



T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

VEZİRKÖPRÜ MESLEK YÜKSEKOKULU

ÇOCUK BAKIMI VE GENÇLİK HİZMETLERİ
BÖLÜMÜ/ ÇOCUK GELİŞİMİ PROGRAMI

TEMEL MATEMATİK

OBEB-OKEK

5. Hafta

özenilen üniversite

OBEB - OKEK

İki veya daha fazla sayıyı aynı anda böllebilen en büyük sayıya **OBEB** adını veriyoruz.

$$\text{OBEB}(36, 60) = 12$$

36	60	2
18	30	2
9	15	3
3	5	3
1	5	5
	1	

$$\text{OBEB}(36, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

$$\text{OBEB}(60, 150) = 30$$

60	150	2
30	75	2
15	75	3
5	25	5
1	5	5
	1	

İki veya daha fazla sayının ortak katı olan en küçük sayıya **OKEK** adını veriyoruz.

$$\text{OKEK}(12, 15) = 60$$

12	15	2
6	15	2
3	15	3
1	5	5
	1	

$$\text{OKEK}(12, 15) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

yada ikinci bir yöntem olarak önce sayılar asal çarpanlarına ayrılır ve sonra

OBEB bulunacaksa : ortak olan çarpanlardan en küçük olanlar alınarak çarpılır.

OKEK bulunacaksa : ortak olanlardan en büyük olanlar ile ortak olmayanlar alınarak çarpılır.

1) p ve q farklı asal olmak üzere

$$a = p^4 \cdot q^2$$

$$b = p^2 \cdot q^3$$

veriliyor. Buna göre a ve b sayılarının OBEB ve OKEK'ini bulunuz?

$$\text{OBEB}(a, b) = p^2 \cdot q^2$$

$$\text{OKEK}(a, b) = p^4 \cdot q^3$$

Özellikler :

$a, b \in \mathbb{Z}^+$ ve $a < b$ olmak üzere

$$\bullet \text{OBEB}(a, b) \leq a < b \leq \text{OKEK}(a, b)$$

$\bullet \text{OBEB}(a, b) = m$ alursa sayılar OBEB'in katı olmalıdır.

$$\left. \begin{array}{l} a = mx \\ b = my \end{array} \right\} x \text{ ile } y \text{ aralarında asal}$$

\bullet İki tane sayının çarpımı bu iki sayının OBEB ve OKEK'inin çarpımına eşittir.

$$\text{OBEB}(a, b) \cdot \text{OKEK}(a, b) = a \cdot b$$

\bullet Aralarında asal iki sayının OBEB'i 1 ve OKEK'i çarpımlarıdır.

$$\text{OBEB}(a, b) = 1$$

$$\text{OKEK}(a, b) = a \cdot b$$

$$\bullet \text{OKEK}\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\text{OKEK}(a, c)}{\text{OBEB}(b, d)}$$

$$\text{OBEB}\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\text{OBEB}(a, c)}{\text{OKEK}(b, d)}$$

2) Üç pozitif tam sayının ortak katlarının en küçükü 75 ise bu üç sayının toplamı en fazla kaçtır?

Sayılardan biri en fazla OKEK'e eşit olacağından en fazla 75 olur.

$$\left. \begin{array}{l} x = 75 \\ y = 75 \\ z = 75 \end{array} \right\} 75 + 75 + 75 = 225$$

- 3) Farklı üç pozitif tam sayının ortak katlarının en küçüğü 150'dir. Buna göre bu üç sayının toplamı en çok kaçtır?

$$a = \frac{150}{1} = 150$$

$$b = \frac{150}{2} = 75 \quad 150 + 75 + 50 = 275$$

$$c = \frac{150}{3} = 50$$

- 4) OKEK'leri 70 olan farklı üç doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

$$a = \frac{70}{1} = 70$$

$$b = \frac{70}{2} = 35 \quad 70 + 35 + 14 = 119$$

$$c = \frac{70}{5} = 14$$

- 5) Ortak katlarının en küçüğü 90 olan

- a) İki doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{90}{1} = 90 \\ b = \frac{90}{1} = 90 \end{array} \right\} 180$$

- b) Farklı iki doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{90}{1} = 90 \\ b = \frac{90}{2} = 45 \end{array} \right\} 135$$

- c) İki doğal sayının toplamı en az kaçtır?

Toplamanın en az olması için sayılar birbirine yakın ve aralarında asal olmalıdır.

$$\text{OKEK}(a, b) = 90$$

$$a \cdot b = 90$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$1 \ 90$$

$$2 \ 45$$

$$5 \ 18$$

$$\boxed{9 \ 10} \Rightarrow 9 + 10 = 19$$

- 6) OBEB'i 9 olan

- a) İki basamaklı iki doğal sayının toplamı en az kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} a = 9x \Rightarrow x = 2 \text{ için } a = 18 \\ b = 9y \Rightarrow x = 3 \text{ için } b = 27 \end{array} \right\} 45$$

- b) İki basamaklı farklı üç doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} a = 9x \rightarrow 11 \Rightarrow a = 99 \\ b = 9y \rightarrow 10 \Rightarrow a = 90 \\ c = 9z \rightarrow 9 \Rightarrow a = 81 \end{array} \right\} 270$$

- c) İki basamaklı üç doğal sayının toplamı en çok kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} a = 9x \rightarrow 11 \Rightarrow a = 99 \\ b = 9y \rightarrow 11 \Rightarrow b = 99 \\ c = 9z \rightarrow 10 \Rightarrow c = 90 \end{array} \right\} 288$$

- d) Üç basamaklı iki doğal sayının toplamı en az kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} a = 9x \rightarrow 12 \Rightarrow a = 108 \\ b = 9y \rightarrow 13 \Rightarrow b = 117 \end{array} \right\} 225$$

- 7) OBEB'leri 6 ve OKEK'leri 90 olan iki doğal sayının toplamı en az kaçtır?

$$\text{OBEB}(a, b) = 6 \Rightarrow \begin{array}{l} a = 6x \\ b = 6y \end{array}$$

$$a \cdot b = \text{OBEB}(a, b) \cdot \text{OKEK}(a, b)$$

$$6x \cdot 6y = 6 \cdot 90$$

$$\Rightarrow x \cdot y = 15$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$1 \ 15$$

$$\boxed{3 \ 5}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 6 \cdot x = 18 \\ b = 6 \cdot y = 30 \end{array} \right\} 48$$

- 8) OBEB'leri 4 ve OKEK'leri 96 olan iki doğal sayının toplamı en fazla kaçtır?

$$\text{OBEB}(a,b)=4 \Rightarrow a=4x \\ b=4y$$

$$4x \cdot 4y = 4 \cdot 96$$

$$\Rightarrow x \cdot y = 24$$

$$\begin{array}{c} 1 \quad 24 \\ \downarrow \downarrow \\ 3 \quad 8 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} a=4x \Rightarrow a=4 \\ b=4y \Rightarrow b=96 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{c} 1 \quad 24 \\ \downarrow \downarrow \\ 3 \quad 8 \end{array}} \right\} 100$$

- 9) İki doğal sayının OBEB'i 12 ve OKEK'i 180 ise bu iki sayının toplamı en az kaçtır?

$$12x \cdot 12y = 12 \cdot 180$$

$$x \cdot y = 15$$

$$\begin{array}{c} 1 \quad 15 \\ \downarrow \downarrow \\ 3 \quad 5 \end{array} \begin{array}{l} a=12x \Rightarrow a=36 \\ b=12y \Rightarrow b=60 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{c} 1 \quad 15 \\ \downarrow \downarrow \\ 3 \quad 5 \end{array}} \right\} 96$$

- 10) m ve n pozitif tam sayılarının OBEB(m,n)=6 ve OKEK(m,n)=60 tir. $m+n=42$ ise $|m-n|$ nedir?

$$m=6x$$

$$n=6y$$

$$\Rightarrow 6x \cdot 6y = 6 \cdot 60$$

$$\boxed{x \cdot y = 10} \quad (1)$$

$$m+n=42 \Rightarrow 6x+6y=42$$

$$\Rightarrow \boxed{x+y=7} \quad (2)$$

(1) ve (2) yi birlikte sağlayan $x=5$ ve $y=2$ dir.

$$\begin{array}{l} m=30 \\ n=12 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} m=30 \\ n=12 \end{array}} \right\} |m-n| = |30-12| = 18$$

- 11) Ardışık iki doğal sayının OBEB'i ile OKEK'inin toplamı 157 ise bu sayıların toplamı kaçtır?

⇒ ardışık doğal sayılar aralarında asal olduğundan;

$$\text{OBEB}(a,b)=1$$

$$\text{OKEK}(a,b)=a \cdot b$$

$$1+a \cdot b = 157$$

$$a \cdot b = 156$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \downarrow \\ 12 \quad 13 \end{array} \Rightarrow 12+13=25$$

- 12) a ve b ardışık çift sayılardır.

OBEB(a,b) + OKEK(a,b) = 62 ise büyük sayı kaçtır?

$$a=2n$$

$$b=2n+2$$

$$\begin{array}{c|c} 2n & 2n+2 \\ n & n+1 \\ 1 & 1 \end{array} \begin{array}{l} \text{OBEB}(a,b)=2 \\ \text{OKEK}(a,b)=2 \cdot n \cdot (n+1) \end{array}$$

$$2+2 \cdot n \cdot (n+1) = 62$$

$$2n \cdot (n+1) = 60$$

$$n \cdot (n+1) = 30 \Rightarrow n=5$$

$$a=10$$

$$b=12 \text{ (büyük)}$$

- 13) x ile y aralarında asaldır.

$$\text{OKEK}(x,y)=204 \text{ ve } \frac{36}{x}+y=20$$

İse $x+y$ nedir?

$$\text{OKEK}(x,y)=204 \Rightarrow x \cdot y=204$$

$$\frac{36+xy}{x}=20$$

$$\frac{36+204}{x}=20 \Rightarrow \frac{240}{x}=20 \Rightarrow x=12$$

$$y=17$$

$$\Rightarrow x+y=29$$

14) a ile b aralarında asal iki sayıdır.

$$\text{OKEK}(a, b) = 105 \quad \text{ve} \quad a + \frac{14}{b} = 17 \text{ ise}$$

b nedir?

$$a \cdot b = 105 \quad \text{ve} \quad \frac{a \cdot b + 14}{b} = 17$$

$$\frac{119}{b} = 17 \Rightarrow \boxed{b = 7}$$

15) x ve y pozitif tam sayılar.

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \quad \text{ve} \quad \text{OBEB}(x, y) + \text{OKEK}(x, y) = 42$$

İse $x+y$ nedir?

$$\begin{array}{r|l} x = 2k & 2k \quad 3k \quad k^* \quad \text{OBEB} \Rightarrow k \\ y = 3k & 2 \quad 3 \quad 2 \\ & 1 \quad 3 \quad 3 \quad \text{OKEK} \Rightarrow 6k \\ & 1 \end{array}$$

$$k + 6k = 42$$

$$7k = 42$$

$$k = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2k = 12 \\ y = 3k = 18 \end{array} \right\} 30$$

16) Bir kutudaki kalem 3'er, 6'şar, 7'şer sayıldığında her defasında iki kalem artmaktadır. Bu kutudaki kalemlerin sayısının en az 87, en çok 130 olduğu bilinmektedir.

Buna göre bu kutuda kaç kalem vardır?

$$x = 3a + 2 = 6b + 2 = 7c + 2$$

$$x - 2 = 3a = 6b = 7c$$

$$x - 2 = \text{OKEK}(3, 6, 7) \cdot k$$

$$x - 2 = 42k$$

$$\Rightarrow x = 42k + 2 = 126 + 2 = 128$$

↓
3

17) 7 ve 5 ile bölündüğünde her iki bölmede 2 kalanını veren en küçük pozitif tam sayının rakamları toplamı nedir?

$$x = 7a + 2 = 5b + 2$$

$$x - 2 = 7a = 5b$$

$$x - 2 = \text{OKEK}(7, 5) \cdot k$$

$$x - 2 = 35k$$

$$x = 35k + 2 \Rightarrow x = 37 \text{ (rakamları toplamı 10'dur.)}$$

18) Zeynep bir torbadaki cevizleri 5'şer 5'şer saydığında 3 tane, 6'şar 6'şar saydığında 4 tane, 7'şer 7'şer saydığında ise 5 tane ceviz artıyor.

Buna göre torbada en az kaç ceviz vardır?

$$x = 5a + 3 = 6b + 4 = 7c + 5$$

$$x + 2 = 5(a + 1) = 6(b + 1) = 7(c + 1)$$

$$x + 2 = \text{OKEK}(5, 6, 7) \cdot k$$

$$x + 2 = 210k \Rightarrow x = 208$$

19) Bir sepetteki güller 5'şer 5'şer demetlenince 2 gül, 7'şer 7'şer demetlenince de 3 gül artmaktadır. Buna göre sepette en az kaç gül vardır?

$$x = 5a + 2 = 7b + 3$$

$$x + 18 = 5(a + 4) = 7(b + 3)$$

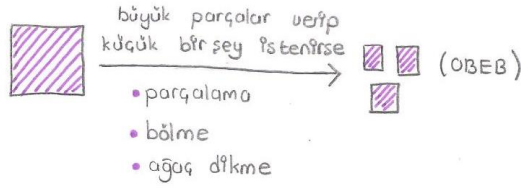
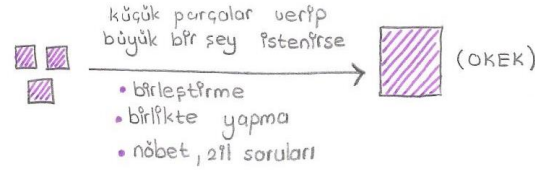
$$x + 18 = \text{OKEK}(5, 7) \cdot k$$

$$x + 18 = 35k$$

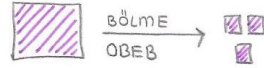
↓
1

$$\boxed{x = 17}$$

NOT :)



- 20) Bir marangoz 84 cm, 96 cm ve 108 cm uzunluğundaki tahtaları eşit uzunlukta parçalara ayırmak istiyor. En az kaç parça oluşur?



84	96	108	2*
42	48	54	2*
21	24	27	2
21	12	27	2
21	6	27	2
21	3	27	3*
7	1	9	3
7		3	3
7		1	7
1			

OBEB(84, 96, 108) = 12 ise
her bir parçanın uzunluğu 12 cm olmalıdır.

$$\frac{84}{12} = 7 \text{ parça}$$

$$\frac{96}{12} = 8 \text{ parça}$$

$$\frac{108}{12} = 9 \text{ parça}$$

Toplam 24 parça oluşur.

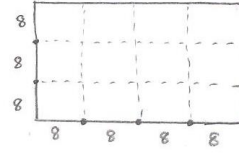
- 21) Bir 12ci kafilesinde 1. sınıf 36 kişi, 2. sınıf 90 kişi, 3. sınıf 72 kişi vardır. Öğrenciler her sınıfta aynı sayıda öğrencilerinden ve aynı sayıda bulunmak şartıyla gruplara ayrılacaktır. Buna göre en az kaç sınıfta gerekir?

$$\text{OBEB}(36, 90, 72) = 18$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{36}{18} = 2 \text{ sınıfta} \\ \frac{90}{18} = 5 \text{ sınıfta} \\ \frac{72}{18} = 4 \text{ sınıfta} \end{array} \right\} \text{Toplam 11 sınıfta.}$$

- 22) Boyutları 24m ve 32m olan dikdörtgen biçimindeki bir arsa aralarında boşluk kalmayacak şekilde en az kaç tane eş karesel bölgeye ayrılır?

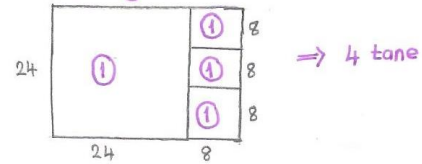
$$\text{OBEB}(24, 32) = 8$$



$$\frac{24 \cdot 32}{8 \cdot 8} = 3 \cdot 4 = 12$$

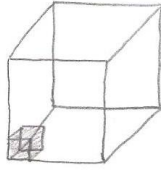
- 23) Boyutları 24m ve 32m olan dikdörtgen biçimindeki bir arsa aralarında boşluk kalmayacak şekilde en az kaç tane karesel bölgeye ayrılır?

;) Kareler eş olmak zorunda olmadığın-
dan en az sayıda kare olması için
kareleri mümkün olduğunca büyük
segmeliyiz!



- 24) Kenar uzunlukları 5, 10, 20 birim olan dikdörtgenler prizmalarından en az kaç tanesi bir araya getirilirse hacmi en küçük olan bir küp elde edilir?

OKEK (5, 10, 20) = 20 ise oluşan kübün bir kenarı 20 dir.



$$\frac{20 \cdot 20 \cdot 20}{5 \cdot 10 \cdot 20} = 8$$

- 25) Üç otomatik zifı sırasıyla $\frac{4}{3}$ saat, $\frac{3}{4}$ saat ve $\frac{2}{5}$ saat aralıklarla çalmaktadır. Bu üç zifı birlikte çaldıktan en az kaç saat sonra tekrar birlikte çalarlar?

$$\text{OKEK} \left(\frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5} \right) = \frac{\text{OKEK} (4, 3, 2)}{\text{OBEB} (3, 4, 5)} = \frac{12}{1} = 12$$

- 26) Eni 48 metre ve boyu 84 metre olan dikdörtgen şeklindeki tarlanın etrafına eşit aralıklarla ağaç dikilecektir. Buna göre en az kaç ağaca ihtiyaç vardır?

$$\text{OBEB} (48, 84) = 12 \text{ (iki ağaç arası mesafe)}$$



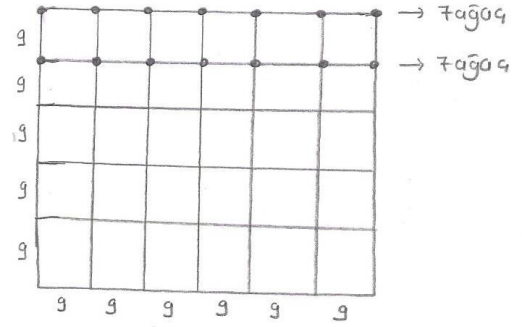
Dikdörtgenin çevresi / iki ağaç arasındaki mesafe

$$= \frac{2 \cdot (48 + 84)}{12} = \frac{2 \cdot 132}{12} = \frac{264}{12} = 22 \text{ ağaç}$$

- 27) Eni 45 metre, boyu 54 metre olan bir bahçe bulunmaktadır. Bahçe eş kare parsellere ayrılıp, her parselin köşesine bir fidan dikiliyor.

En az kaç fidana ihtiyaç vardır?

$$\text{OBEB} (45, 54) = 9$$



$$6 \cdot 7 = 42 \text{ ağaç}$$

KAYNAKLAR

Matematik Ders Notları - Ayşe Yıldırım & Ceyhan Yavuz
<http://calameo.download/003359034eff296032d3c> (Eriřim 23.08.2018)

http://www.buders.com/DOKUMAN/bukaynak/matematik_calisma_sorulari/denklem_kurma_problemleri_calisma_kagidi_1.pdf (Eriřim 14.04.2017)

Temel Matematik – Basri ÇELİK – Dora Basım Yayın