16-) $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ matrisinin nilpotent matris olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

$$A^2=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 9 \\ -1 & -1 & -3 \end{bmatrix},$$

$$A^3=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 9 \\ -1 & -1 & -3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

olur. Böylece $A^q=0$ olacak şekilde q tamsayısı vardır ($q=3$). Şu halde A matrisi bir nilpotent matristir.

17-) $A=\begin{bmatrix} 5 & 2-i & 3 \\ 2+i & 0 & -i \\ 3 & i & 7 \end{bmatrix}$ matrisinin Hermitian matris olduğunu gösteriniz.

Çözüm: A matrisinin Hermitian matris olması için $\left(\overline{A}\right)'=A$ eşitliği sağlanmalıdır. O halde

$$\overline{A}=\begin{bmatrix} 5 & 2+i & 3 \\ 2-i & 0 & i \\ 3 & -i & 7 \end{bmatrix}, \quad \left(\overline{A}\right)'=\begin{bmatrix} 5 & 2-i & 3 \\ 2+i & 0 & -i \\ 3 & i & 7 \end{bmatrix}=A \text{ olur.}$$

Böylece A matrisi Hermitian matristir.