



T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

VEZİRKÖPRÜ MESLEK YÜKSEKOKULU

ÇOCUK BAKIMI VE GENÇLİK HİZMETLERİ
BÖLÜMÜ/ ÇOCUK GELİŞİMİ PROGRAMI

TEMEL MATEMATİK

ORAN-ORANTI

12. Hafta

özenilen üniversite

ORAN ORANTI

a nın b ye bölümüne $\left(\frac{a}{b}\right)$ oran, iki oranın eşitliğine orantı denir.

$$\bullet \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$\bullet \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ olmak üzere}$$

$$a = bk$$

$$c = dk$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 2k \\ y &= 3k \\ z &= 5k \end{aligned}$$

$$\bullet \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ olursa}$$

$$\frac{n \cdot a + m \cdot c}{n \cdot b + m \cdot d} = k$$

$$\frac{3a - c}{3b - d} = k$$

$$\frac{3a + 4c}{3b + 4d} = k$$

$$1) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 5 \text{ ve } 2a + 4c = 100 \text{ olduğuna göre } b + 2d \text{ ifadesinin sonucu nedir?}$$

$$a = 5b$$

$$c = 5d$$

$$2a + 4c = 100 \Rightarrow 2 \cdot (5b) + 4 \cdot (5d) = 100$$

$$10b + 20d = 100$$

$$b + 2d = 10$$

$$2) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \text{ ve } x^2 + y^2 + z^2 = 200$$

olduğuna göre $x + y + z$ nedir? ($x, y, z > 0$)

$$x = 3k$$

$$y = 4k$$

$$z = 5k$$

$$\Rightarrow 9k^2 + 16k^2 + 25k^2 = 200$$

$$50k^2 = 200$$

$$k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$$

$$\begin{aligned} x = 3k &\Rightarrow x = 6 \\ y = 4k &\Rightarrow y = 8 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} x = 3k &\Rightarrow x = 6 \\ y = 4k &\Rightarrow y = 8 \end{aligned}} \right\} x + y + z = 24$$

$$3) \frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{6} \text{ ve } 3a - b + c = 8$$

olduğuna göre c nedir?

$$a = 4k$$

$$b = 2k$$

$$c = 6k$$

$$3 \cdot (4k) - 2k + 6k = 8$$

$$12k - 2k + 6k = 8$$

$$16k = 8 \Rightarrow k = 1/2$$

$$c = 6k = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$4) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3a - 5c}{3b + 45} \text{ olduğuna göre}$$

d nedir?

$$\frac{3a - 5c}{3b - 5d} = \frac{3a - 5c}{3b + 45}$$

$$-5d = 45 \Rightarrow d = -9$$

$$5) \frac{a}{n} = \frac{b}{m} = \frac{c}{k} = \frac{1}{2}$$

$$3a + b - 2c = 4$$

$$3n - 2k = 5 \text{ olduğuna göre } m \text{ nedir?}$$

$$\frac{3a + b - 2c}{3n + m - 2k} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{5 + m} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{aligned} 5 + m &= 8 \\ m &= 3 \end{aligned}$$

$$6) \frac{3}{a+1} = \frac{2}{2b+3} = \frac{4}{c-2} \text{ ve } a + 2b + c = 3$$

olduğuna göre c nedir?

$$\frac{3 + 2 + 4}{a + 1 + 2b + 3 + c - 2} = \frac{9}{a + 2b + c + 2} = \frac{9}{5} = k$$

$$\frac{4}{c - 2} = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow 20 = 9c - 18$$

$$38 = 9c$$

$$c = \frac{38}{9}$$

7) $K + L + m = 34$

$\frac{K}{L} = \frac{1}{4}$, $\frac{L}{m} = \frac{1}{3}$ olduğuna göre L nedir?

$\frac{K}{L} = \frac{1}{4}$ $\frac{L}{m} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$

$K = 1k$

$L = 4k$

$m = 12k$

$1k + 4k + 12k = 34 \Rightarrow 17k = 34 \Rightarrow k = 2$

$L = 4k = 8$

8) $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$

$2x = 3y$ ve $3y = 4z$ ise $x + y + z$ toplamının en küçük değeri nedir?

$\frac{x}{y} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{6}{4}$

$\frac{y}{z} = \frac{4}{5}$

$x = 6k$

$y = 4k$

$z = 5k$

$x + y + z = 15k = 15$

9) Bir ilaç K, S, T maddeleri karıştırılarak yapılıyor. Karışımda

$\frac{K}{S} = \frac{1}{6}$, $\frac{S}{T} = \frac{1}{3}$ olduğuna göre 200gr.

ilaç için K maddesinden kaç gr. kullanılır?

$\frac{K}{S} = \frac{1}{6}$

$\frac{S}{T} = \frac{1 \times 6}{3 \times 6} = \frac{6}{18}$

$K = 1k$

$S = 6k$

$T = 18k \Rightarrow 25k = 200$

$\Rightarrow k = 8$

$K = 1k = 8$

10) Bir ressam kırmızı (K), yeşil (Y) ve beyaz (B)

boyaları $\frac{K}{Y} = \frac{1}{3}$ ve $\frac{Y}{B} = \frac{1}{2}$ oranında

karıştırarak 500 gr. lık bir karışım elde etmek istiyor.

Yeşil boyadan kaç gr. alması gerekir?

$\frac{K}{Y} = \frac{1}{3}$

$\frac{Y}{B} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$

$K = 1k$

$Y = 3k$

$B = 6k \Rightarrow 10k = 500 \Rightarrow k = 50$

$Y = 3k = 150$

11) $\frac{a+b}{a} = 4$ ise $\frac{2a-b}{b+3a}$ ifadesinin

sonucu nedir?

$a+b=4a$

$b=3a$

$\frac{2a-b}{b+3a} = \frac{2a-3a}{3a+3a} = \frac{-a}{6a} = -\frac{1}{6}$

12) $\frac{a+2b}{a} = 4$ ve $\frac{b-c}{c} = 3$ ise $\frac{a}{c}$

oranı nedir?

$\frac{a+2b}{a} = 4 \Rightarrow a+2b=4a \Rightarrow 2b=3a$

$\frac{b-c}{c} = 3 \Rightarrow b-c=3c \Rightarrow b=4c$

$\frac{b}{a} = \frac{3 \times 4}{2 \times 4} = \frac{12}{8}$

$\frac{b}{c} = \frac{4 \times 3}{1 \times 3} = \frac{12}{3}$

$a = 8k$

$b = 12k$

$c = 3k \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{8}{3}$

13) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 2$ ise $\frac{a \cdot c \cdot f}{b \cdot d \cdot e}$ nedir?

$$\frac{a \cdot c \cdot f}{b \cdot d \cdot e} = \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{d}\right) \cdot \left(\frac{f}{e}\right) = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

14) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 3$ ise $\left(\frac{a+b}{a}\right) \cdot \left(\frac{d+c}{d}\right)$ nedir?

$$\left(1 + \frac{b}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{c}{d}\right) = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot (1+3) = \frac{4}{3} \cdot 4 = \frac{16}{3}$$

15) $a:b:c = x:y:z \Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ dir.

15) $a:b:c = 2:3:5$ ve $2a+b-c = 12$ olduğuna göre c nedir?

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 2k \\ b &= 3k \\ c &= 5k \end{aligned}$$

$$4k+3k-5k=12 \Rightarrow 2k=12 \Rightarrow k=6$$

$$c=5k=30$$

16) $ax=by=cz = \frac{1}{4}$ ve $a+b+c=3$ ise $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ nedir?

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{\frac{1}{4a}} + \frac{1}{\frac{1}{4b}} + \frac{1}{\frac{1}{4c}} = 4\left(\frac{a+b+c}{3}\right) = 12$$

17) $x + \frac{1}{y} = 16$ ve $y + \frac{1}{x} = \frac{4}{9}$ olduğuna göre $\frac{y}{x}$ nedir?

$$\begin{aligned} x \cdot y + 1 &= 16y \\ x \cdot y + 1 &= \frac{4x}{9} \end{aligned} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{4}{9 \cdot 16} = \frac{1}{36}$$

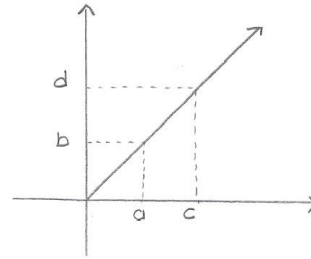
😊 a, b, c sayıları ile dördüncü orantılı sayı $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ koşulunu sağlayan d sayıdır.

18) 4, 12, 9 sayıları ile dördüncü orantılı sayı x olduğuna göre x nedir?

$$\frac{4}{12} = \frac{9}{x} \Rightarrow x = 27$$

• ORANTI GEŞİTLERİ

• Doğru orantı:



$$\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

Doğru orantı

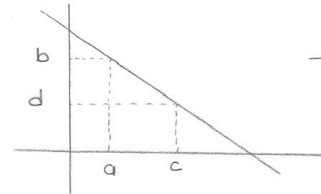
$$a \cdot d = b \cdot c$$

• a, b, c sayıları sırasıyla 2, 3, 5 ile doğru orantılı ise

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$$

$$\begin{aligned} a &= 2k \\ b &= 3k \\ c &= 5k \end{aligned}$$

• Ters orantı:



$$\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{d}{b}$$

Ters orantı

$$a \cdot b = c \cdot d$$

• a, b, c sayıları sırasıyla 2, 3, 5 ile ters orantılı ise

$$a \cdot 2 = b \cdot 3 = c \cdot 5 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{k}{2} \\ b &= \frac{k}{3} \\ c &= \frac{k}{5} \end{aligned} \text{ dir.}$$

- 19) 8, 3, 4 sayıları ile ters orantılı olan üç sayı hangi sayılarla doğru orantılıdır?

$$\frac{8.a}{24} = \frac{3.b}{24} = \frac{4.c}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{8} = \frac{c}{6} \quad (3, 8, 6 \text{ ile orantılı})$$

- 19) 3, 10, 6 sayıları ile orantılı olan üç sayı hangi sayılarla ters orantılıdır?

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{10} = \frac{c}{6}$$

$$30 \cdot \left(\frac{a}{3}\right) = 30 \cdot \left(\frac{b}{10}\right) = 30 \cdot \left(\frac{c}{6}\right)$$

$$10a = 3b = 5c \quad (10, 3, 5 \text{ ile ters orantılı})$$

- 20) 111 ceviz üç çocuğa 2 ve 4 sayıları ile doğru orantılı, 6 ile ters orantılı olarak paylaşıyorlar.

Buna göre en çok ceviz olan çocuk kaç ceviz almıştır?

$$\begin{aligned} a &= 2k \\ b &= 4k \\ c &= \frac{k}{6} \end{aligned}$$

$$2k + 4k + \frac{k}{6} = 111$$

$$\frac{27k}{6} = 111 \Rightarrow k = 18$$

$$b = 4k = 4 \cdot 18 = 72$$

- 21) 485 m² lik bir arazi 9 ile doğru orantılı, 2 ve 5 ile ters orantılı olarak üç parçaya ayrılmıştır.

Buna göre en büyük parça kaç m² dir?

$$a = 9k$$

$$b = \frac{k}{2}$$

$$c = \frac{k}{5}$$

$$9k + \frac{k}{2} + \frac{k}{5} = 485$$

$$\frac{90k + 5k + 2k}{10} = 485$$

$$\frac{97k}{10} = 485 \Rightarrow k = 50$$

$$a = 9k = 9 \cdot 50 = 450$$

- 22) 105 metre uzunluğundaki kumaş 3 ve 5 ile doğru, 2 ve 4 ile ters orantılı 4 parçaya ayrıldığında en kısa parça kaç metre olur?

$$3k + 5k + \frac{k}{2} + \frac{k}{4} = 105$$

$$8k + \frac{k}{2} + \frac{k}{4} = 105$$

$$\frac{35k}{4} = 105 \Rightarrow k = 12$$

$$\text{en kısa} = \frac{k}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

- 23) Birbirini çeviren üç dişli çarktan biri 2 kez döndüğünde, ikincisi 3 kez, üçüncüsü 5 kez dönmektedir.

Toplam diş sayısı 124 ise küçük çarkta kaç diş vardır?

$$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = 124$$

$$(15) (10) (6)$$

$$\frac{31k}{30} = 124 \Rightarrow k = 120$$

$$\text{küçük çark} : \frac{k}{5} = \frac{120}{5} = 24 \text{ diş vardır.}$$

• Bileşik orantı :

*) a sayısı b sayısı ile doğru, c sayısı ile ters orantılı ise

$$\left(\frac{a}{b}\right) \cdot c = k$$

- 24) a sayısı b sayısı ile doğru, c sayısı ile ters orantılıdır.

$$b = 5, c = 16 \text{ iken } a = 3 \text{ dur.}$$

Buna göre b=25, c=144 ise a nedir?

$$\frac{a}{b} \cdot c = k \Rightarrow \frac{a}{5} \cdot 16 = k$$

$$\frac{a}{25} \cdot 144 = \frac{3}{5} \cdot 16 \Rightarrow a = 5$$

25) a sayısı b'ye doğru orantılı, $(b-1)^2$ ile ters orantılıdır.

$a=3$ için $b=2$ olduğuna göre $b=3$ için a nedir?

$$\frac{a}{b} \cdot (b-1)^2 = k$$

$$\frac{3}{2} \cdot 1 = k \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{3} \cdot (3-1)^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{4a}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{9}{8}$$

$$:) \frac{\text{I. yapılan iş}}{\text{II. yapılan iş}} = \frac{\text{I. işle ilgili iş dışındaki tüm verilerin çarpımı}}{\text{II. işle ilgili iş dışındaki tüm verilerin çarpımı}}$$

26) Aynı güçteki 24 işçinin günde 4 saat çalışarak 9 günde bitirdiği işi, bu işçilerden 8 tanesi günde 6 saat çalışarak kaç günde bitirebilir?

$$\frac{1}{1} = \frac{24 \cdot 4 \cdot 9}{8 \cdot 6 \cdot x} \Rightarrow x = 18$$

27) Aynı güçteki 10 işçi günde 6 saat çalışarak 8 günde 50 takım elbise dikeyor. Buna göre bu işçilerden 12 tanesi günde 10 saat çalışarak 24 günde kaç takım elbise dikebilir?

$$\frac{50}{x} = \frac{10 \cdot 8 \cdot 6}{12 \cdot 10 \cdot 24} \Rightarrow x = 300$$

28) Eşit kapasiteli 8 işçi bir işi günde 12 saat çalışarak 3 günde 40 tane gömlek dikeyor. Buna göre bu işçilerden 4 tanesi günde 3 saat çalışarak 6 günde kaç tane gömlek dikebilir?

$$\frac{40}{x} = \frac{8 \cdot 12 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 6}$$

$$\Rightarrow x = 10$$

• Ortalama değerleri:

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ olmak üzere n tane sayının

$$\text{aritmetik ortalaması} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\text{geometrik ortalaması} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

$$\text{harmonik ortalaması} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

29) a ve b sayılarının geometrik ortalaması 3, aritmetik ortalaması ise 6'dır. Buna göre a^2 ve b^2 sayılarının aritmetik ortalaması nedir?

$$\sqrt{a \cdot b} = 3 \Rightarrow a \cdot b = 9$$

$$\frac{a+b}{2} = 6 \Rightarrow a+b = 12$$

$$a+b=12 \Rightarrow a^2+2ab+b^2=144$$

$$a^2+b^2+18=144$$

$$a^2+b^2=126$$

$$\frac{a^2+b^2}{2} = \frac{126}{2} = 63$$

30) 7 sayının aritmetik ortalaması 19'dur. Bunlardan aritmetik ortalaması 15 olan 3 sayı çıkarılıyor.

Geride kalan 4 sayının toplamı nedir?

$$7 \text{ sayının toplamı} = 7 \cdot 19 = 133$$

$$3 \text{ sayının toplamı} = 3 \cdot 15 = 45$$

$$\text{Geride kalan 4 sayının toplamı} = 133 - 45 = 88$$

- 31) 15 tane sayının ortalaması 25 dir. Bu sayılara toplamı 300 olan 10 sayı ekleniyor.

Buna göre yeni ortalama nedir?

$$15 \text{ sayının toplamı: } 15 \cdot 25 = 375$$

$$\text{Yeni ortalama} = \frac{375 + 300}{15 + 10} = \frac{675}{25} = 27$$

- 32) Bir öğrenci üç sınavı girmiştir. İlk iki sınavının ortalaması 7 dir.

Üç sınavdan aldığı notların ortalaması 6 olduğuna göre bu öğrenci son sınavdan kaç almıştır?

Sınavdan aldığı notlar: a, b, c

$$\frac{a+b}{2} = 7 \Rightarrow a+b = 14$$

$$\frac{a+b+c}{3} = 6 \Rightarrow \underbrace{a+b+c}_{14} = 18 \Rightarrow c = 4$$

- 33) a ile b sayılarının aritmetik ortalaması 15, a ile c sayılarının aritmetik ortalaması 17, b ile c sayılarının aritmetik ortalaması 23 olduğuna göre c kaçtır?

$$\frac{a+b}{2} = 15 \Rightarrow a+b = 30$$

$$\frac{a+c}{2} = 17 \Rightarrow a+c = 34$$

$$\frac{b+c}{2} = 23 \Rightarrow b+c = 46$$

$$\begin{array}{r} + \\ 2a+2b+2c = 110 \\ a+b+c = 55 \\ \hline 30 \\ \Rightarrow c = 25 \end{array}$$

34)

Puan	1	2	3	4	5
Öğrenci sayısı	1	5	10	13	3

Yukarıdaki tablo bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavından aldığı puanların dağılımını göstermektedir.

Buna göre sınıfın bu sınavdaki puan ortalaması kaçtır?

$$\frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 13 + 5 \cdot 3}{1+5+10+13+3}$$

$$= \frac{1+10+30+52+15}{32} = \frac{108}{32} = \frac{27}{8}$$

- 35) a ile b nin aritmetik ortalaması 15 tir. a ile geometrik ortalaması $6\sqrt{30}$, b ile geometrik ortalaması $6\sqrt{10}$ olan sayı nedir?

$$\frac{a+b}{2} = 15 \Rightarrow a+b = 30$$

$$\sqrt{a \cdot x} = 6\sqrt{30} \Rightarrow a \cdot x = 36 \cdot 30$$

$$\sqrt{b \cdot x} = 6\sqrt{10} \Rightarrow b \cdot x = 36 \cdot 10$$

$$\begin{array}{r} + \\ x \cdot (a+b) = 36 \cdot 40 \\ x \cdot 30 = 36 \cdot 40 \\ \hline 12 \\ \Rightarrow x = 48 \end{array}$$

;) Ortalamalar arasındaki ilişki

$H.O \leq G.O \leq A.O$ dir.

• $H.O = G.O = A.O$ ise verilen sayılar birbirine eşittir.

- 36) Aritmetik ortalaması 15 olan iki doğal sayının geometrik ortalaması en fazla kaç olur?

$$\begin{array}{c} H.O \leq G.O \leq A.O \\ \Downarrow \\ \text{en fazla } 15 \text{ olur.} \end{array}$$

KAYNAKLAR

Matematik Ders Notları - Ayşe Yıldırım & Ceyhun Yavuz
<http://calameo.download/003359034eff296032d3c> (Eriřim 23.08.2018)

http://www.buders.com/DOKUMAN/bukaynak/matematik_calisma_sorulari/denklem_kurma_problemleri_calisma_kagidi_1.pdf (Eriřim 14.04.2017)

Temel Matematik – Basri ÇELİK – Dora Basım Yayın