

$\{H_{21}(-3), H_{31}(-2), H_{41}(-5), H_{51}(-1)\}, \left\{H_{42}(-1), H_3\left(-\frac{1}{5}\right)\right\}, \{H_{23}, H_{45}\},$
 $\{H_{32}(4), H_{42}(-1)\}, \left\{H_{43}(-1), H_3\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}$ satır işlemleri uygulanırsa

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & -5 & 0 & 5 \\ 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Böylece A matrisi satırca indirgenmiş forma getirilmiştir. Bu matrisin sıfırdan farklı satırlarının sayısı 3 dür. Şu halde $\text{rank } A = 3$ dür.

Tanım 1.45: Bir matrise elemanter satır ve elemanter sütun işlemleri uygulanarak matris hem satırca hem de sütunca indirgenmiş eşolon forma getirilebilir. Böylece matris aşağıdaki matris şekillerinden birine denk olur.

$$\begin{bmatrix} I_k & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I_k \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I_k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, I_k$$

Bir matrisi yukarıdaki formlardan herhangi biri şeklinde yazmaya **matrisi normal forma (şekle) getirme** denir. Bu durumda matrisin rankı k olur.

Örnek 1.46: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 5 \\ 2 & 6 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & 2 & -8 \end{bmatrix}$ matrisini normal forma