



T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

VEZİRKÖPRÜ MESLEK YÜKSEKOKULU

ÇOCUK BAKIMI VE GENÇLİK HİZMETLERİ
BÖLÜMÜ/ ÇOCUK GELİŞİMİ PROGRAMI

TEMEL MATEMATİK

RASYONEL SAYILAR

6. Hafta

özenilen üniversite

RASYONEL SAYILAR

Tanım a, b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılan sayılardır

$$\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -3, 5, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \dots$$

NOT:) $\frac{a}{b}$ kesrinde

$|a| < |b|$ ise $\frac{a}{b}$ kesri basit kesir

$|a| \geq |b|$ ise $\frac{a}{b}$ kesri bileşik kesirdir.

NOT:) $\frac{a}{0} \rightarrow$ tanımsızdır ($a \neq 0$)

$\frac{0}{a} \rightarrow$ sıfırdır ($a \neq 0$)

$\frac{0}{0} \rightarrow$ belirsizliktir.

• Tam sayılı kesir:

$$a \frac{b}{c} = a + \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$$

$$-a \frac{b}{c} = -\left(a + \frac{b}{c}\right) = -\left(\frac{a \cdot c + b}{c}\right)$$

1) $\frac{2x+5}{7}$ kesrinin basit kesir olmasını sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

$$|2x+5| < |7|$$

$$-7 < 2x+5 < 7$$

$$-12 < 2x < 2$$

$$-6 < x < 1$$

$$\rightarrow \{-5, -4, -3, -2, -1, 0\}$$

1 tane dir.

2) $\frac{9}{x-4}$ kesrinin bileşik kesir olmasını

sağlayan x tam sayılarının toplamı nedir?

$$|9| \geq |x-4|$$

$$|x-4| \leq 9$$

$$-9 \leq x-4 \leq 9, \quad -5 \leq x \leq 13$$

$$\{-5, -4, -3, \dots, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

$$-5-4-3-2-1-0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13$$

$$-4+76=72$$

3) $2004 \frac{1}{5} - 2000 \frac{6}{5}$ işleminin sonucu nedir?

$$2004 + \frac{1}{5} - (2000 + \frac{6}{5})$$

$$= 2004 - 2000 + \frac{1}{5} - \frac{6}{5} = 4 - 1 = 3$$

4) $102 \frac{3}{2} - 100 \frac{1}{2}$ işleminin sonucu nedir?

$$105 \frac{1}{2} - 106 \frac{3}{2}$$

$$\frac{102 - 100 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{105 - 106 + \frac{1}{2} - \frac{3}{2}} = \frac{2 + 1}{-1 - 1} = -\frac{3}{2}$$

5) $\frac{4}{1 - \frac{2}{a+3}}$ kesrini tanımsız yapan a değerlerinin toplamı nedir?

$$\frac{4}{1 - \frac{2}{a+3}} = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$\frac{4}{a+3} - \frac{2}{a+3} = \frac{4}{a+3} = \frac{4 \cdot (a+3)}{a+3} = \frac{4(a+3)}{a+3} = 4 \Rightarrow a = -1$$

$$(-3) + (-1) = -4$$

Rasyonel sayılarda işlemler:

• Toplama ve çıkarma:

Paydalar eşitlenerek işlem yapılır.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$$

(4) (5)

$$\frac{4}{9} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{16}{36} + \frac{9}{36} - \frac{3}{36} = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$$

(4) (9) (3)

$$3 - \frac{1}{4} = \frac{12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{4}$$

• Çarpma ve bölme:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8}$$

$$\left(\frac{12}{5}\right) : \frac{1}{5} = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{1} = 12$$

İŞLEM ÖNCELİĞİ :

1) Parantez içi

2) Üs alma

3) Çarpma ve bölme

4) Toplama ve çıkarma

• Çarpma ve bölmede işlem önceliği yoktur ama eğer yanyana verildiyse soldan sağa doğru işlem yapılır.

$$a \cdot b : c = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$a : b \cdot c = \frac{a}{b} \cdot c$$

$$4 : 2 \cdot 5 = 2 \cdot 5 = 10$$

6) $\frac{5 \left(2 - \frac{3}{5}\right)}{2 \left(3 - \frac{5}{2}\right)}$ İşleminin sonucu nedir?

$$\frac{5 \cdot \frac{7}{5}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{7}{1} = 7$$

7) $\frac{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$ İşleminin sonucu nedir?

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{1} = \frac{72}{4} = 18$$

8) $\frac{\left(\frac{1}{5} - 1\right) \cdot \left(2 - \frac{1}{5}\right)}{\frac{1}{5} + 1}$ İşleminin sonucu nedir?

$$\frac{-\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{5}}{\frac{6}{5}} = -\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{6}{5}$$

9) $\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right)}$ İşleminin sonucu nedir?

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4}} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{15}{8}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

10) $\frac{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$ İşleminin sonucu nedir?

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{12}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

;) Sonsuza giden sorularda tekrar eden kısma x denilip x 'e eşitlenerek işlem yapılır.

20) $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\vdots}}}}$ işleminin sonucu nedir?

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\vdots}}}} = x$$

$$2 - \frac{1}{x} = x \Rightarrow 2x - 1 = x^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1) \cdot (x-1) = 0 \Rightarrow x = 1$$

21) $4 + \frac{12}{4 + \frac{12}{4 + \frac{12}{\vdots}}}$ + $3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\vdots}}}$ işleminin sonucu nedir?

$$4 + \frac{12}{x} = x \Rightarrow 4x + 12 = x^2$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{cc} x & -6 \\ x & +2 \\ \hline & \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{x=6}$$

$$x \neq -2$$

$$3 + \frac{4}{y} = y \Rightarrow 3y + 4 = y^2$$

$$y^2 - 3y - 4 = 0$$

$$\begin{array}{cc} y & -4 \\ y & +1 \\ \hline & \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{y=4}$$

$$y \neq -1$$

$$6 + 4 = 10$$

22) $A = \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \frac{19}{3}$ ise $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{2}{3}$ ifadesinin A cinsinden değeri nedir?

$$A = \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \frac{19}{3}$$

$$B = \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{2}{3}$$

$$+$$

$$A+B = 1+1+7$$

$$A+B = 9 \Rightarrow B = 9-A$$

23) $A = \frac{3}{7} + \frac{1}{11} + \frac{11}{13}$ ise $\frac{8}{7} + \frac{9}{11} + \frac{4}{13}$ ifadesinin A cinsinden değeri nedir?

2/ $A = \frac{3}{7} + \frac{1}{11} + \frac{11}{13}$

$$B = \frac{8}{7} + \frac{9}{11} + \frac{4}{13}$$

$$+$$

$$2A+B = 2+1+2$$

$$2A+B = 5 \Rightarrow B = 5-2A$$

24) $\frac{3}{5} + \frac{4}{9} - \frac{13}{7}$ işleminin sonucu nedir?

$$A = \frac{3}{5} + \frac{4}{9} - \frac{13}{7}$$

$$B = \frac{2}{5} + \frac{5}{9} - \frac{1}{7}$$

$$+$$

$$A+B = 1+1-2$$

$$A+B = 0$$

$$\frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{9} - \frac{13}{7}}{\frac{2}{5} + \frac{5}{9} - \frac{1}{7}} = \frac{A}{B} = -1$$

• Kesirlerde sıralama :

•) Pozitif kesirlerde eğer pay ve payda-
nın eşitlenmesi kolayca birini
eşitleriz ve sıralarız.

⇒ Payları eşit olan kesirlerden payı
büyük olan daha büyüktür.

$$\frac{7}{9} > \frac{5}{9}$$

⇒ Payları eşit olan kesirlerden paydası
küçük olan daha büyüktür.

$$\frac{11}{9} > \frac{11}{12}$$

• sayılar negatif ise önce pozitif gibi
sıralanır sonra eşitsizliğin yönü
değiştirilir.

25) $a = \frac{5}{3}$, $b = \frac{7}{5}$, $c = \frac{1}{3}$ kesirlerinin
sıralanışı nasıldır?

$$a = \frac{5}{3} = \frac{25}{15}$$

$$b = \frac{7}{5} = \frac{21}{15}$$

$$c = \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$

$$a > b > c$$

26) $a = -\frac{11}{10}$, $b = -\frac{101}{100}$, $c = -\frac{1001}{1000}$

sayılarının sıralanışı nasıldır?

önce pozitif gibi düşünelim

$$a = \frac{11}{10} = \frac{1100}{1000}$$

$$b = \frac{101}{100} = \frac{1010}{1000}$$

$$c = \frac{1001}{1000}$$

$$a > b > c$$

$$c > b > a$$

•) Payı ile paydası arasındaki farkı
eşit olan kesirlerde sıralama yapılırken

⇒ Pozitif basit kesirlerde pay ve
paydadaki sayılar büyüdükçe kesrin
değeri artar.

$$\frac{13}{15} > \frac{7}{9} > \frac{3}{5}$$

⇒ Pozitif bileşik kesirlerde pay ve
paydadaki sayılar küçüldükçe kesrin
değeri artar.

$$\frac{101}{99} < \frac{97}{95} < \frac{15}{13}$$

27) $a = \frac{19}{16}$, $b = \frac{7}{4}$, $c = \frac{105}{108}$, $d = \frac{99}{102}$

kesirlerinin sıralanışı nedir?

$$b > a > c > d$$

• Devirli Ondalıklı Sayılar:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

$$\frac{1}{125} = \frac{8}{1000} = 0,008$$

$$\frac{4}{20} = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$\frac{3}{9} \Rightarrow \begin{array}{r} 30 \overline{) 9} \\ -27 \\ \hline 30 \\ -27 \\ \hline 30 \\ -27 \\ \hline 30 \end{array} \quad \frac{3}{9} = 0,3$$

Devirli ondalıklı sayının rasyonel
sayıya çevrilmesi:

$$ab, cde = \frac{\left(\begin{array}{c} \text{Sayının} \\ \text{tümamı} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Deugetmeyen} \\ \text{kısım} \end{array} \right)}{\text{Virgülden sonra deureden} \\ \text{kadar 9, deugetmeyen kadar} \\ \text{sıfır yazılır.}}$$

$$= \frac{abcde - abc}{990}$$

$$1,2 = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$$

$$1,09 = \frac{109-10}{90} = \frac{99}{90}$$

$$0,2 = \frac{2-0}{9} = \frac{2}{9}$$

28) $\frac{3}{0,2} - (0,25)^{-2}$ işleminin sonucu nedir?

$$\begin{aligned} \frac{3}{0,2} - \left(\frac{25}{100}\right)^{-2} &= \frac{3}{\frac{2}{10}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \\ &= \frac{30}{2} - 16 = 15 - 16 = -1 \end{aligned}$$

29) $\frac{0,1}{0,01} - \frac{0,02}{0,2}$ işleminin sonucu nedir?

sayıları virgülden kurtarmak için pay ve payda 100 ile çarpılır.

$$\frac{10}{1} - \frac{2}{20} = 10 - \frac{2}{20} = 10 - \frac{1}{10} = \frac{99}{10} = 9,9$$

yada kesre çevrilir ve işlem yapılır.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{100}} - \frac{\frac{2}{100}}{\frac{2}{10}} &= \frac{1}{10} \cdot \frac{100}{1} - \frac{2}{100} \cdot \frac{10}{2} \\ &= 10 - \frac{1}{10} = 9,9 \end{aligned}$$

30) $\frac{2,3}{0,23} + \frac{2,3}{0,1}$ işleminin sonucu nedir?

$$\frac{230}{23} + \frac{23}{1} = 10 + 23 = 33$$

31) $\frac{0,25}{2,5} + \frac{1,01}{0,1} + \frac{15}{0,02}$ işleminin sonucu nedir?

$$\begin{aligned} \frac{25}{250} + \frac{101}{10} + \frac{1500}{2} \\ = \frac{1}{10} + \frac{101}{10} + \frac{1500}{2} = \frac{1}{10} + \frac{101}{10} + \frac{7500}{10} = \frac{7602}{10} \\ = 760,2 \end{aligned}$$

32) x pozitif bir ondalıklı kesirdir.

$x + \frac{1}{40}$ bir tam sayı olduğuna göre

x 'in virgülden sonraki kısmı nedir?

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 40} \\ - 80 \\ \hline 0200 \\ - 200 \\ \hline 000 \end{array}$$

$x + 0,025$ tam sayı ise $1 - 0,025 = 0,975$ sayısındaki $\dots,975$ x 'in virgülden sonraki kısmıdır.

33) k ve m devirli ondalıklı sayılar olmak üzere $k = 0,2$ ve $m = 0,5$ ise $\frac{1}{k} + \frac{1}{m}$ toplamı nedir?

$$k = 0,2 = \frac{2}{10}$$

$$m = 0,5 = \frac{5}{10}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\frac{2}{10}} + \frac{1}{\frac{5}{10}} &= \frac{10}{2} + \frac{10}{5} = \frac{45}{10} + \frac{18}{10} \\ &= \frac{63}{10} = 6,3 \end{aligned}$$

KAYNAKLAR

Matematik Ders Notları - Ayşe Yıldırım & Ceyhun Yavuz
<http://calameo.download/003359034eff296032d3c> (Eriřim 23.08.2018)

http://www.buders.com/DOKUMAN/bukaynak/matematik_calisma_sorulari/denklem_kurma_problemleri_calisma_kagidi_1.pdf (Eriřim 14.04.2017)

Temel Matematik – Basri ÇELİK – Dora Basım Yayın