



T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

VEZİRKÖPRÜ MESLEK YÜKSEKOKULU

ÇOCUK BAKIMI VE GENÇLİK HİZMETLERİ BÖLÜMÜ/ ÇOCUK GELİŞİMİ PROGRAMI

TEMEL MATEMATİK

TEMEL KAVRAMLAR

1. Hafta

TEMEL KAVRAMLAR:

Rakam: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Sayı: Rakamların bir araya getirilmesiyle oluşan sistemlerdir.

$$2, 73, -11, \frac{7}{9}, \frac{1}{3}, \dots$$

Sayı kümeleri:

• **Sayma sayıları:** $S = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

• **Doğal sayılar:** $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

• **Tam sayılar:** $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$$Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z^- = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$$

$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$$

"Sıfırın işareti yoktur."

• **Rasyonel sayılar:**

$\mathbb{Q} = \{a, b \in Z, b \neq 0 \text{ için } \frac{a}{b} \text{ şeklinde yazılan sayılardır}\}$

$$-\frac{3}{5}, 2, \frac{1}{4}, -3, \frac{\sqrt{2}}{3}, 0, 2, \dots$$

• **İrrasyonel sayılar:** Rasyonel olmayan sayılara irrasyonel sayılar denir. (\mathbb{Q}')

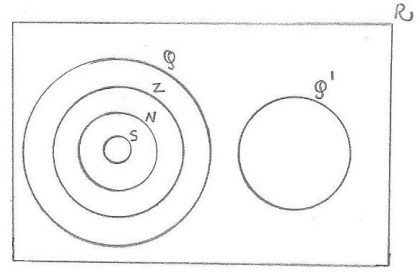
$$\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{7}, \pi, e, \dots$$

• **Reel sayılar:** $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$

Sayı doğrusundaki tüm sayılardır.

• **Kompleks sayılar:**

$\mathbb{C} = \{ \text{koordinat düzlemi üzerindeki tüm sayılardır} \}$



Tam sayı genişletileri:

• **Gift sayı:** $n \in Z$ için $2n$ şeklinde yazılan sayılardır.

$$\{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$$

• **Tek sayı:** $n \in Z$ için $2n-1$ ile ifade edilen sayılardır.

$$\{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

Tek sayı: T

Gift sayı: G

$$G \pm T = T$$

$$T \pm G = T$$

$$T \pm T = G$$

$$G \pm G = G$$

• a, b, c birer tam sayı iken

$$a, b \rightarrow \text{tek}$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$T \quad T$$

$$a, b, c \rightarrow \text{tek}$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow$$

$$T \quad T \quad T$$

$$a, b \rightarrow \text{gift}$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$T \quad G$$

$$G \quad T$$

$$G \quad G$$

- Çift bir sayının bütün kuvvetleri çift değildir.

2 ve -2 çift ama $2^{-2} = \frac{1}{4}$ çift değildir.

- $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $ç^n = ç$ tir.

- $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $T^n = T$ dir.

▼ $a \in \mathbb{Z}$ iken a^2 çift ise a nın kesinlikle çift olduğunu söyleyebiliriz.

Fakat a nın tam sayı olduğu belirlenmediyse a çift olmayabilir.

$$a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2} \text{ çift değildir.}$$

- 1) a, b, c çift sayılar olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi her zaman çift sayıdır?

A) $\frac{a+b+c}{2}$ B) $a + \frac{b-c}{2}$ C) $\frac{a \cdot b \cdot c}{2}$

D) $a - \frac{b+c}{2}$ E) $\frac{a+b}{2} - c$

Cevap: C

- 2) $5x$ tek ise hangisi daima tektir?

A) $x+5$ B) $x+6$ C) $3x+2$

D) $4x+8$ E) $15x$

Cevap: E

- 3) $x \in \mathbb{Z}$ ve $x^3 + 6x$ çift ise hangisi kesinlikle çifttir?

A) $4^x + x$ B) $x+5$ C) $x^2 + x + 1$

D) $x^{x+1} - 1$ E) $x^2 - 2$

Cevap: E

- 4) a, b, c çift tam sayılar ise hangisi daima çifttir?

A) $2^a + 2^b$ B) $\frac{a+b+c}{2}$ C) $\frac{a-c}{4}$

D) $\frac{a \cdot b \cdot c}{2}$ E) $a + \frac{b+c}{2}$ Cevap: D

- 5) a, b, c çift tam sayılar ise hangisi daima çifttir?

A) $a^b + 2$ B) $(a \cdot b)^c$ C) $2^a + 2^b + 2^c$

D) $a^2 + b^2 - 3c$ E) $\frac{a+b+c}{2}$

Cevap: D

- 6) $x, y \in \mathbb{Z}$, $3x+5$ tek ve $z = \frac{x+5y}{2}$ ise hangisi daima doğrudur?

A) z tektir B) $x+z$ tek C) $x+y$ tek

D) y çift E) $x+y+z$ çift

Cevap: D

- 7) $a^2 + 5$ çift ise hangisi daima çifttir?

A) $4a+2$ B) $a+5$ C) a^3+7

D) $3a^2+7$ E) a^2

Cevap: D

- 8) a, b, c pozitif tam sayılardır.

$\frac{a \cdot b - 1903}{2012} = c$ ise hangisi daima doğrudur?

A) a çift B) b^a çift C) $a \cdot b$ tek

D) $a+b$ tek E) c tek Cevap: C

- 9) a, b, c doğal sayılar ve

$a+5b = 4c+2$ olduğuna göre hangisi daima çifttir?

A) $a \cdot b$ B) $b \cdot c$ C) $a+b$

D) $a+c$ E) $b+c$

Cevap: C

- 16) Ardışık 12 tek tamsayının toplamı 96 ise bu sayıların en büyüğü kaçtır?

$$\text{ortanca} : \frac{96}{12} = 8$$

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & 7 & | & 9 & 11 & 13 & 15 & 17 & 19 \\ & & & & & & & & & & & \downarrow \\ & & & & & & & & & & & \text{büyük} \\ & & & & & & & & & & & \text{sayı} \end{array}$$

- 17) Ardışık 32 çift sayının toplamı 672 dir. Buna göre bu sayıların en küçük ikisinin toplamı nedir?

$$\text{ortanca} : \frac{672}{32} = 21$$

$$\begin{array}{ccccccc} -10 & -8 & \dots & 20 & | & 22 & \dots \\ & & & & & \downarrow & \\ & & & & & 21 & \end{array}$$

15 tane geri
 $15 \cdot (-2) = -30$ azaltacak
 $(-10) + (-8) = -18$

- 18) Ardışık 5 tek sayının toplamı $A+20$ ise en büyüğünün A cinsinden değeri nedir?

$$\text{ortanca} : \frac{A+20}{5}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \frac{A+20}{5} & \frac{A+20}{5}+2 & \frac{A+20}{5}+4 & \\ & & & \downarrow & & \downarrow & \\ & & & \text{ortanca} & & \text{büyük} & = \frac{A+40}{5} \end{array}$$

- 19) Ardışık 8 çift sayının toplamı m dir. Bu sayıların en büyüğü ile en küçüğü-
nün toplamının m cinsinden değeri nedir?

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{m}{8}-7 & \frac{m}{8}-5 & \frac{m}{8}-3 & \frac{m}{8}-1 & | & \frac{m}{8}+1 & \frac{m}{8}+3 & \frac{m}{8}+5 & \frac{m}{8}+7 \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \frac{m}{8} \end{array}$$

$$\frac{m}{8}-7 + \frac{m}{8}+7 = \frac{2m}{8} = \frac{m}{4}$$

NOT: Toplamları verilmediyse :

ardışık tam sayılarda $n, n+1, n+2, \dots$

ardışık çift sayılarda $2n, 2n+2, 2n+4, \dots$

ardışık tek sayılarda $2n+1, 2n+3, 2n+5, \dots$

olarak işlem yapılır.

- 20) Ardışık 5 tam sayının toplamı, bu sayıların en küçüğü ile en büyüğünün toplamının 3 katından 5 eksiktir.

Buna göre en büyük sayı kaçtır?

$$n, n+1, n+2, n+3, n+4$$

$$5n+10 = 3 \cdot (2n+4) - 5$$

$$5n+10 = 6n+12-5$$

$$5n+10 = 6n+7$$

$$\Rightarrow n=3$$

$$\text{büyük sayı} : n+4 = 3+4 = 7$$

- 21) Ardışık 6 çift sayıdan büyük olanı küçük olanının 2 katı olduğuna göre küçük sayı kaçtır?

$$2n, 2n+2, 2n+4, 2n+6, 2n+8, 2n+10$$

$$2 \cdot (2n) = 2n+10$$

$$4n = 2n+10$$

$$2n = 10 \Rightarrow n = 5$$

$$\text{küçük sayı} : 2n = 10$$

- 22) Kareleri farkı 172 olan ardışık 2 çift tamsayının toplamı nedir?

$$2n, 2n+2$$

$$(2n+2)^2 - (2n)^2 = 172$$

$$4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 = 172$$

$$\frac{8n}{8} = \frac{168}{8}$$

$$n = 21$$

$$42, 44 \Rightarrow 42+44 = 86$$

NOT:

$$1+2+3+4+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$2+4+6+\dots+2n = n \cdot (n+1)$$

$$1+3+5+\dots+2n-1 = n^2$$

ya da aşağıdaki iki formülü kullanarak hepsini hesaplayabiliriz.

$$\text{Terim sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk terim}}{\text{ortak fark}} + 1$$

$$\text{Terim toplamı} = \left(\frac{\text{Son Terim} + \text{İlk Terim}}{2} \right) \cdot \text{T.S}$$

23) $10+12+14+\dots+50$ toplamı nedir?

$$\text{T.S} = \frac{50-10}{2} + 1 = 21 \text{ terim var}$$

$$\text{Terim toplamı} = \left(\frac{50+10}{2} \right) \cdot 21 = 30 \cdot 21 = 630$$

24) $10+15+20+\dots+95$ toplamı nedir?

$$\text{T.S} = \frac{95-10}{5} + 1 = \frac{85}{5} + 1 = 17 + 1 = 18$$

$$\text{T.T} = \left(\frac{95+10}{2} \right) \cdot 18 = 105 \cdot 9 = 945$$

25) $4.9+5.11+6.13+\dots+14.29$ toplamını oluşturan terimlerin ikinci çarpanı 2'şer azaltılırsa toplam ne kadar azalır?

$$4.9+5.11+6.13+\dots+14.29$$

$$- / 4.7+5.9+6.11+\dots+14.27$$

$$4.2+5.2+6.2+\dots+14.2$$

$$= 8+10+12+\dots+28$$

$$\text{T.S} = \frac{28-8}{2} + 1 = 11$$

$$\text{T.T} = \left(\frac{28+8}{2} \right) \cdot 11 = 198$$

26) $3^2+4^2+5^2+\dots+14^2$ toplamının her bir teriminin tabanındaki sayı 1 arttırılırsa değeri kaç artar?

$$4^2+5^2+6^2+\dots+14^2+15^2$$

$$- / 3^2+4^2+5^2+6^2+\dots+14^2$$

$$-3^2+15^2 = -9+225 = 216$$

27) 70 sayfalık bir kitabı numaralandırmak için kaç tane rakam kullanılır?

$$\underbrace{123\dots9}_{9 \text{ rakam}} \underbrace{1011\dots70}_{70-10+1=61 \text{ sayı var}}$$

$$61 \times 2 = 122 \text{ rakam}$$

$$122+9=131$$

28) 120 sayfalık bir kitabı numaralandırmak için kaç tane rakam kullanılır?

$$\underbrace{123\dots9}_{9 \text{ rakam}} \underbrace{1011\dots99}_{90 \text{ sayı}} \underbrace{100101\dots120}_{21 \text{ sayı}}$$

$$90 \cdot 2 = 180$$

$$21 \cdot 3 = 63 \text{ rakam}$$

$$180+63+9=252$$

29) $17=123\dots57585960$ sayısında baştan 53. sırada hangi rakam vardır?

$$\underbrace{123\dots9}_9 \underbrace{1011\dots19}_{20} \underbrace{2021\dots29}_{20} \underbrace{3031\dots32}_{53. \text{ rakam}}$$

30) $123\dots110111$ sayısında baştan 90. sırada hangi rakam vardır?

$$\underbrace{12\dots9}_9 \underbrace{10\dots19}_{20} \underbrace{20\dots29}_{20} \underbrace{30\dots39}_{20} \underbrace{40\dots49}_{20} \underbrace{50}_{90. \text{ rakam}}$$

- NOT:** $\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ \vdots \\ z \end{array} \longrightarrow$
- en büyükün en fazla olması için diğerleri en az olmalıdır.
 - en küçükün en az olması için diğerleri en büyük olmalıdır.
 - en büyükün en az ya da en küçükün en fazla olması için sayılar birbirine yakın seçilmelidir.

- 31) Rakamları farklı 2 basamaklı ve birbirlerinden farklı 3 doğal sayının toplamı 50 ise en büyük sayı en fazla kaçtır?

$$\begin{array}{r} 10 \quad 12 \quad \underline{\quad} \\ \downarrow \downarrow \\ 28 \end{array} = 50$$

- 32) Rakamları birbirlerinden farklı üç basamaklı 4 farklı doğal sayının toplamı 3100 dir. Buna göre bu sayıların en küçükü en az kaçtır?

$$\begin{array}{r} 987 \quad 986 \quad 985 \quad \underline{\quad} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 142 \end{array} = 3100$$

- 33) İki basamaklı rakamları farklı 4 doğal sayının toplamı 101 ise en büyük sayı en fazla kaçtır?

$$\begin{array}{r} 10 \quad 10 \quad 10 \quad \underline{\quad} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 71 \end{array} = 101$$

- 34) İki basamaklı rakamları farklı 4 farklı doğal sayının toplamı 101 ise en büyük sayı en fazla kaçtır?

$$\begin{array}{r} 10 \quad 12 \quad 13 \quad \underline{\quad} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 66 \text{ olmaz (rakamları aynı)} \end{array} = 101$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 12 \quad 14 \quad \underline{\quad} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 65 \end{array} = 101$$

- 35) 2 basamaklı üç farklı doğal sayının toplamı 232 ise bu sayıların en büyükü en az kaçtır?

$$\begin{array}{r} 232 \quad \underline{13} \\ -21 \quad 77 \\ \hline 022 \\ -21 \\ \hline 1 \end{array}$$

~~77, 77, 77~~
76, 77, 79
en büyük en az

~ Değer verme Soruları ~

- 36) a, b, c birbirlerinden ve sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere $3a - 4c + 4b$ ifadesinin alacağı en büyük değer kaçtır?

$$\begin{array}{r} 3a - 4c + 4b = 24 - 4 + 36 = 20 + 36 = 56 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 8 \quad 1 \quad 9 \end{array}$$

- 37) x, y, z birer rakam ise

$5x - 6y + z$ ifadesinin alacağı en büyük değer kaçtır?

$$\begin{array}{r} 5x - 6y + z = 45 - 0 + 9 = 54 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \quad 0 \quad 9 \end{array}$$

- 38) a, b, c birer doğal sayı

a.b = 24 ve b.c = 50 ise a+b+c en fazla kaçtır?

$$\begin{array}{r} a.b = 24 \quad b.c = 50 \\ \downarrow \downarrow \quad \downarrow \downarrow \\ 24 \quad 1 \quad 1 \quad 50 \\ 24 + 50 + 1 = 75 \end{array}$$

- 39) a, b, c birer tam sayı

a.b = 24 ve b.c = 50 ise a+b+c en az kaçtır?

$$\begin{array}{r} a.b = 24 \quad b.c = 50 \\ \downarrow \downarrow \quad \downarrow \downarrow \\ -24 \quad -1 \quad -1 \quad -50 \\ -24 - 1 - 50 = -75 \end{array}$$

40) a ve b tam sayı

$a.b = 3a + 11$ ise b nin alacağı pozitif değerler toplamı nedir?

her taraf a ya bölünürse

$$b = 3 + \frac{11}{a} \quad a \rightarrow 1, 11, -1, -11$$

$$\left. \begin{array}{l} a=1 \text{ için } b=14 \\ a=11 \text{ için } b=4 \\ a=-1 \text{ için } b=-8 \\ a=-11 \text{ için } b=2 \end{array} \right\} 14+4+2=20$$

41) $a, b \in \mathbb{Z}^-$

$a.b - 12 = 3b$ ise a nın alacağı değerler toplamı nedir?

her taraf b ye bölünürse

$$a - \frac{12}{b} = 3 \Rightarrow a = 3 + \frac{12}{b} \quad b \rightarrow -1, -2, -3, -6, -12$$

$$\left. \begin{array}{l} b=-1 \text{ için } a=-9 \\ b=-2 \text{ için } a=-3 \\ b=-3 \text{ için } a=-1 \\ b=-6 \text{ için } a=1 \\ b=-12 \text{ için } a=2 \end{array} \right\} -9-3-1=-13$$

42) $a, b \in \mathbb{Z}^+$

$2a + 3b = 40$ şartını sağlayan kaç tane (a, b) ikilisi vardır?

$$\begin{array}{r} 2a + 3b = 40 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \underline{20} \quad \underline{0} \\ 17 \quad 2 \\ 14 \quad 4 \\ 11 \quad 6 \\ 8 \quad 8 \\ 5 \quad 10 \\ 2 \quad 12 \\ \underline{1} \quad \underline{14} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 20 \\ 17 \\ 14 \\ 11 \\ 8 \\ 5 \\ 2 \\ 1 \end{array}} \right\} 6 \text{ tane dir.}$$

43) $a, b \in \mathbb{N}$

$3a + 5b = 60$ ise a nın alacağı değerler toplamı nedir?

$$\begin{array}{r} 3a + 5b = 60 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 20 \quad 0 \\ 15 \quad 3 \\ 10 \quad 6 \\ 5 \quad 9 \\ 0 \quad 12 \end{array}$$

a nın değerleri toplamı: 50

44) x ve y birer tam sayı ve

$x.y = 90$ ise $x+y$ en az ve en fazla kaç olur?

$$\begin{array}{l} x.y = 90 \\ \downarrow \downarrow \\ 1.90 \Rightarrow 91 \text{ (en fazla)} \\ -1.-90 \Rightarrow -91 \text{ (en az)} \end{array}$$

45) x ve y birer doğal sayı ve

$x.y = 90$ ise $x+y$ en az ve en fazla kaçtır?

$$\begin{array}{l} x.y = 90 \\ \downarrow \downarrow \\ 1.90 \Rightarrow 91 \text{ (en fazla)} \\ 9.10 \Rightarrow 19 \text{ (en az)} \end{array}$$

46) a ve b birer doğal sayı ve

$a+b = 40$ ise $a.b$ en az ve en çok kaçtır?

$$\begin{array}{l} a+b = 40 \\ \downarrow \downarrow \\ 0+40 \rightarrow 0 \text{ (en az)} \\ 20+20 \rightarrow 400 \text{ (en fazla)} \end{array}$$

47) a ve b birbirinden ve sıfırdan farklı doğal sayılardır.

$a+b = 40$ ise $a.b$ en az ve en fazla kaçtır?

$$\begin{array}{l} a+b = 40 \\ 1+39 \rightarrow 39 \text{ (en az)} \\ 21+19 \rightarrow 399 \text{ (en fazla)} \end{array}$$

- 48) $\frac{5x+12}{x+1}$ ifadesi kaç tane x doğal sayı değeri için doğal sayıdır?

$$\begin{array}{r} 5x+12 \quad | \quad x+1 \\ -5x+5 \quad | \quad 5 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\frac{5x+12}{x+1} = 5 + \frac{7}{x+1}$$

$\frac{7}{x+1} \Rightarrow 1, 7$ olursa doğal sayı olur.

$$\begin{array}{l} x=0 \\ x=6 \end{array} \} 2 \text{ tane dir.}$$

- 49) Rakamları farklı en küçük üç basamaklı doğal sayı ile 4 basamaklı en küçük doğal sayının toplamı nedir?

$$102 + 1000 = 1102$$

- 50) Rakamları farklı üç basamaklı en küçük pozitif tam sayı ile iki basamaklı en küçük negatif tam sayının farkı kaçtır?

$$102 - (-99) = 201$$

- 51) 3 basamaklı rakamları farklı en büyük negatif tam sayı ile 3 basamaklı en küçük tam sayının toplamı nedir?

$$-102 + (-999) = -1101$$

- 52) x, y, z birbirinden farklı doğal sayıdır.

$$x+2y+3z = 80 \text{ ise } x+y+z \text{ toplamı en fazla kaçtır?}$$

$$\begin{array}{r} x+2y+3z = 80 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 78 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

$$78+1+0 = 79$$

- 53) a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılar ve

$$2a+5b+4c = 800 \text{ ise } a \text{ en fazla kaçtır?}$$

$$2a = 800 - [5b+4c]$$

en az olmalıdır.

$$\begin{array}{c} 5b+4c \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 1 \end{array}$$

$$2a = 800 - (5b+4c)$$

$$a = 400 - \left(\frac{5b+4c}{2} \right)$$

$$= 400 - (7)$$

$$= 393$$

KAYNAKLAR

Matematik Ders Notları - Ayşe Yıldırım & Ceyhan Yavuz
<http://calameo.download/003359034eff296032d3c> (Eriřim 23.08.2018)

http://www.buders.com/DOKUMAN/bukaynak/matematik_calisma_sorulari/denklem_kurma_problemleri_calisma_kagidi_1.pdf (Eriřim 14.04.2017)

Temel Matematik – Basri ÇELİK – Dora Basım Yayın