



T.C.  
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

VEZİRKÖPRÜ MESLEK YÜKSEKOKULU

ÇOCUK BAKIMI VE GENÇLİK HİZMETLERİ  
BÖLÜMÜ/ ÇOCUK GELİŞİMİ PROGRAMI

TEMEL MATEMATİK

MUTLAK DEĞER

8. Hafta

*özenilen üniversite*

## MUTLAK DEĞER

Bir sayının sayı doğrusunda sıfıra olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir ve  $|x|$  ile ifade edilir.

$$|x| = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

$$x > 0 \text{ için } |x| = x$$

$$x < 0 \text{ için } |x| = -x$$

$$x < 0 \text{ için } |-x| = -x$$

$$x > 0 \text{ için } |-x| = x$$

3) Köklü ifadelerde derece çift iken sayılar dışarıya mutlak değeri çıkar, tek iken mutlak değere gerek yok.

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{a^2 b^2} = |ab|$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

$$\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$$

1)  $a < 0 < b$  olmak üzere

$$|a| - |b| - \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} - \sqrt{b^2} \text{ ifadesinin sonucu nedir?}$$

$$\underbrace{|a|}_{-} - \underbrace{|b|}_{+} - \underbrace{|a-b|}_{-} - \underbrace{|b|}_{+}$$

$$-a - (b) - (-a+b) - (b)$$

$$= -a - b + a - b - b$$

$$= -3b$$

2)  $x < -3$  olmak üzere

$|x+2| - |-x| + 5$  ifadesinin eşiti nedir?

$$\underbrace{|x+2|}_{-} - \underbrace{|-x|}_{+} + 5$$

$$-x-2 - (-x) + 5 = -x-2+x+5 = 3$$

3)  $x < 0 < y$  olmak üzere

$|x| + |x-3y| + |y-x| + |y|$  ifadesinin eşiti nedir?

$$\underbrace{|x|}_{-} + \underbrace{|x-3y|}_{-} + \underbrace{|y-x|}_{+} + \underbrace{|y|}_{+}$$

$$-x - x + 3y + y - x + y = -3x + 5y$$

4)  $|x| > x$  olmak üzere

$|x - |x + |3x||$  ifadesinin eşiti nedir?

$$|x| > x \Rightarrow x < 0$$

$$\begin{aligned} |x - |x + |3x|| &= |x - |x - 3x|| \\ &= |x - \underbrace{|-2x|}_{+}| = |x - (-2x)| \\ &= \underbrace{|3x|}_{-} = -3x \end{aligned}$$

5)  $x < 1$  olmak üzere

$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 7$  eşitliğini sağlayan  $x$  değeri nedir?

$$\underbrace{|x-1|}_{-} + \underbrace{|x-2|}_{-} = 7$$

$$-x-1-x-2 = 7$$

$$-2x-3 = 7$$

$$-2x = 10$$

$$\Rightarrow x = -5$$

• mutlak değerin özellikleri:

$a \in \mathbb{R}^+$  için  $|x| = a \Rightarrow x = a$  ya da  $x = -a$  dir.

6)  $|x-4| = 2012!$  denkleminin kökleri toplamı nedir?

$$x-4 = 2012! \Rightarrow x = 2012! + 4$$

$$x-4 = -2012! \Rightarrow x = -2012! + 4$$

$$2012! + 4 - 2012! + 4 = 8$$

7)  $|2x-3| = 15$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

$$2x-3 = 15 \text{ ya da } 2x-3 = -15$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$2x = -12$$

$$x = -6$$

$$\{-6, 9\}$$

8)  $||x-4|-3| = 10$  denklemini sağlayan  $x$  in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$$|x-4|-3 = 10 \text{ veya } |x-4|-3 = -10$$

$$|x-4| = 13$$

$$x-4 = 13 \quad x-4 = -13$$

$$x = 17 \quad x = -9$$

$$(17) + (-9) = 8$$

9)  $||x-3| - 7| = 3$  eşitliğinin çözüm kümesi nedir?

$$|x-3| - 7 = 3 \text{ ya da } |x-3| - 7 = -3$$

$$|x-3| = 10$$

$$x-3 = 10 \Rightarrow x = 13$$

$$x-3 = -10 \Rightarrow x = -7$$

$$|x-3| = 4$$

$$x-3 = 4 \Rightarrow x = 7$$

$$x-3 = -4 \Rightarrow x = -1$$

$$\{13, -7, 7, -1\}$$

Eğer değişkenlerin işaretleri belli değilse  $|x| = |-x|$  tir.

$$\text{Yani } |x-1| = |1-x|$$

$$|3-2x| = |2x-3|$$

$$|a| = |-a|$$

10)  $|1-x| + |x-1| = 10$  denkleminde  $x$  in alacağı tam sayı değerleri toplamı nedir?

$$|1-x| = |x-1| \text{ olduğundan}$$

$$2|x-1| = 10$$

$$|x-1| = 5$$

$$x-1 = 5 \Rightarrow x = 6$$

$$x-1 = -5 \Rightarrow x = -4$$

$$\left. \begin{array}{l} x-1 = 5 \Rightarrow x = 6 \\ x-1 = -5 \Rightarrow x = -4 \end{array} \right\} 6 + (-4) = 2$$

11)  $|2x-1| + |3-6x| = 12$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

$$|2x-1| + 3|2x-1| = 12$$

$$4|2x-1| = 12$$

$$|2x-1| = 3$$

$$2x-1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

$$2x-1 = -3 \Rightarrow x = -1$$

12)  $|x-2|^2 + |2-x| - 2 = 0$  denkleminin köklerini bulunuz?

$$|x-2| = t$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t \quad +2$$

$$t \quad -1$$

$$t = -2 \text{ ya da } t = 1$$

$$|x-2| = -2$$

$$\text{G.K.: } \emptyset$$

$$|x-2| = 1$$

$$x-2 = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$x-2 = -1 \Rightarrow x = 1$$

$$\{3, 1\}$$

$|a|=|b|$  ise  $a=b$  ya da  $a=-b$  dir.

13)  $|x^2+x-20|=|x-4|$  denkleminin çözümler kümesi nedir?

$$x^2+x-20=x-4 \quad \text{ya da} \quad x^2+x-20=-x+4$$

$$x^2-16=0$$

$$x=4$$

$$x=-4$$

$$x^2+2x-24=0$$

$$x+6$$

$$x-4$$

$$x=-6$$

$$x=4$$

$$\{4, -4, -6\}$$

14)  $|a^2-2a-8|=|a+2|$  denkleminin farklı köklerinin toplamı nedir?

$$a^2-2a-8=a+2 \quad \text{ya da} \quad a^2-2a-8=-a-2$$

$$a^2-3a-10=0$$

$$a-5$$

$$a+2$$

$$a=5 \quad \text{ya da} \quad a=-2$$

$$a^2-a-6=0$$

$$a-3$$

$$a+2$$

$$a=3 \quad \text{ya da} \quad a=-2$$

$$5+(-2)+(3)=6$$

Mutlak değerini içini sıfır yapan nokta **KRİTİK NOKTA** dir.

$|ax+b|+|cx+d|$  ifadesinin alacağı en küçük değer vardır. Bu değer kritik noktalara karşılık gelir. Kritik noktalar tek tek yerine yazılır ve en küçükü alınır.

15)  $x$  bir reel sayı olmak üzere

$|x-13|+|x-20|$  ifadesinin alacağı en küçük tam sayı değeri nedir?

$$x=13 \text{ için } |13-13|+|13-20|=|0|+|-7|=7$$

$$x=20 \text{ için } |20-13|+|20-20|=|7|+|0|=7$$

En küçük değeri 7 dir.

$y=|ax+b|-|cx+d|$  ifadesinin alacağı en büyük değerde vardır, en küçük değerde vardır. Bu değerler yine kritik noktalara karşılık gelir.

16)  $x$  bir reel sayı olmak üzere  $F=|x-2009|-|x-2000|$  olduğuna göre  $F$ 'nin en büyük ve en küçük tam sayı değerleri nedir?

$$x=2009 \text{ için } F=-9 \text{ (en küçük)}$$

$$x=2000 \text{ için } F=9 \text{ (en büyük)}$$

17)  $|x-30|-|x+40|$  ifadesinin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

$$x=30 \text{ için } -70$$

$$x=-40 \text{ için } 70$$

$$[-70, 70] \text{ aralığında değer alır.}$$

↓

141 tane tam sayı vardır.

Mutlak değerli ifadelerin toplamları sıfır ise her biri ayrı ayrı sıfırdır.

$$|a|+|b|=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$$

$$|a|+|b|+|c|=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$$

18)  $|2a-8|+|3a+2b-10|=0$  ise  $a, b$  nedir?

$$2a-8=0 \Rightarrow a=4$$

$$3a+2b-10=0$$

↓

$$12+2b-10=0 \Rightarrow \begin{cases} 2b=-2 \\ b=-1 \end{cases}$$

$$a, b = -4$$

19)  $|3x-2y-10| + |2x+y-9| = 0$  olduğuna göre  $x+y$  nedir?

$$\begin{aligned} 3x-2y-10=0 &\Rightarrow 3x-2y=10 \\ 2/2x+y &= 9 \\ \hline 3x-2y &= 10 \\ 4x+2y &= 18 \\ + & \\ 7x &= 28 \Rightarrow x=4 \\ &y=1 \\ &x+y=5 \end{aligned}$$

• Mutlak değerli eşitsizlikler:

$$|f(x)| < a \Rightarrow -a < f(x) < a$$

$$|f(x)| \leq a \Rightarrow -a \leq f(x) \leq a$$

$$|f(x)| > a \Rightarrow f(x) > a \text{ ya da } f(x) < -a$$

$$|f(x)| \geq a \Rightarrow f(x) \geq a \text{ ya da } f(x) \leq -a$$

$$\begin{aligned} a < |f(x)| < b &\Rightarrow a < f(x) < b \\ &a < -f(x) < b. \end{aligned}$$

19)  $|x-4| \leq 5$  eşitsizliğini sağlayan  $x$ 'in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$$-5 \leq x-4 \leq 5$$

$$-1 \leq x \leq 9$$

$$\hookrightarrow -1+0+1+2+\dots+9 = 44$$

20)  $|2x-1| < 7$  eşitsizliğini sağlayan  $x$ 'in tam sayı değerleri kaç tanedir?

$$-7 < 2x-1 < 7$$

$$-6 < 2x < 8$$

$$-3 < x < 4$$

$$\hookrightarrow \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

6 tanedir.

21)  $|x+3| \geq 4$  eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

$$x+3 \geq 4 \text{ ya da } x+3 \leq -4$$

$$x \geq 1$$

$$x \leq -7$$

$$(-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$$

22)  $|x-1| > 4$  eşitsizliğini sağlayan  $x$ 'in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$$x-1 > 4 \text{ ya da } x-1 < -4$$

$$x > 5$$

$$x < -3$$



$$x < -3 \Rightarrow -4, -5, -6, -7, -8, \dots$$

$$x > 5 \Rightarrow 6, 7, 8, \dots$$

toplamları: -9

23)  $3 \leq |3x-1| \leq 7$  eşitsizliğini sağlayan  $x$ 'in tam sayı değerleri kaç tanedir?

$$3 \leq 3x-1 \leq 7 \text{ ya da } 3 \leq -3x+1 \leq 7$$

$$4 \leq 3x \leq 8$$

$$2 \leq -3x \leq 6$$

$$\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$$

$$-2 \leq x \leq -\frac{2}{3}$$

$$\textcircled{2}$$

$$\textcircled{-2} \textcircled{-1}$$

$$\{2, -2, -1\}$$

3 tanedir.

24)  $-5 < |x-1| - 2 \leq 6$  eşitsizliğini sağlayan  $x$ 'in tam sayı değerleri toplamı nedir?

$$-7 < |x-1| \leq 8$$

$$-7 < x-1 \leq 8 \quad \text{yada} \quad -7 < -x+1 \leq 8$$

$$8 < x \leq 9$$

↓

9

$$6 < -x \leq 7$$

$$-7 \leq x < -6$$

↓

-7

$$9 \cdot (-7) = -63$$

25)  $\frac{5}{|x-3|} > 1$  eşitsizliğini sağlayan kaç tane  $x$  tam sayısı vardır?

$$|x-3| < 5$$

$$-5 < x-3 < 5 \Rightarrow -2 < x < 8$$

$$\hookrightarrow \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

8 tane dir.

26)  $|x-3| + |x+4| = 8$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

	-4	3		
$ x-3 $	-	-	0	+
$ x+4 $	-	0	+	+
$-x+3-x-4=8$		$-x+3+x+4=8$	$x-3+x+4=8$	
$-2x-1=8$		$7 \neq 8$	$2x+1=8$	
$-2x=9$		G.K: $\emptyset$	$2x=7$	
$x = -\frac{9}{2}$			$x = \frac{7}{2}$	

$$\left\{ -\frac{9}{2}, \frac{7}{2} \right\}$$

27)  $|x-4| + |x+7| = 11$  denkleminin sağlayan  $x$ 'in tam sayı değerleri toplamı nedir?

	-7	4		
$ x-4 $	-	-	0	+
$ x+7 $	-	0	+	+
$-x+4-x-7=11$		$-x+4+x+7=11$	$x=4$	
$-2x-3=11$		$11=11$		
$-2x=14$		G.K: $\mathbb{R}$		
$x=-7$		buradaki bütün tam sayılar		
		$\{-6, \dots, 3\}$		
				$[-7, 4]$
				$-7, -6, -5, \dots, 3, 4$
				$= -18$

28)  $|x-1| + |x+5| = 8$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

	-5	1		
$ x-1 $	-	-	0	+
$ x+5 $	-	0	+	+
$-x+1-x-5=8$		$-x+1+x+5=8$	$x-1+x+5=8$	
$-2x-4=8$		$6 \neq 8$	$2x+4=8$	
$-2x=12$		G.K: $\emptyset$	$2x=4$	
$x=-6$			$x=2$	

$$\{-6, 2\}$$

## KAYNAKLAR

Matematik Ders Notları - Ayşe Yıldırım & Ceyhan Yavuz  
<http://calameo.download/003359034eff296032d3c> (Erişim 23.08.2018)

[http://www.buders.com/DOKUMAN/bukaynak/matematik\\_calisma\\_sorulari/denklem\\_kurma\\_problemleri\\_calisma\\_kagidi\\_1.pdf](http://www.buders.com/DOKUMAN/bukaynak/matematik_calisma_sorulari/denklem_kurma_problemleri_calisma_kagidi_1.pdf) (Erişim 14.04.2017)

Temel Matematik – Basri ÇELİK – Dora Basım Yayın