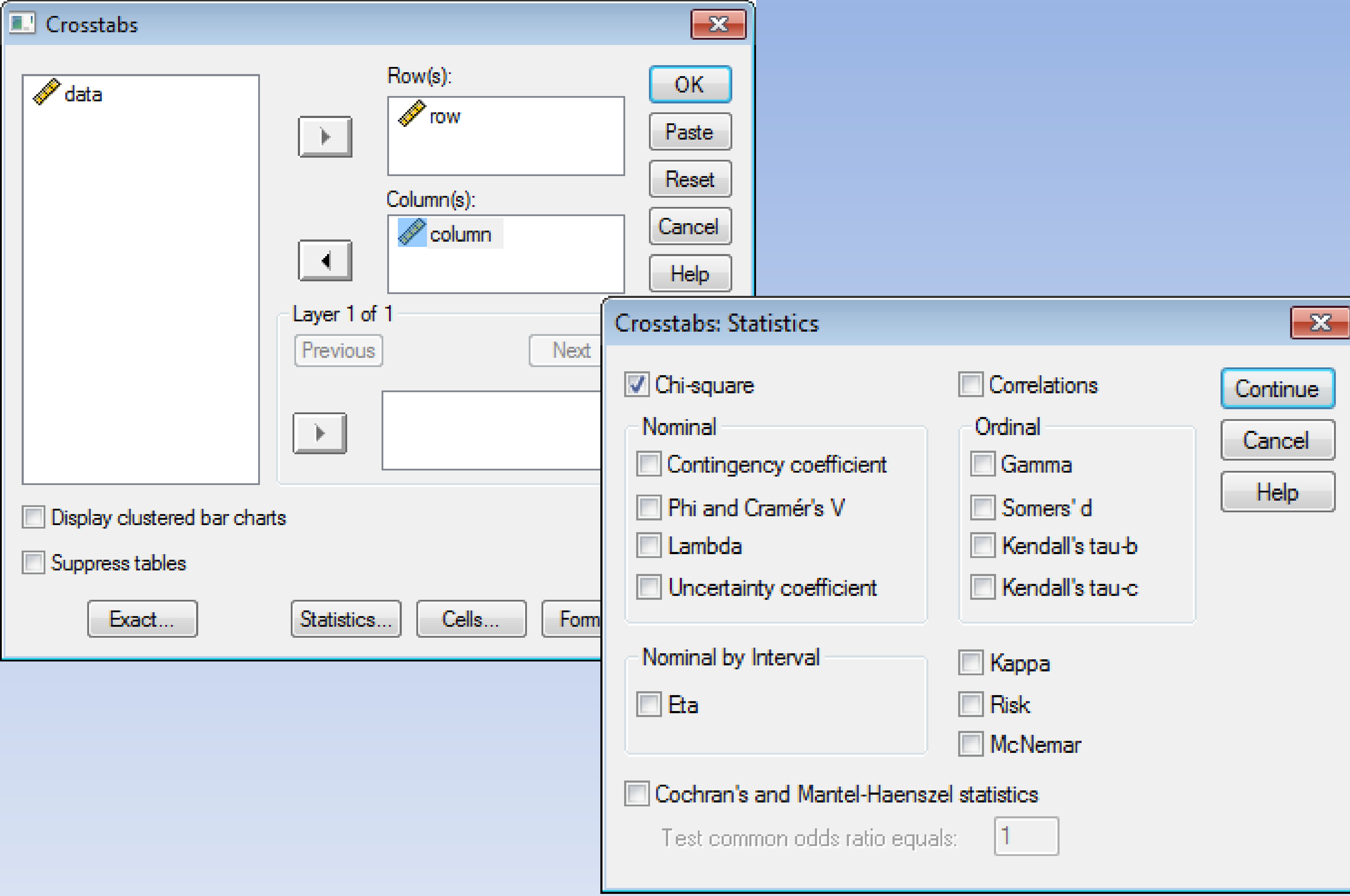
Örnek: Yapılan bir çalışmada 61 bayandan 11 tanesi, 238 erkekten ise 35 tanesinin bir sınavdan başarılı olduğu tespit edilmiştir. Bayanlarla erkeklerin başarı oranları arasında %5 önem seviyesinde bir farklılık var mıdır?

	Bayan	Erkek	Toplam
Başarılı	11	35	
Başarısız	50	203	
Toplam	61	238	

	row	column	data
1	1	1	11
2	1	2	35
3	2	1	50
4	2	2	203
5			


Weight Cases
row
column
Do not weight cases
Weight cases by
Frequency Variable:
data
Current Status: Do not weight cases
OK
Paste
Reset
Cancel
Help


Analyze
Graphs
Utilities
Window
Help
Reports
Descriptive Statistics
Tables
Compare Means
General Linear Model
Frequencies...
Descriptives...
Explore...
Crosstabs...


Crosstabs
data
Row(s):
row
Column(s):
column
Layer 1 of 1
Previous
Next
OK
Paste
Reset
Cancel
Help
Display clustered bar charts
Suppress tables
Exact...
Statistics...
Cells...
Form
Crosstabs: Statistics
Chi-square
Correlations
Nominal
Contingency coefficient
Phi and Cramér's V
Lambda
Uncertainty coefficient
Ordinal
Gamma
Somers' d
Kendall's tau-b
Kendall's tau-c
Nominal by Interval
Eta
Kappa
Risk
McNemar
Cochran's and Mantel-Haenszel statistics
Test common odds ratio equals:
1
Continue
Cancel
Help

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	,413[b]	1	,521		

$H_0 : \pi_1 = \pi_2$

Ki-Kare=0,413 , p=0,521>0,05 H_0 red edilemez.

p_1=11/61=0,18 p_2=35/238=0,147

$$\hat{p} = \frac{61 \times 0.18 + 238 \times 0.147}{299} = 0.154$$

$$s_{\hat{p}} = \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} = \sqrt{0.154 \times 0.846(1/61 + 1/238)} = 0.13$$

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (\pi_1 - \pi_2)}{s_{\hat{p}}} = \frac{0.18 - 0.147}{0.13} = 0.64$$

$Z^2 = 0,64^2 = 0,41$

HİPERGEOMETRİK DAĞILIM

Olasılık kuramı ve istatistik bilim kollarında, **hipergeometrik dağılım** sonlu bir ana kütle içinden tekrar geri koymadan seri halinde birbiri arkasından *n* tane nesnelerin çekilmesi şeklinde bir işlem için *başarı* sayısının dağılımını bir ayrık olasılık dağılımı şekilde betimler. Bir tipik örnek, iki kategorik değişkeni sınıflandıran bir olumsallık tablosunda gösterilebilir:

	Çekilmiş	Çekilmemiş	Toplam
Hatalı	k	$m-k$	m
Hatasız	$n-k$	$N+k-n-m$	$N-m$
Toplam	n	$N-n$	N

Eğer içinde *m* sayıdan daha fazla hatalı mal birimi olmadığını kabul ettiğimiz *N* sayıda mal birimini ihtiva eden bir mal teslimi yapılmıştır. Bu *N* sayıdaki mal birimi içinden tam *n* sayıda bir örnek alınıp bunlar test kontrolünden geçirilirse bu örnek içinde tam *k* tane hatalı mal birimi bulunacağı *hipergeometrik dağılım* ile açıklanır.

HİPERGEOMETRİK DAĞILIM

	Çekilmiş	Çekilmemiş	Toplam
Hatalı	k	$m-k$	m
Hatasız	$n-k$	$N+k-n-m$	$N-m$
Toplam	n	$N-n$	N

Eğer bir rassal değişken *X* rassal değişkeni *N*, *m* ve *n* parametreleri olan bir hipergeometrik dağılım gösterirse, tam olarak *k* sayıda *başarı* elde edilmesi, şu fonksiyonla bulunur:

$$f(k;N,m,n)=\frac{\binom{m}{k}\binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Bu formül şöyle daha da açıklanabilir: (Geri koyulmadan) alınabilmesi mümkün örnek sayısı $\binom{N}{n}$ olur. Hatalı nesne sayısının *k* olması için $\binom{m}{k}$ sayıda alternatif bulunur; örneğin geride kalan kısmının hatasız nesnelerle doldurulması için de $\binom{N-m}{n-k}$ alternatif mevcuttur.

Örnek. Bir küpün içinde beyaz ve siyah top olsun. Küpten bir beyaz top çekmeye *başarı* , siyah top çekmek *başarısızlık* sayılsın. Küpte *N=50 top vardır.* *K*üpteki *beyaz top sayısı* m=5, siyah top sayısı *N−m=50-5=45 dir.* Gözleri kapalı olarak küpten birer birer 10 tane top çekilsin ve her çekilen top küpe geri konulmasın (iadesiz çekim). Bu çekişte küpten tam k=4 tane beyaz top çekme olasılığı nedir? Buna binom dağılım modeli uygulanamaz; çünkü her çekilişte başarı olasılığı değişmektedir.

	Çekilmiş	Çekilmemiş	Toplam
Beyaz toplar	4 (k)	1 = 5 − 4 ($m-k$)	5 (m)
Siyah toplar	6 = 10 − 4 ($n-k$)	39 = 50 + 4 − 10 − 5 ($N+k-n-m$)	45 ($N-m$)
Toplam	10 (n)	40 ($N-n$)	50 (N)

$$\Pr(K=k) = f(k;N,m,n) = \frac{\binom{m}{k}\binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$\Pr(K=4) = f(4;50,5,10) = \frac{\binom{5}{4}\binom{45}{6}}{\binom{50}{10}} = 0.003964583$$

	top	çekim	frekans
1	Beyaz	Çekilmiş	4
2	Beyaz	Çekilmemiş	1
3	Siyah	Çekilmiş	6
4	Siyah	Çekilmemiş	39

top * çekim Crosstabulation

			çekim		Total
			Çekilmiş	Çekilmemiş	
top	Beyaz	Count	4	1	5
		Expected Count	1,0	4,0	5,0
	Siyah	Count	6	39	45
		Expected Count	9,0	36,0	45,0
Total		Count	10	40	50
		Expected Count	10,0	40,0	50,0

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	12,500[a]	1	,000		
Continuity Correction[b]	8,681	1	,003		
Likelihood Ratio	9,696	1	,002		
Fisher's Exact Test				,004	,004
Linear-by-Linear Association	12,250	1	,000		
N of Valid Cases	50				

a. 2 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,00.

b. Computed only for a 2x2 table

Lineer by Lineer İlişki Katsayısı Testi

Lineer by lineer İlişki istatistiği Mantel-Haenszel istatistiği olarak ta bilinir. Veriler ordinal ölçekle alınmış olması ve çift sıralı rxc tablosu olarak düzenlenmesi gerekir. Linear istatistiği örnek sayısı $n \leq 30$ kadar Ki kare test istatistiği istenildiği zaman hesaplanır (Ergün, 1995).

$$\chi^2_{HM} = \text{linear} - \text{by} - \text{linear} = r^2(N-1) \sim \chi^2_{(r-1)(c-1),\alpha}$$

r^2 : Pearson Ki kare istatistiği,

N : Toplam gözlem sayısı,

r: Satır sayısını,

c: Sütun sayısını,

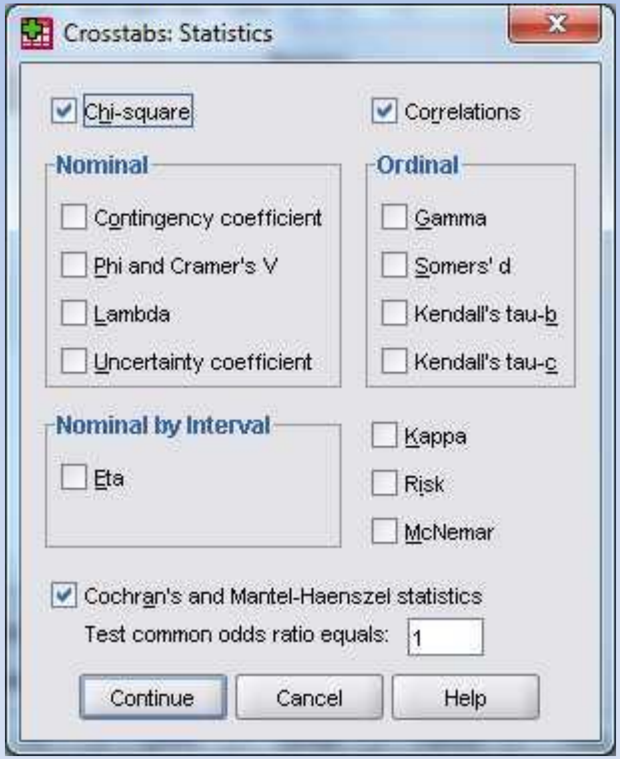
α : Önem düzeyini ifade etmektedir.

Örnek: Sigara içme ile kanser riski arasında doğrusal bir ilişki var mıdır?

risk * sigara Crosstabulation

Count

		sigara		Total
		evet	hayır	
risk	yok	13	7	20
	var	5	14	19
Total		18	21	39



Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	5,867[a]	1	,015		
Continuity Correction[b]	4,414	1	,036		
Likelihood Ratio	6,036	1	,014		
Fisher's Exact Test				,025	,017
Linear-by-Linear Association	5,717	1	,017		
N of Valid Cases	39				

Symmetric Measures

		Value	Asymp. Std. Error[a]	Approx. T[b]	Approx. Sig.
Interval by Interval	Pearson's R	,388	,147	2,560	,015[c]
Ordinal by Ordinal	Spearman Correlation	,388	,147	2,560	,015[c]
N of Valid Cases		39			

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

c. Based on normal approximation.

P=0,017<0,05 olup kanser riski ile sigaranın doğrusal bir ilişkide olduğu varsayılır.

Linear-by-Linear=$r^2(N-1)=0,388^2(39-1)=5,72$