



T.C.  
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

VEZİRKÖPRÜ MESLEK YÜKSEKOKULU

ÇOCUK BAKIMI VE GENÇLİK HİZMETLERİ  
BÖLÜMÜ/ ÇOCUK GELİŞİMİ PROGRAMI

TEMEL MATEMATİK

BÖLME-BÖLÜNEBİLME

3. Hafta

*özenilen üniversite*

BÖLME

A, B, C ve K doğal sayılar

$$\begin{array}{r} A \overline{) B} \\ \underline{\phantom{0} C} \\ K \end{array}$$

A: bölünen  
B: bölen  
C: bölüm  
K: kalan

- $K < B$
- $A = B \cdot C + K$
- $K < C$  ise B ile C yer değiştirebilir.

1)  $xyxy03$  altı basamaklı ve  $xy$  iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} xyxy03 \overline{) xy} \\ \underline{\phantom{0} D} \\ K \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre  $K+D$  nedir?

$$\begin{array}{r} xyxy03 \overline{) xy} \\ \underline{xy} \phantom{000} \\ 00xy \\ \underline{xy} \\ 0003 \end{array} \quad K+D = 10103$$

2) A, B, C doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} A \overline{) 12} \\ \underline{\phantom{0} B} \\ C \end{array}$$

Verilen bölme işlemine göre C'nin alabileceği değerler toplamı nedir?

Kalan < bölen

$$C < 12$$

↓

$$\{0, 1, 2, 3, \dots, 11\}$$

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$= \frac{11 \cdot 12}{2} = 66$$

3) ABCD7 beş basamaklı, KL iki basamaklı sayılardır.

$$ABCD7 \overline{) 14}$$

$$\underline{\phantom{0} KL}$$

İse KL'nin alabileceği değerler kaç tanedir?

$$\begin{array}{r} \text{Tek sayı} \\ ABCD7 \overline{) 14} \end{array}$$

$$KL \Rightarrow \text{Tek olmalıdır. } \{11, 13\} \\ 2 \text{ tanedir.}$$

4) ABCD9 beş basamaklı, KL iki basamaklı doğal sayılardır.

$$ABCD9 \overline{) 22}$$

$$\underline{\phantom{0} KL}$$

İse KL'nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

$$KL < 22 \text{ ve tek sayı olduğundan} \\ \{11, 13, 15, 17, 19, 21\} \\ 6 \text{ tanedir.}$$

5) ABC48 beş basamaklı, DE iki basamaklı sayılardır.

$$ABC48 \overline{) 56}$$

$$\underline{\phantom{0} DE}$$

İse DE kaç farklı değer alır?

$$\begin{array}{r} \text{4'ün katı} \quad \text{4'ün katı} \\ ABC48 \overline{) 56} \end{array}$$

$$DE \Rightarrow DE < 56 \text{ ve 4'ün katıdır.}$$

$$\{12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52\} \\ 11 \text{ tanedir.}$$

$$6) \frac{a-13}{2b+1} \mid \frac{3b-2}{b+1}$$

$a$  ve  $b$  pozitif tam sayılar ise  $a$  nın en küçük doğal sayı değeri nedir?

$$2b+1 < 3b-2$$

$$3 < b$$

$$\frac{a-13}{9} \mid \frac{10}{5} \Rightarrow a-13 = 59$$

$$a = 72$$

7)  $A$  ve  $X$  birer doğal sayıdır.

$$\frac{A}{X^3} \mid \frac{41}{X}$$

Yukarıda verilen bölme işleminde  $A$  doğal sayısı en fazla kaçtır?

$$X^3 < 41 \Rightarrow X = 3$$

$$\frac{A}{27} \mid \frac{41}{3}$$

$$A = 41 \cdot 3 + 27 = 123 + 27 = 150$$

8)  $a$  ve  $b$  doğal sayılardır.

$$\frac{a}{b^2} \mid \frac{92}{b}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre  $a$  en fazla kaçtır?

$$b^2 < 92 \Rightarrow b = 9$$

$$\frac{a}{81} \mid \frac{92}{9}$$

$$\Rightarrow a = 92 \cdot 9 + 81 = 828 + 81 = 909$$

9)  $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$  iken

$$\frac{a}{40} \mid \frac{b}{4} \quad \frac{b}{4} \mid \frac{c}{6}$$

İse  $a$  en az kaç olmalıdır?

$$\frac{a}{40} \mid \frac{46}{4} \quad \frac{b}{4} \mid \frac{46}{6}$$

$$a = 46 \cdot 4 + 40 = 322 + 40 = 362$$

10)  $A, B, C$  doğal sayılardır.

$$\frac{A}{15} \mid \frac{B}{2} \quad \frac{B}{1} \mid \frac{C}{3}$$

İse  $A$  en az kaçtır?

$$C = 2 \text{ için } B \neq 7$$

$$C = 3 \text{ için } B \neq 10$$

$$C = 4 \text{ için } B \neq 13$$

$$C = 5 \text{ için } B = 16$$

$$A = 16 \cdot 2 + 15 = 32 + 15 = 47$$

11)  $x, y, z$  sıfırdan farklı birer pozitif tam sayı ve

$$\frac{x}{4} \mid \frac{y}{3} \quad \frac{y}{1} \mid \frac{z}{2}$$

olduğuna göre  $x$  in  $z$  cinsinden değeri nedir?

$$x = 3y + 4 \quad y = 2z + 1$$

$$x = 3 \cdot (2z + 1) + 4$$

$$x = 6z + 7$$

- 12) İki doğal sayının toplamı 324 tür.  
Büyük olan sayı küçük sayıya bölün-  
düğünde bölüm 5, kalan 24 oluyor.  
Buna göre küçük sayı kaçtır?

Büyük sayı :  $a$

Küçük sayı :  $b$

$$a+b=324$$

$$\begin{array}{r} a \overline{)b} \\ \underline{\phantom{a}5} \\ 24 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} a=5b+24 \\ a-5b=24 \\ a+b=324 \\ \hline \Rightarrow b=50 \end{array}$$

- 13)  $A, B, C$  birer pozitif tam sayıdır.

$$\begin{array}{r} A \overline{)7} \\ \underline{\phantom{A}5} \\ B \end{array} \quad \begin{array}{r} B \overline{)3} \\ \underline{\phantom{B}2} \\ C \end{array}$$

Verilen bölme işlemlerine göre  $A$ 'nın  
21 ile bölümünden kalan nedir?

$$A = 7B + 5 \quad B = 3C + 2$$

$$A = 7 \cdot (3C + 2) + 5$$

$$A = 21C + 19$$

$$\begin{array}{r} A \overline{)21} \\ \underline{\phantom{A}19} \\ 2 \end{array} \Rightarrow \text{kalan}$$

- 14)  $A, B, C$  birer pozitif tam sayıdır.

$$\begin{array}{r} A \overline{)B} \\ \underline{\phantom{A}2} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \overline{)C} \\ \underline{\phantom{B}1} \\ 4 \end{array}$$

İse  $\frac{A+B+C-15}{C}$  nedir?

$$B = C + 4 \quad \text{ve} \quad A = 2B + 3 = 2 \cdot (C + 4) + 3 = 2C + 11$$

$$\frac{2C + 11 + C + 4 + C - 15}{C} = \frac{4C}{C} = 4$$

### BÖLÜNEBİLME KURALLARI:

**2 ile bölünebilme:** Son basamak  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$  olmalıdır.

- $23x$  sayısı 2 ile tam bölünüyorsa  $x$ 'in alacağı değerler:  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $23x$  sayısı 2 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyorsa  $x$ 'in alacağı değerler:  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

**3 ile bölünebilme:** Rakamları toplamı 3 ve 3'ün katı olanlar 3'e tam olarak bölünür.

- 324 sayısının rakamları toplamı 9 olduğundan 3 tam bölünür.
- 1235 sayısının rakamları toplamı 11 olduğundan tam bölünmez 3'e bölündüğünde 2 kalanını verir.

1)  $4A31$  dört basamaklı sayısı 3 ile tam bölündüğüne göre  $A$ 'nın alacağı değerler toplamı nedir?

$$4A31 \Rightarrow 8+A$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{array}} \right\} 12$$

2)  $3x48$  dört basamaklı sayısı 3 ile tam bölünebilmektedir. Buna göre  $x$  kaç farklı değer alır?

$$3x48 \Rightarrow 15+x$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \downarrow \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \end{array}} \right\} 4 \text{ tane}$$

3)  $3x76$  dört basamaklı sayısı 3 ile bölündüğünde 1 kalanını verdiği için  $x$ 'in alacağı kaç farklı değer vardır?

$$3x76 \Rightarrow 16+x$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 0 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 5 \rightarrow 6 \\ 8 \rightarrow 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \downarrow \\ 0 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 5 \rightarrow 6 \\ 8 \rightarrow 9 \end{array}} \right\} 4 \text{ tane}$$

4 ile bölünebilme: Son 2 basamak 00 ya da 4'ün katı olmalıdır.

4)  $24x5y$  sayısı 4 ve 3 ile tam bölünmektedir. Buna göre  $x$ 'in alacağı değerler toplamı nedir?

$$24x5y$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 2 \\ 6 \end{array}$$

$$24x52 \Rightarrow 13+x$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \downarrow \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{array}} \right\} 15$$

$$24x56 \Rightarrow 17+x$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{array}} \right\} 12$$

$$15+12=27$$

5)  $2467y$  beş basamaklı sayısı 4 ile bölündüğünde 3 kalanını verdiği için  $y$ 'nin alacağı değerler toplamı nedir?

$$2467y$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ 5 \\ 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ 5 \\ 9 \end{array}} \right\} 15$$

5 ile bölünebilme: Son basamak 0 ya da 5 olmalıdır.

6)  $4x3y$  sayısı 5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren çift bir sayıdır. Bu sayı 3 ile de tam bölünebildiğine göre  $x$  kaç farklı değer alır?

$$4x3y$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} \downarrow \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \end{array}} \right\} 4 \text{ tane}$$

- 7) Rakamları farklı beş basamaklı  $23x7y$  sayısı 5 ile bölündüğünde 3 ve 3 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyorsa  $x$ 'in alacağı değerler toplamı nedir?

$$\begin{array}{r} 23x7y \\ \downarrow \\ 5 \overline{) 23x7y} \end{array} \rightarrow \text{rakamları farklı olmalı}$$

$$23x78 \Rightarrow 20+x$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 4 \rightarrow x \\ 4 \rightarrow 5 \\ 7 \rightarrow x \end{array} \} 5$$

- 8)  $A = 98477$

$B = 13986$  olduğuna göre  $A^4 \cdot B^{20}$  sayısının 5 ile bölümünden kalan nedir?

**NOT:)** Bölme işleminde kalanlarla işlem yapılabilir.

A'nın 5 ile böl. kalan : 2

B'nin 5 ile böl. kalan : 1

$$A^4 \cdot B^{20} = 2^4 \cdot 1^{20} = 16 \Rightarrow 16 \text{ nin } 5 \text{ ile bölümünden kalan } 1 \text{ dir.}$$

**6 ile bölünebilme:** 2 ve 3 e bölünen sayılar 6 ile de bölünür.

- 9)  $24x6y$  sayısı 6 ile bölünen rakamları farklı beş basamaklı bir sayıdır. Buna göre  $x$  kaç farklı değer alır?

$$24x6y \rightarrow 0, x, x, x, 8$$

$$24x60 \Rightarrow 12+x$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 3 \\ 3 \\ 9 \end{array} \} 2$$

4 tane dir.

$$24x68 \Rightarrow 20+x$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ x \\ 7 \end{array} \} 2$$

**7 ile bölünebilme:** Sağdan sola doğru 3'er 3'er gruplama yapılır.

$$\begin{array}{ccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ + & - & + & - & + & - & + & - \end{array}$$

$$3a+b-[2c+3d+e]+[2f+3g+h]=7k, k \in \mathbb{Z}$$

şartını sağlayan bütün sayılar 7 ile tam bölünür.

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ - & + & - & + & - \end{array}$$

$$-9-2+10+3+4 = -11+17 = 6 \text{ olduğundan } 7 \text{ ile bölündüğünde } 6 \text{ kalanını verir.}$$

- 10) Altı basamaklı  $21x13y$  sayısının 7 ile tam bölünebilmesi için  $y-x$  nin alacağı kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

$$\begin{array}{ccccccccc} 2 & 1 & x & 1 & 3 & y \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ - & + & - & + & - & + \end{array}$$

$$-4-3-x+2+9+y=7k$$

$$4+(y-x)=7k$$

$$\begin{array}{c} 3 \quad 1 \\ \downarrow \\ 10 \quad 2 \end{array} \} 1 \text{ tane dir.}$$

**8 ile bölünebilme:** Son üç basamak 000 ya da 8'in katı olmalıdır.

- 11)  $432x7$  beş basamaklı sayısı 8 ile bölündüğünde kalan 3 ise  $x$  in alacağı değerler toplamı nedir?

$$2x7 = 8k+3$$

$$2x4 = 8k$$

$$200+x4 = 8k$$

$$\begin{array}{c} 8 \text{ in katı} \\ \downarrow \\ 2 \\ 6 \end{array} \} 8$$

**9 ile bölünebilme:** Rakamları toplamı 9 ya da 9'un katı olmalıdır.

12) 49 basamaklı 322 sayısının yan yana yazılmasıyla elde edilen 27 basamaklı 322322...322 sayısının 9 ile bölünmünden kaçtır?

$$\underbrace{322}_{7} \underbrace{322}_{7} \dots \underbrace{322}_{7}$$

$$9 \cdot 7 = 63 \Rightarrow 9 \text{ ile böl. kalan } 0$$

13)  $4 \times 3y$  dört basamaklı sayısı 4 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyor. Bu sayı 9 ile de tam bölündüğüne göre  $x$  in alacağı değerler toplamı nedir?

$$\begin{array}{r} 4 \times 3y \\ \downarrow \\ 2 \rightarrow 3 \\ 6 \rightarrow 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 \times 33 \Rightarrow 10 + x \quad 4 \times 37 \Rightarrow 14 + x \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ 8 \quad \quad \quad 4 \\ 4 + 8 = 12 \end{array}$$

**10 ile bölünebilme:** Son basamağı 0 olan sayılar 10 ile tam bölünebilir.

14)  $4 \times 54y$  sayısı 10 ile bölündüğünde 3 kalanını, 9 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyor. Buna göre  $x$  in alacağı kaç farklı değer vardır?

$$\begin{array}{r} 4 \times 54y \\ \downarrow \\ 2 \rightarrow 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 \times 543 \Rightarrow 16 + x \\ \downarrow \\ 2 \rightarrow 3 \end{array}$$

**11 ile bölünebilme:** Sağdan sola doğru tek tek  $+, -, +, -, \dots$  ile çarpılarak toplanır.

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ + & - & + & - & + \end{array} = a - b + c - d + e = 11k, k \in \mathbb{Z}$$

15) Beş basamaklı  $x4y3c$  doğal sayısı 5 ve 11 ile tam bölünmektedir. Buna göre  $x+y$  nin alacağı en büyük ve en küçük değeri nedir?

$$\begin{array}{r} x4y3c \\ \downarrow \\ 0 \\ 5 \end{array}$$

$$x4y30 \Rightarrow x - 4 + y - 3 + 0 = 11k$$

$$x + y - 7 = 11k$$

$$x + y = 11k + 7$$

$$k=0 \text{ için } x+y=7$$

$$k=1 \text{ için } x+y=18 \text{ (en fazla)}$$

$$x4y35 \Rightarrow x - 4 + y - 3 + 5 = 11k$$

$$x + y = 11k + 2$$

$$k=0 \text{ için } x+y=2 \text{ (en az)}$$

$$k=1 \text{ için } x+y=13$$

$$16) A = 14325$$

$$B = 73142 \text{ olarak veriliyor.}$$

Buna göre  $A^2 \cdot B^2$  sayısının 11 ile bölümünden kalan nedir?

;) Bölme işleminde kalanlarla işlem yapılabilir.

$$A = 14325 \Rightarrow 9 - 6 = 3$$

$$B = 73142 \Rightarrow 10 - 7 = 3$$

$$3^2 \cdot 3^2 = 9 \cdot 9 = 81 \text{ ise } 81 \text{ in } 11 \text{ ile bölümünden kalan } 4 \text{ tür.}$$



**25 ile bölünebilme:** Son iki basamak 25'in katı olmalıdır.

**NOT :)** m ve n aralarında asal sayılar olmak üzere m.n ile tam bölünen sayılar m ve n ile de tam bölünür.

**12 ile bölünebilme:** 3 ve 4

**15 ile bölünebilme:** 3 ve 5

**30 ile bölünebilme:** 3 ve 10

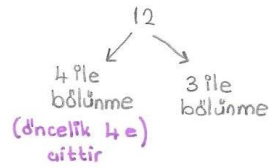
**33 ile bölünebilme:** 3 ve 11

**36 ile bölünebilme:** 4 ve 9

**45 ile bölünebilme:** 5 ve 9

**90 ile bölünebilme:** 9 ve 10

**17)** Beş basamaklı 71m3n sayısı 12 ile tam bölündüğüne göre m+n en fazla kaçtır?



$$\begin{array}{r} 71m3n \\ \downarrow \\ 2 \\ 6 \end{array}$$

$$71m32 \Rightarrow 13+m \begin{array}{r} \downarrow \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{array}$$

$$71m36 \Rightarrow 17+m \begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{array}$$

$$6+7=13$$

**18)** Altı basamaklı 42a17b sayısı 15 ile tam bölünebildiğine göre a kaç farklı değer alır?

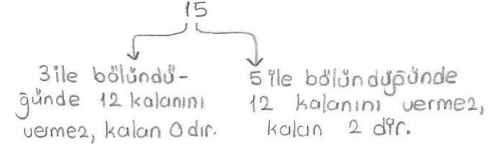


$$42a170 \Rightarrow 14+a \begin{array}{r} \downarrow \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{array}$$

$$42a175 \Rightarrow 19+a \begin{array}{r} \downarrow \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{array}$$

6 tane dir.

**19)** Dört basamaklı  $4x3y$  sayısının 15 ile bölümünden kalan 12 ise x'in alacağı değerler toplamı nedir?



$$\begin{array}{r} 4x3y \\ \downarrow \\ 0-2 \\ 5-7 \end{array}$$

$$4x32 \Rightarrow 9+x$$

$$4x37 \Rightarrow 14+x$$

$$18+12=30$$

**20)**  $45x5y$  sayısının 36 ile bölümünden kalan 25 olduğuna göre x'in alabileceği değerler toplamı nedir?



$$\begin{array}{r} 45x5y \\ \downarrow \\ 2 \rightarrow 3 \\ 6 \rightarrow 7 \end{array}$$

$$45x53 \Rightarrow 17+x \Rightarrow 8+x$$

$$45x57 \Rightarrow 21+x \Rightarrow 3+x$$

$$4+8=12$$



21) 40 ile 168 arasındaki tam sayılardan kaç tanesi

a) 3 ile tam bölünür?

42, 45, 48, ..., 165

$$\begin{aligned} \text{Terim sayısı} &= \frac{165-42}{3} + 1 = \frac{123}{3} + 1 \\ &= 41 + 1 = 42 \end{aligned}$$

b) 5 ile tam bölünür?

45, 50, 55, ..., 165

$$\begin{aligned} \text{Terim sayısı} &: \frac{165-45}{5} + 1 = \frac{120}{5} + 1 \\ &= 24 + 1 = 25 \end{aligned}$$

c) 3 ve 5 ile bölünür?

3 ve 5 e bölünüyorsa 15 ile de tam bölünür.

45, 60, 75, ..., 165

$$\begin{aligned} \text{Terim sayısı} &= \frac{165-45}{15} + 1 = \frac{120}{15} + 1 \\ &= 8 + 1 = 9 \end{aligned}$$

d) 3 ile bölünür ama 5 ile bölünemez?

3 ile bölünenler - { 15 ile bölünenler }

$$42 - 9 = 33$$

e) 3 veya 5 ile tam bölünür?

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$s(3 \cup 5) = s(3) + s(5) - s(15)$$

$$= 42 + 25 - 9$$

$$= 67 - 9$$

$$= 58$$

## KAYNAKLAR

Matematik Ders Notları - Ayşe Yıldırım & Ceyhan Yavuz  
<http://calameo.download/003359034eff296032d3c> (Eriřim 23.08.2018)

[http://www.buders.com/DOKUMAN/bukaynak/matematik\\_calisma\\_sorulari/denklem\\_kurma\\_problemleri\\_calisma\\_kagidi\\_1.pdf](http://www.buders.com/DOKUMAN/bukaynak/matematik_calisma_sorulari/denklem_kurma_problemleri_calisma_kagidi_1.pdf) (Eriřim 14.04.2017)

Temel Matematik – Basri ÇELİK – Dora Basım Yayın